P. Ionescu • M. Rădulescu

Topografie generală și inginerească

EDITURA
DIDACTICĂ
ȘI PEDAGOGICĂ
BUCUREȘTI – 1975

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMÂNTULUI

PETRE IONESCU
Conf. dr. ing.

MARIN RĂDULESCU
Conf. dr. ing.

Topografie generală și inginerească

315820
B.C.U. IASI

EDITURA
DIDACTICĂ
ȘI PEDAGOGICĂ
BUCUREȘTI

Cuprins

Partea întîi. **TOPOGRAFIE GENERALĂ**

Cap. 1. *GENERALITĂȚI (M. Rădulescu)* 11
1.1. Introducere 11
1.2. Obiectivul şi diviziunile topografiei 12
1.2.1. Planimetria terenului 12
1.2.2. Nivelmentul sau altimetria terenului 17
1.2.3. Aplicarea pe teren a lucrărilor proiectate 20
1.3. Puncte de sprijin sau de control 20
1.4. Operaţiile ridicărilor topografice 24
1.5. Importanţa topografiei pentru lucrările de îmbunătăţiri funciare 24
1.6. Scurt istoric al măsurărilor terestre 25
1.7. Cercul topografic 27
1.8. Unităţi de măsură în topografie 30
1.8.1. Unităţi de măsură pentru distanţe 30
1.8.2. Unităţi de măsură pentru unghiuri 31
1.8.3. Unităţi de măsură pentru suprafeţe 31
1.9. Mijloace de calcul 32
1.9.1. Maşini de calculat cu acţionare manuală 32
1.9.2. Maşini de calculat electronice 34

Cap. 2. *MARCAREA ȘI SEMNALIZAREA PUNCTELOR (P. Ionescu)* 36
2.1. Marcarea punctelor topografice 36
2.2. Semnalizarea punctelor 39
2.2.1. Semnalizarea temporară a punctelor 39
2.2.2. Semnalizarea permanentă a punctelor 40
2.2.3. Recomandări privind plantarea semnalelor 42

Cap. 3. *LUCRĂRI DE JALONARE (P. Ionescu)* 42
3.1. Aliniament. Jalonarea aliniamentelor 42
3.2. Jalonarea unui aliniament între două puncte inaccesibile, dar cu vizibilitate între ele 45
3.3. Jalonarea unui aliniament peste un deal 45
3.4. Jalonarea unui aliniament peste o vale sau rîpă 46
3.5. Intersecţia a două aliniamente 47

Cap. 4. *MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANȚELOR (P. Ionescu)* 48
4.1. Cunoştinţe generale privind măsurarea directă a distanţelor 48
4.2. Instrumente expeditive pentru măsurarea directă a distanţelor 48
4.3. Instrumente precise pentru măsurarea directă a distanţelor 49
4.4. Tehnica măsurării directe a distanţelor 52

4.5. Reducerea distanţelor la orizont 53
4.6. Verificarea şi etalonarea panglicii de măsurat 55
4.7. Greşeli, erori şi corecţii la măsurarea directă a distanţelor cu panglica de măsurat 56
4.7.1. Erori la măsurarea directă a distanţelor cu panglica de măsurat 56
4.7.2. Corecţii la măsurarea directă a distanţelor cu panglica de măsurat 57
4.8. Precizia măsurării directe a distanţelor 58

Cap. 5. *RIDICĂRI TOPOGRAFICE CU PANGLICA DE MĂSURAT (P. Ionescu)* 59
5.1. Probleme generale 59
5.2. Ridicări şi coborîri de perpendiculare 59
5.3. Trasarea unei paralele la un aliniament dat 60
5.4. Prelungirea unui aliniament peste un obstacol 61
5.5. Ridicarea în plan a unei suprafeţe de teren 62

Cap. 6. *MĂSURAREA UNGHIURILOR (P. Ionescu)* 63
6.1. Aparate şi instrumente pentru măsurarea unghiurilor 63
6.1.1. Principiul măsurării unghiurilor. Clasificarea instrumentelor 63
6.1.2. Instrumente simple pentru măsurarea unghiurilor 64
6.1.2.1. Prezentarea instrumentelor 64
6.1.2.2. Instrumente improvizate pentru măsurarea de unghiuri orizontale sau verticale 65
6.1.2.3. Măsurarea unghiurilor cu instrumente simple 66
6.1.3. Teodolite de tip clasic 67
6.1.3.1. Descriere generală 67
6.1.3.2. Prezentarea generală a părţilor componente 68
6.1.3.3. Construcţia şi funcţionarea teodolitului 70
6.1.3.4. Prezentarea unor teodolite de tip clasic 78
6.1.4. Teodolite moderne 83
6.1.4.1. Centralizarea citirilor 83
6.1.4.2. Micrometrul optic cu coincidenţă 84
6.1.4.3. Dispozitivul de centrare optică 86
6.1.4.4. Alte perfecţionării aduse teodolitelor moderne 86
6.1.4.5. Prezentarea unor tipuri de teodolite moderne 87
6.1.5. Verificarea şi rectificarea teodolitelor 90
6.1.5.1. Erorile de construcţie 91
6.1.5.2. Erorile de reglaj 94
6.2. Metode de măsurare a unghiurilor cu teodolitul 96
6.2.1. Operaţii preliminare 96
6.2.2. Măsurarea unghiurilor orizontale 99
6.2.3. Măsurarea unghiurilor verticale 106

Cap. 7. *MĂSURAREA INDIRECTĂ A DISTANŢELOR (M. Rădulescu)* 107
7.1. Măsurarea stadimetrică a distanţelor 107
7.1.1. Mirele topografice 108
7.1.2. Teodolite-tahimetre cu fire stadimetrice 110
7.1.3. Măsurarea stadimetrică a distanţelor pe teren şes 110

7.1.4. Măsurarea stadimetrică a distanţelor pe teren înclinat 114
7.1.5. Erori, precizie şi toleranţe la măsurarea stadimetrică a distanţelor 116
7.1.5.1. Erori 116
7.1.5.2. Precizie şi toleranţe 117
7.2. Măsurarea indirectă a distanţelor cu mira orizontală de invar 118
7.3. Determinarea distanţelor pe cale paralactică 120
7.4. Tahimetre autoreductoare 122
7.4.1. Tahimetre autoreductoare cu diagramă 122
7.4.2. Tahimetre autoreductoare cu dublă imagine 126
7.4.3. Tahimetre autoreductoare cu triplă imagine 129
7.5. Tahimetre-telemetre 129
7.6. Măsurarea electrooptică şi electromagnetică a distanţelor 134
7.6.1. Telemetre electrooptice 134
7.6.2. Telemetre electromagnetice 136
Cap. 8. *ERORILE ÎN TOPOGRAFIE (P. Ionescu)* 137
8.1. Cunoştinţe generale 137
8.1.1. Măsurări topografice şi clasificarea lor 137
8.1.2. Erori. Scopul şi importanţa cunoaşterii lor 138
8.1.3. Valoarea cea mai probabilă a unei mărimi măsurate 138
8.2. Definiţia şi clasificarea erorilor 139
8.3. Probabilitatea apariţiei erorilor accidentale 141
8.4. Proprietăţile erorilor accidentale 142
8.5. Erori probabile. Erori limită 148
8.6. Propagarea erorilor 149
8.7. Prezentarea rezultatului măsurărilor. Toleranţe 150
8.8. Măsurări de pondere diferită 151
8.8.1. Valoarea ponderii 151
8.8.2. Erori medii ponderate 152
Cap. 9. *NOŢIUNI DE GEODEZIE (P. Ionescu)* 153
9.1. Forma şi dimensiunile Pământului 153
9.2. Deformaţiile produse de forma Pământului asupra măsurărilor de distanţe şi unghiuri 154
9.3. Sisteme de coordonate folosite în măsurările terestre 156
9.4. Transcalculări de coordonate 157
9.5. Lucrări necesitate de măsurările geodezice 158
Cap. 10. *NOŢIUNI DE CARTOGRAFIE (P. Ionescu)* 159
10.1. Sisteme de proiecţii cartografice 159
10.2. Sisteme de proiecţii cartografice utilizate în ţara noastră 161
10.3. Hărţi şi planuri 163
10.4. Scări topografice 166
10.5. Elementele planurilor şi hărţilor 168
10.6. Semne convenţionale 169
10.7. Scrierea şi colorarea 169
Cap. 11. *RIDICĂRI PLANIMETRICE (P. Ionescu)* 169
11.1. Clasificarea ridicărilor planimetrice (topografice) 169
11.2. Metode numerice de ridicare în plan 170

11.3. Operaţiile ridicărilor numerice în plan 171
11.4. Osatura ridicărilor planimetrice 173
11.5. Îndesirea punctelor de sprijin prin triangulaţii topografice 174
11.5.1. Noţiuni generale despre triangulaţie 175
11.5.2. Întocmirea proiectului. Recunoaşterea terenului. Marcarea şi semnalizarea punctelor triangulaţiei 176
11.5.3. Lucrări de măsurare pe teren 177
11.5.4. Compensarea unghiurilor unei triangulanţii topografice 182
11.5.5. Calculul orientării şi a laturilor triangulaţiei 190
11.5.6. Calculul coordonatelor punctelor de triangulaţie 191
11.6. Îndesirea punctelor de sprijin prin intersecţii 192
11.6.1. Definiţie, clasificări 192
11.6.2. Intersecţia înainte 194
11.6.3. Intersecţia înapoi 197
11.6.4. Intersecţia combinată 207
11.6.5. Intersecţii la limită 208
11.7. Îndesirea punctelor de sprijin prin poligonometrie 213
11.7.1. Caracteristici. Condiţii 213
11.7.2. Efectuarea drumuirilor poligonometrice 214
11.8. Ridicări planimetrice numerice prin metoda drumuirii 216
11.8.1. Cunoştinţe generale privitoare la metoda drumurii 216
11.8.2. Lucrări de teren şi calcule la efectuarea drumuirii sprijinite 218
11.8.3. Lucrări de teren şi calcule la efectuarea drumuirii închise 227
11.8.4. Depistarea erorilor grosolane de măsurare la efectuarea unei drumuiri 228
11.9. Ridicări planimetrice prin metoda radierii 233
11.10. Ridicări planimetrice prin metoda perpendicularelor 234
11.10.1. Echere topografice 234
11.10.2. Folosirea metodei perpendicularelor în mod independent 240
11.10.3. Folosirea metodei perpendicularelor în combinaţie cu metoda drumuirii 242
Cap. 12. *REDACTAREA PLANIMETRIEI (P. Ionescu)* 244
12.1. Raportarea planimetrică a punctelor 244
12.1.1. Instrumente pentru raportarea planimetrică a punctelor 244
12.1.2. Metode pentru raportarea planimetrică a punctelor 246
12.2. Mărirea şi reducerea planurilor 249
12.3. Multiplicarea planurilor 251
12.4. Reambularea planurilor 252
12.5. Păstrarea şi conservarea planurilor 252
Cap. 13. *NOŢIUNI DE BAZĂ ÎN NIVELMENT (M. Rădulescu)* 253
13.1. Definiţie. Scop. Importanţa nivelmentului pentru lucrările de îmbunătăţiri funciare 253
13.2. Suprafaţă de nivel. Suprafaţă de nivel zero. Zero fundamental 254

13.2.1. Suprafaţă de nivel 254
13.2.2. Suprafaţă de nivel zero 254
13.2.3. Zero fundamental 255
13.3. Cote absolute. Diferenţe de nivel 256
13.4. Cote relative 257
13.5. Nivelmentul pe întinderi mici 257
13.6. Nivelmentul pe întinderi mari 258
13.7. Felurile nivelmentului 258
Cap. 14. *MARCAREA PUNCTELOR DE NIVELMENT (M. Rădulescu* 259
14.1. Marcarea punctelor de nivelment cu caracter temporar 259
14.2. Marcarea punctelor de nivelment cu caracter permanent 260
Cap. 15. *NIVELMENTUL GEOMETRIC (M. Rădulescu)* 262
15.1. Principiul şi clasificarea nivelmentului geometric 262
15.1.1. Principiul nivelmentului geometric 262
15.1.2. Clasificarea nivelmentului geometric 264
15.2. Nivelmentul geometric de mare precizie 264
15.3. Instrumente simple de nivelment geometric 266
15.4. Nivele. Tipuri de nivele. Caracteristici 267
15.5. Verificarea şi rectificarea nivelelor de tipul I 273
15.6. Nivele cu orizontalizare automată 276
15.7. Verificarea şi rectificarea nivelelor cu orizontalizare automată 285
15.8. Mire de nivelment geometric 285
15.9.Erorile la nivelmentul geometric. Precizie. Toleranţe 587
15.9.1. Erorile sistematice 287
15.9.2. Erorile accidentale 290
15.9.3. Precizie. Toleranţe 292
15.10. Nivelment geometric simplu şi nivelment geometric compus 292
15.11. Metode de nivelment geometric 293
15.12. Metoda radierii de nivelment geometric 294
15.12.1. Metoda radierii prin nivelment geometric de capăt 294
15.12.2. Metoda radierii prin nivelment geometric de mijloc 296
15.13. Metoda drumuirii de nivelment geometric 298
15.13.1. Definiţie. Condiţii. Clasificări 298
15.13.2. Metoda drumuirii prin nivelment geometric înainte 299
15.13.3. Metoda drumuirii prin nivelment geometrie de mijloc 300
15.14. Drumuiri cu radieri de nivelment geometric 302
15.14.1. Calculul drumuirii cu radieri de nivelment geometric prin metoda cotelor faţă de punctul cu cotă cunoscută 304
15.14.2. Calculul drumuirii cu radieri de nivelment geometric prin metoda cotelor de la punct la punct 307
15.14.3. Calculul drumuirii cu radieri de nivelment geometric prin metoda cotei planului de vizare 310

15.15. Nivelmentul geometric longitudinal 313
15.16. Nivelmentul geometric transversal 315
15.17. Nivelmentul geometric în caroiaj 316
15.18. Dnumuiri cu punct nodal 317
15.19. Rețele de nivelment geometric 319

Cap. 16. *NIVELMENTUL TRIGONOMETRIC (M. Rădulescu)* 319
16.1. Principiul nivelmentului trigonometric 319
16.2. Nivelmentul trigonometric la distanțe mici 320
16.3. Nivelmentul trigonometric la distanțe mari 321
16.4. Erorile la nivelmentul trigonometric. Precizie. Toleranțe 322
16.5. Metoda radierii de nivelment trigonometric 323
16.6. Metoda drumuirii de nivelment trigonometric 325
16.7. Drumuiri cu punct nodal 326

Cap. 17. *NIVELMENTUL BAROMETRIC (M. Rădulescu)* 328
17.1. Principiul nivelmentului barometric 328
17.2. Instrumente de nivelment barometric 329
17.3. Erori, precizie și toleranțe la nivelmentul barometric 329
17.4. Metode de nivelment barometric 330

Cap. 18. *REPREZENTAREA RELIEFULUI PE PLAN (M. Rădulescu)* 331
18.1. Metoda planurilor cotate 331
18.2. Metoda curbelor de nivel 331
18.3. Reprezentarea formelor de relief speciale prin curbe de nivel 335
18.4. Metoda haşurilor 337
18.5. Metoda tentelor 338
18.6. Metoda planurilor în relief 339

Cap. 19. *TAHIMETRIA (M. Rădulescu)* 340
19.1. Principiul ridicărilor tahimetrice 340
19.2. Drumuiri și radieri tahimetrice 340
19.2.1. Calculul drumuirii tahimetrice 341
19.2.2. Calculul radierilor tahimetrice 346

Cap. 20. *CALCULUL SUPRAFEȚELOR (P. Ionescu)* 347
20.1. Scop. Clasificarea metodelor 347
20.2. Metode grafice 347
20.3. Metode numerice pentru calculul suprafețelor 350
20.4. Metode mecanice pentru calculul suprafețelor 353

Cap. 21. *PARCELĂRI (P. Ionescu)* 359
21.1. Probleme generale 359
21.2. Parcelări și detașări de suprafețe prin metode grafice 360
21.2.1. Parcelări grafice printr-un punct obligat 360
21.2.2. Parcelări grafice paralele cu o direcție dată 362
21.2.3. Parcelări grafice de forme geometrice regulate 364
21.2.4. Rectificarea unui hotar sinuos 365
21.3. Principalele procedee de calcul care se aplică în parcelările numerice 366
21.3.1. Punctul pe segment 366
21.3.2. Trasarea de drepte paralele 367

Biblioteca de Geodezie-Fotogrametrie

21.3.3. Trasarea de drepte perpendiculare 368
21.3.4. Intersecţia de drepte 371
21.3.5. Capul de drum 374
21.3.6. Frîntura de drum 375
21.4. Parcelări numerice 376
21.4.1. Parcelări printr-un punct obligat 376
21.4.2. Parcelări paralele 378
21.4.3. Rectificarea unui hotar 383

Partea a doua. **TOPOGRAFIE INGINEREASCĂ**

Cap. 22. *CUNOŞTINŢE GENERALE DE TOPOGRAFIE INGINEREASCĂ (P. Ionescu)* 385
22.1. Obiectul topografiei inginereşti 385
22.2. Rolul topografiei inginereşti la proiectarea, execuţia şi exploatarea lucrărilor de îmbunătăţiri funciare 386
22.3. Documentaţia topografică necesară la proiectare 386
22.4. Documentaţia topografică necesară la execuţie 387
22.5. Documentaţia topografică la exploatare 389

Cap. 23. *RIDICĂRI TOPOGRAFICE PENTRU PROIECTAREA LUCRĂRILOR DE ÎMBUNĂTĂŢIRI FUNCIARE (P. Ionescu)* 391
23.1. Ridicări topografice pentru proiectarea lucrărilor de indiguiri 391
23.2. Ridicări topografice pentru proiectarea lucrărilor de desecare 394
23.3. Ridicări topografice pentru proiectarea lucrărilor de irigaţii 395
23.4. Ridicări topografice pentru proiectarea lucrărilor de combaterea eroziunii solului 396
23.5. Ridicări topografice pentru proiectarea reţelelor şi instalaţiilor de alimentare cu apă 398
23.6. Ridicări topografice pentru proiectarea regularizărilor de rîuri 399
23.7. Profiluri longitudinale şi transversale 400
23.8. Nivelmentul apelor 401
23.9. Transmiterea cotei peste o apă 407
23.10. Nivelmentul terenurilor mlăştinoase 410
23.11. Nivelmentul lacurilor 410
23.12. Nivelmentul terenurilor accidentate 411
23.13. Nivelmentul văilor torenţiale 414
23.14. Nivelmentul unui bazin hidrografic 416

Cap. 24. *LUCRĂRI TOPOGRAFICE PENTRU TRASAREA LUCRĂRILOR DE ÎMBUNĂTĂŢIRI FUNCIARE (M. Rădulescu)* 417
24.1. Trasarea aliniamentelor şi unghiurilor 417
24.1.1. Determinarea lungimilor şi unghiurilor pe planul de execuţie pentru trasarea aliniamentelor pe teren 417

24.1.2. Metode planimetrice pentru aplicarea pe teren a aliniamentelor și unghiurilor 421
24.2. Trasarea curbelor de racordare 423
24.2.1. Elementele geometrice ale unei curbe circulare 423
24.2.2. Metode pentru pichetarea punctelor intermediare ale curbelor circulare 426
24.2.3. Racordarea aliniamentelor prin curbe circulare cu raze inegale 433
24.3. Calculul pantei 435
24.4. Trasarea unui drum de pantă dată 436
24.5. Trasarea pantei unei axe cu nivelul și cu mira 437
24.6. Trasarea pantei unei axe cu teodolitul și cu mira 438
24.7. Gabaritarea debleului și rambleului 439
24.8. Trasarea lucrărilor de îndiguire 444
24.8.1. Trasarea axei digului 445
24.8.2. Fișa de gabaritaj pentru dig 445
24.8.3. Gabaritarea profilurilor transversale ale digului 450
24.8.4. Pichetarea și volumul gropilor de împrumut 452
24.8.5. Trasarea rampelor 453
24.8.6. Verificarea elementelor de execuție ale digului 454
24.9. Trasarea lucrărilor de desecare 455
24.10. Trasarea lucrărilor de irigație 456
24.11. Nivelarea terenului 460
24.11.1. Nivelarea terenului în plan orizontal 460
24.11.2. Nivelarea terenului în plan înclinat 466
24.12. Trasarea lucrărilor pentru lacul de acumulare 481
24.12.1. Trasarea barajului de pământ 481
24.12.2. Trasarea construcțiilor pentru descărcarea apelor din lacul de acumulare 484
24.13. Trasarea teraselor și drumurilor pe terenurile în pantă 485
24.13.1. Trasarea pe teren a curbei de nivel cheie 485
24.13.2. Trasarea teraselor 486
24.13.3. Trasarea drumurilor pe terenurile în pantă 487
24.14. Măsurări pentru verificarea comportării în timp a lucrărilor de îmbunătățiri funciare 488
24.14.1. Operații de teren 488
24.14.2. Calculul deplasărilor orizontale și verticale 489

Bibliografie 491

Partea întîi

TOPOGRAFIE GENERALĂ

Capitolul 1.

1. GENERALITĂȚI

1.1. INTRODUCERE

Importantele sarcini privind dezvoltarea agriculturii, realizarea lucrărilor de îmbunătățiri funciare pe anii 1971—1975, precum și în perspectiva anilor 1976—1980, creează și topografiei un bogat cîmp de activitate pentru întocmirea planurilor topografice cerute de proiectarea și execuția lucrărilor de irigații, îndiguiri, desecări, combaterea eroziunii solului, regularizări de rîuri și organizarea teritoriului. Aceste lucrări, care țin de domeniul specialistului de îmbunătățiri funciare, pe lîngă proiectare și trasare pe teren, necesită verificări în timpul execuției, conform prevederilor proiectelor, și urmărirea comportării lucrărilor construite după darea lor în folosință. În activitatea inginerului de îmbunătățiri funciare, topografia este prezentă, atît la proiectare și execuție, cît și la verificarea execuției și urmărirea comportării lucrărilor construite.

Se știe că o importantă suprafață din teritoriul țării noastre necesită lucrări de îmbunătățiri funciare pentru ridicarea capacității de producție a pămîntului și, deci, pentru creșterea producției agricole. Din studiile efectuate de către specialiștii Departamentului de îmbunătățiri funciare, rezultă că peste 2,5 milioane hectare sînt interesate în lucrări de îndiguire și dese-

care, circa 5,3 milioane hectare la lucrări de irigații, peste 7 milioane hectare la lucrări de combaterea eroziunii solului etc.

Din acest succint tablou, se vede cît de vast este cîmpul de activitate al specialiștilor de îmbunătățiri funciare.

O lucrare de îmbunătățiri funciare, de orice gen ar fi ea, nu se proiectează și nu se execută fără planul topografic al terenului aferent. De aceea, rezultă că și activitatea topografică ocupă o mare pondere în realizarea lucrărilor de îmbunătățiri funciare. Această activitate topografică se va efectua de către specialiștii în măsurări terestre, dar și de către specialiștii hidroamelioratori. Inginerii de îmbunătățiri funciare, pe lîngă contribuția lor la măsurarea suprafețelor ce urmează a fi ameliorate, vor folosi cunoștințele de topografie la proiectare, dar mai ales la trasarea pe teren a lucrărilor proiectate, la verificarea execuției și la urmărirea comportării lucrărilor date în exploatare.

1.2. OBIECTUL ȘI DIVIZIUNEA TOPOGRAFIEI

Topografia este o știință aplicată care a luat naștere și s-a dezvoltat din necesitatea oamenilor de a cunoaște forma, suprafața și relieful terenurilor pentru a se folosi cît mai rațional.

Denumirea de *„topografie"* a fost dată de *Claudiu Ptolemeu* (150—87 î.e.n.) și provine de la cuvintele grecești : *topos*=loc și *graphein*=a desena. Din aceste două cuvinte se deduce că topografia are ca obiect măsurarea unui loc sau teren și desenarea lui pe plan. Un astfel de desen, care reprezintă un teren cu toate detaliile lui naturale (ape, văi, dealuri etc.) și artificiale (case, drumuri, poduri etc.), se numește *plan topografic.*

Planul topografic reprezintă atît proiecția orizontală a terenului, redusă la o scară aleasă, cît și relieful terenului măsurat.

Obținerea unui plan topografic necesită două faze principale. In prima fază se realizează proiecția orizontală, redusă la o scară aleasă, sau *planimetria terenului,* iar în a doua fază se determină relieful sau *nivelmentul terenului.*

În topografie, faza prin care se realizează proiecția orizontală a terenului poartă numele de *planimetrie,* iar faza prin care se completează planimetria cu relieful terenului constituie *nivelmentul* sau *altimetria.* Corespunzător acestor faze se folosesc expresiile de specialitate : *ridicări planimetrice* și *ridicări nivelitice.*

Prin *ridicări planimetrice* se înțeleg operațiile de măsurare și de calcul pentru obținerea proiecției orizontale a terenului, iar prin *ridicări nivelitice* se înțeleg operațiile de măsurare și de calcul pentru obținerea reliefului pe planul de situație. Ansamblul ridicărilor planimetrice și nivelitice pentru obținerea planului topografic poartă numele de *ridicări topografice.*

1.2.1. PLANIMETRIA TERENULUI

În mod concret, pentru a obține planimetria sau planul de situație al unui teren se execută anumite măsurări și calcule cu instrumente și prin metode speciale pe care le studiază topografia.

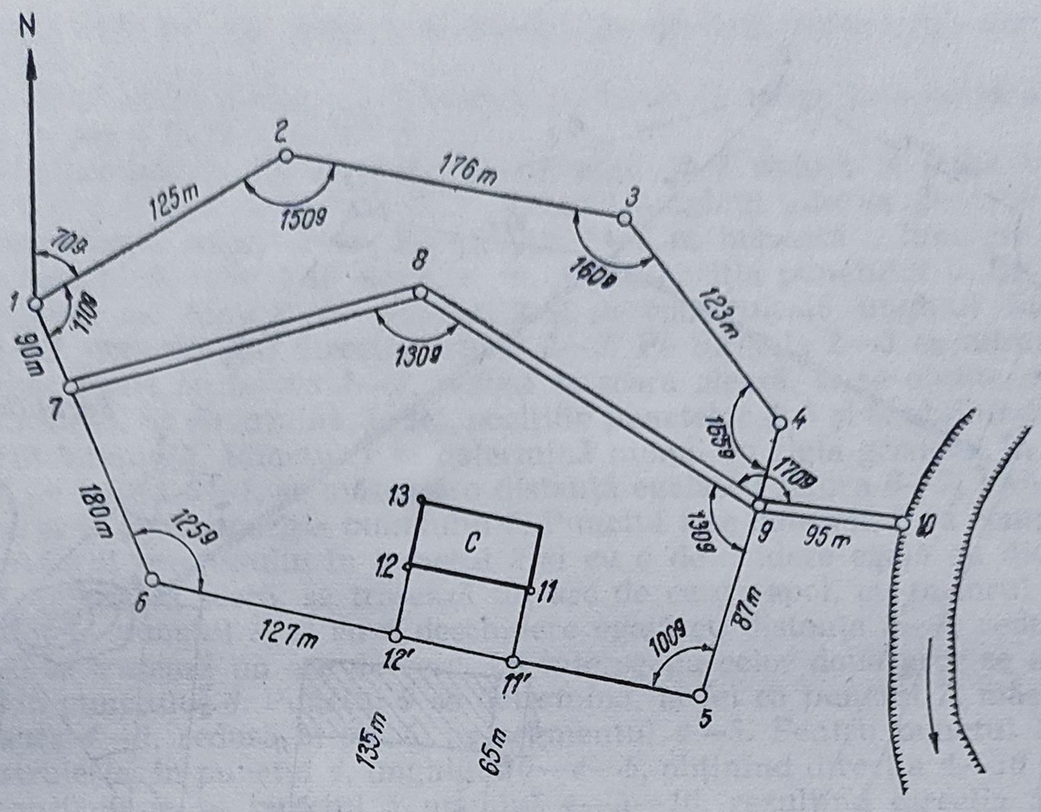


Fig. 1.1. Schița terenului executată în timpul recunoașterii.

De exemplu, pentru a obține planul de situație al unui teren șes, cu o suprafață relativ mică (sub 100 hectare), se poate proceda după cum urmează : se face recunoașterea terenului și se întocmește o schiță, concomitent cu parcurgerea hotarelor, măsurînd laturile cu pasul și apreciind unghiurile dintre laturi, cu ochiul liber (fig. 1.1). Valorile obținute pentru laturi și pentru unghiuri se notează direct pe schiță. Cu elementele aproximative (distanțe și unghiuri), culese de pe teren, se întocmește o schiță la scară aleasă, în raport de mărimea suprafeței terenului. Pe această schiță la scară, care redă o formă apropiată de forma reală a suprafeței de măsurat se fixează toate operațiile ce urmează a se executa pe teren, adică se stabilesc punctele în care se staționează cu aparatele, precum și distanțele și unghiurile care trebuie măsurate. Această schiță la scară, pe care s-au fixat elementele ce trebuie măsurate pe teren, constituie *schița proiectului de măsurare* (fig. 1.2). După aceste operații preliminare, inginerul se deplasează pe teren cu schița proiectului de măsurare și execută măsurarea distanțelor și unghiurilor cu instrumente topografice corespunzătoare. În acest scop, pe teren, se staționează în punctul *1*, cu un aparat pentru măsurarea unghiurilor și se măsoară unghiul interior format de latura *1—2* cu latura *1—6*. Apoi se măsoară cu un instrument pentru distanțe latura *1—2*. Se mută aparatul în punctul 2 și se măsoară unghiul interior format de latura *2—3* și latura *2—1*. Se măsoară și latura *2—3*. Se procedează la fel, în continuare, măsurînd unghiurile interioare din punctele *3*, *4*, *5* și *6* și laturile *3—4*, *4—5*, *5—6* și *6—1*. Cu elementele măsurate se poate determina perimetrul terenului. Punctul 7, care reprezintă un capăt al canalului de desecare se determină ca punct pe aliniamentul *6—1*, măsurînd

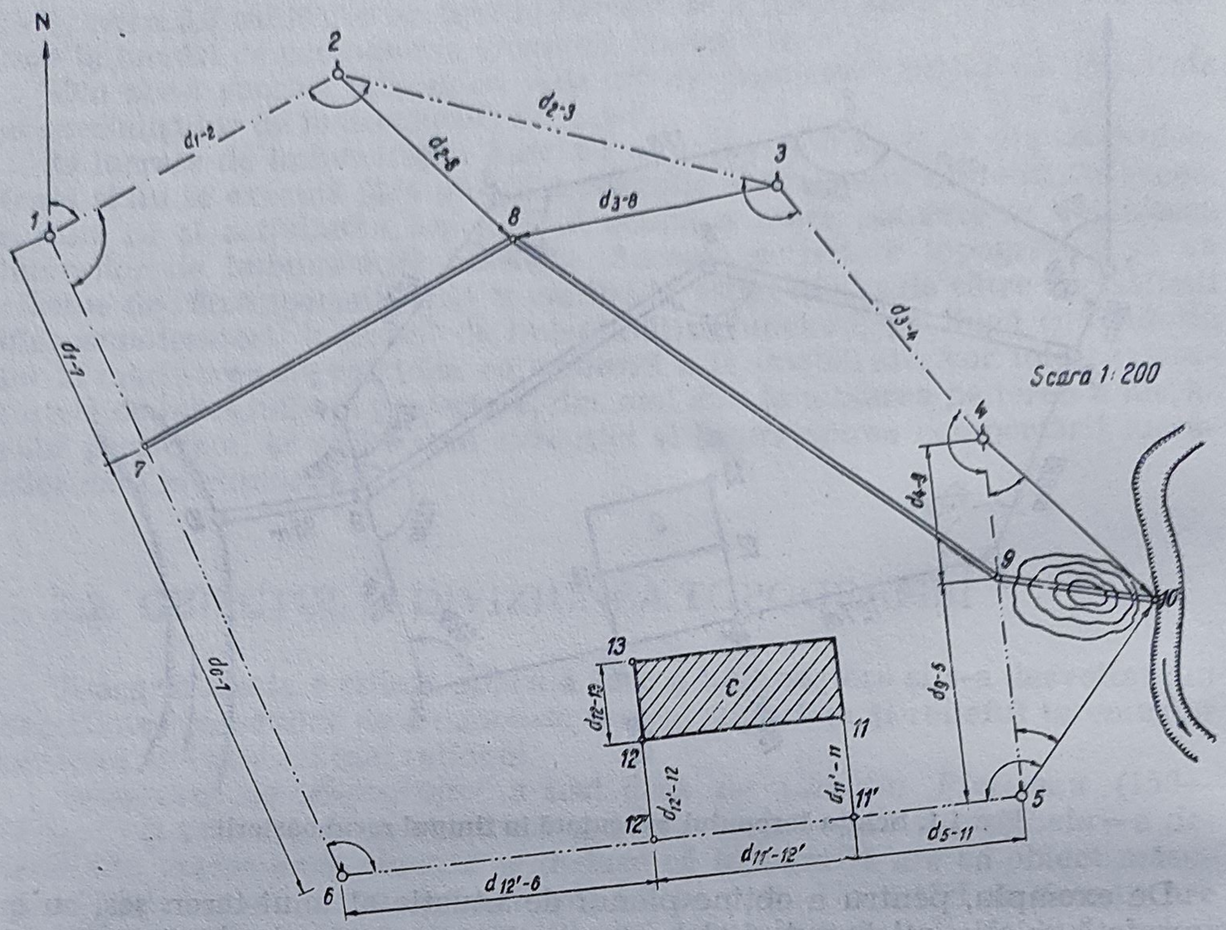


Fig. 1.2. Schița proiectului de măsurare.

distanța de la *6* la *7*. Vîrful *8* al canalului de desecare se determină prin intersecții de distanțe, măsurînd distanțele *2—8* și *3—8*. Punctul *9*, de la intersecția canalului de desecare cu latura *4—5*, se determină ca punct pe aliniamentul *4—5*, măsurînd distanța *4—9*. Întrucît canalul de desecare, de la punctul *9* la emisar (rîul în care se varsă), trece printr-un teren mlăștinos, determinarea punctului *10* se face prin intersecție, măsurînd unghiurile interioare *10—4—5* și *4—5—10*. Se menționează că aceste unghiuri se măsoară din punctele *4* și *5*, odată cu măsurarea unghiurilor interioare *3—4—5* și *6—5—4*, care sînt necesare pentru a obține perimetrul terenului.

Punctele *11* și *12*, care definesc poziția construcției *C*, se determină prin metoda perpendicularelor, coborînd perpendiculare din punctele *11* și *12* pe latura *5—6* și măsurînd distanțele *5—11′*, *11′—11*, *5—12′* și *12′—12*.

Elementele măsurate pe teren se controlează pentru a vedea dacă rezultatele obținute sînt bune. În cazul cînd se constată greșeli, atunci se refac măsurările respective, pînă ce rezultă, în urma operațiilor de control, valori satisfăcătoare. Micile abateri, numite *erori*, care se constată și care sînt inerente măsurărilor, se compensează, adică se repartizează, prin metode speciale, la valorile rezultate la măsurare, obținînd valorile definitive pentru distanțe și pentru unghiuri.

Cu ajutorul valorilor definitive pentru distanțe și pentru unghiuri se întocmește *planul de situație* al terenului. Planul de situație, în acest caz,

se întocmește pe cale grafică, folosind rigla gradată, raportorul, compasul și echerul.

În acest scop, distanțele măsurate pe teren se reduc la o scară aleasă. Se procedează în felul următor :

Se trasează, pe hîrtia planului, distanța *1—2* redusă la scara aleasă. În punctul *1*, se construiește cu raportorul, unghiul interior *2—1—6* și se obține direcția laturii *1—6*. Pe direcția *1—6* se măsoară o lungime egală cu latura *1—6*, redusă la scară, și se obține poziția punctului *6*. Se așază raportorul cu centrul în punctul *2* și se construiește unghiul interior *1—2—3*, determinînd direcția laturii *2—3*. Pe direcția *2—3* se măsoară o lungime egală cu latura *2—3*, redusă la scara aleasă, și se obține poziția punctului *3*. Se determină, la fel, pozițiile punctelor *4*, *5* și *6*, obținînd perimetrul terenului. Punctul *7* se determină numai cu rigla gradată. În acest scop, pe latura *6—1*, se măsoară o distanță egală cu latura *6—7*, redusă la scară, și se obține poziția punctului *7*. Punctul *8* se determină cu compasul. Cu piciorul compasului în punctul *2* și cu o deschidere egală cu distanța *2—8*, redusă la scară, se trasează un arc de cerc ; apoi, cu piciorul compasului în punctul *3*, și cu o deschidere egală cu distanța *3—8*, redusă la scară, se trasează un arc de cerc. La intersecția celor două arce se obține poziția punctului *8*. Punctul *9* se determină, la fel ca punctul *7*, măsurînd distanța *4—9*, redusă la scară, pe segmentul *4—5*. Pentru punctul *10*, se construiește, în punctul *4*, unghiul *10—4—5*, obținînd direcția *4—10* ; apoi se construiește în punctul *5* unghiul *4—5—10*, rezultînd direcția *5—10*. Intersecția celor două direcții *4—10* și *5—10* determină poziția punctului *10*. Punctele *11'* și *12'* se determină ca puncte pe segmentul *5—6*, măsurînd distanțele *5—11'* și *5—12'* reduse la scara planului.

În punctele *11'* și *12'* se ridică perpendiculare cu echerul și pe direcția perpendicularelor se măsoară, respectiv, distanțele *11'—11* și *12'—12*, obținînd pozițiile punctelor *11* și *12* care definesc poziția construcției *C*.

Se controlează poziția punctelor pe plan, deoarece s-ar putea să se comită greșeli atît la raportarea distanțelor cît și la raportarea unghiurilor.

Punctele raportate pe plan se unesc între ele, așa cum arată schița de pe teren, și se aplică semnele convenționale care reprezintă detaliile naturale și artificiale, obținînd planul de situație al terenului (fig. 1.3).

Din exemplul dat se vede că pentru obținerea planului de situație al unui teren nu este nevoie să se determine toate punctele de pe suprafața lui, ci numai acele puncte care sînt caracteristice pentru forma sa, pentru construcțiile și plantațiile care se află pe el etc.

Tot din exemplul dat rezultă că determinarea punctelor se poate face nu numai cu un singur instrument și printr-o singură metodă, ci cu instrumente și metode diferite. Astfel, punctelè *1, 2, 3, 4, 5* și *6* s-au determinat prin distanțe și unghiuri, folosind instrumente pentru măsurarea distanțelor și pentru măsurarea unghiurilor. Punctele *7* și *9* s-au determinat numai prin cîte o distanță ca puncte pe aliniament. Punctul *8* s-a determinat prin intersecție de distanțe, măsurînd două lungimi de la două puncte cunoscute (*2* și *3*) la punctul nou (*8*). Punctul *10* s-a determinat numai prin unghiuri, folosind instrumente pentru măsurarea unghiurilor. Punctele *11* și *12* s-au determinat prin metoda perpendicularelor, folosind, la teren, instrumente pentru măsurarea distanțelor și ridicarea perpendicularelor, iar la birou, rigla și echerul.

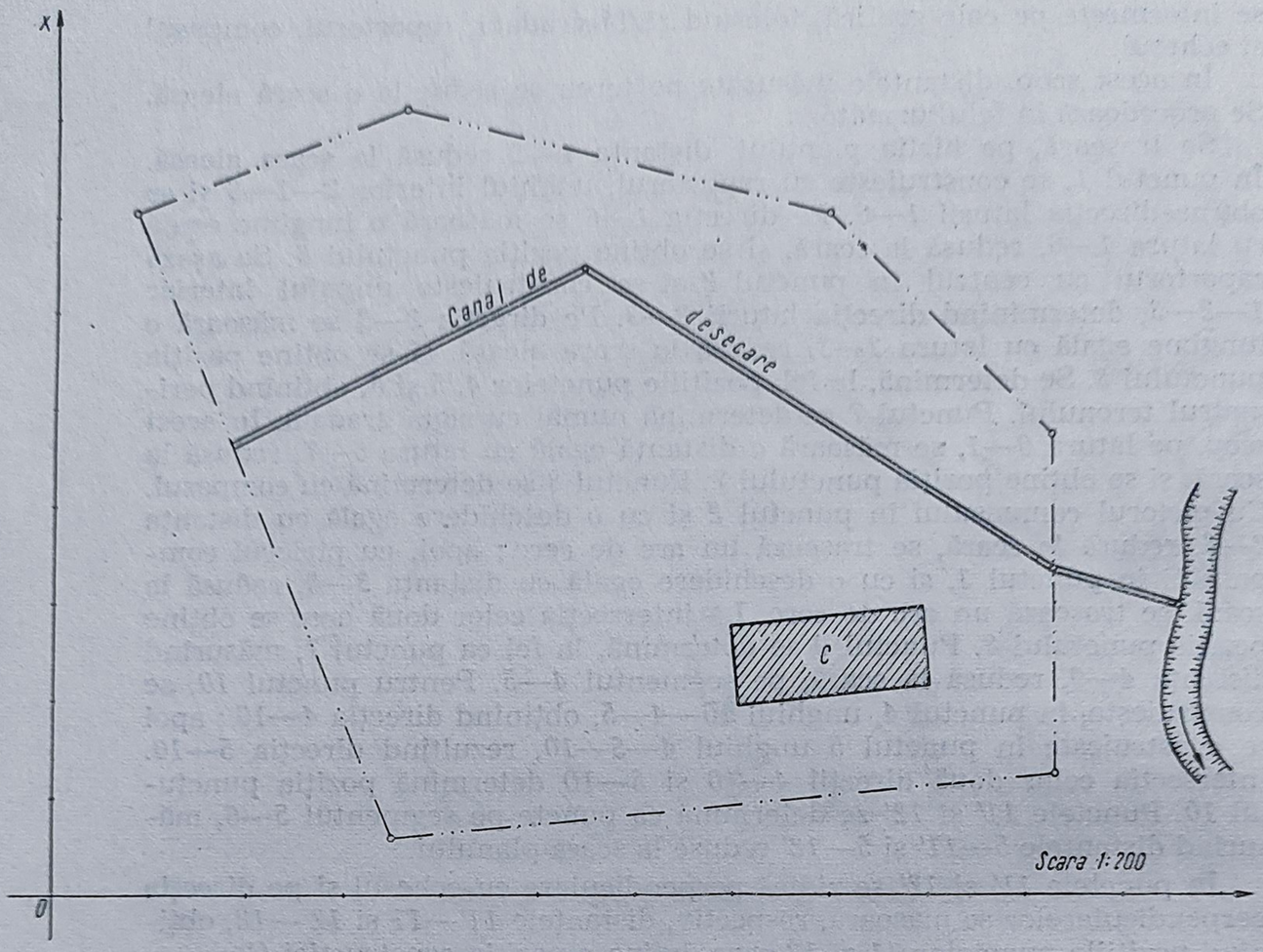


Fig. 1.3. Planul de situație al terenului.

Trebuie precizat că poziția planimetrică a punctelor, cu ajutorul instrumentelor de măsurat unghiuri și distanțe, se determină, în mod curent, *prin distanțe și unghiuri*, măsurînd unghiul față de o direcție fixă și distanța de la un punct fix (cunoscut) la punctul nou.

Fie O punctul fix și OY direcția fixă, cunoscute pe teren și pe plan, și punctul P a cărui poziție planimetrică trebuie determinată (fig. 1.4). Se măsoară pe teren distanța d și unghiul θ format de direcția OY cu latura OP în sensul mișcării acelor unui ceasornic. Avînd pe plan punctul O și direcția OY, se construiește, în O, unghiul θ și se obține direcția OP. Pe direcția OP se măsoară distanța d, redusă la o scară aleasă, și rezultă punctul P. Elementele d și θ, care determină poziția planimetrică a punctului P, se numesc *coordonate polare*; de aceea, această metodă este cunoscută sub numele de *metoda coordonatelor polare*.

Se precizează, de asemenea, că în loc să se raporteze pe plan, cu rigla și cu raportorul, coordonatele polare d și θ, cu ajutorul lor, se calculează, coordonatele rectangulare, care permit raportarea punctelor cu cea mai mare precizie.

Formulele pentru calculul coordonatelor rectangulare se stabilesc în felul următor (fig. 1.5) :

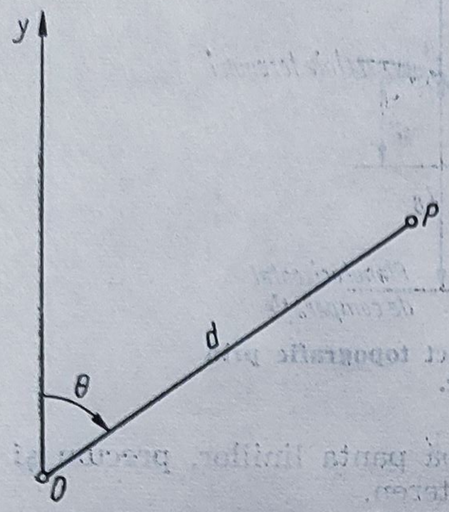


Fig. 1.4. Poziția planimetrică a unui punct *P* prin coordonate polare.

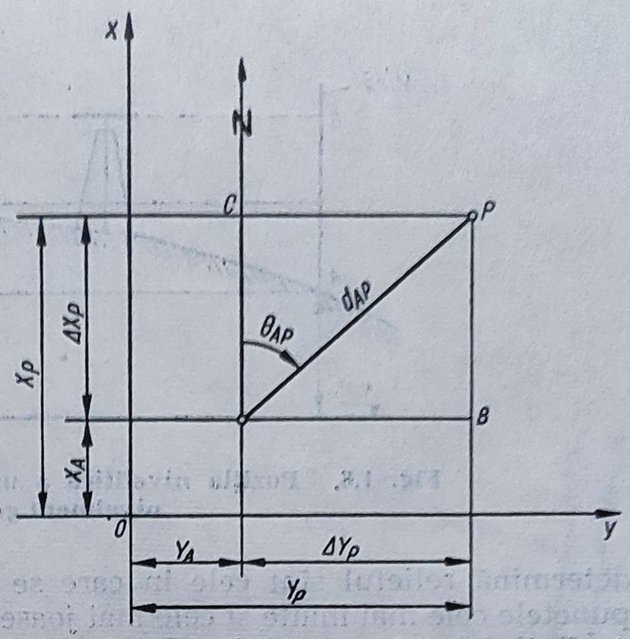


Fig. 1.5. Poziția planimetrică a unui punct *P* prin coordonate rectangulare.

Fie *OX* și *OY* axele de coordonate rectangulare. Poziția punctului cunoscut *A*, față de aceste axe, este determinată de valorile X_A și Y_A. Pentru a determina poziția planimetrică a unui nou punct *P*, se măsoară pe teren coordonatele polare d_{AP} și θ_{AP}. Din triunghiul *ACP* (fig. 1.5), rezultă :

$$\Delta x_P = d_{AP} \cdot \cos\theta_{AP} \text{ și } \Delta y_P = d_{AP} \cdot \sin\theta_{AP}. \quad (1.1)$$

Valorile Δx_P și Δy_P, care definesc poziția punctului *P* față de un sistem de axe de coordonate rectangulare, cu originea în punctul *A*, cunoscut, se numesc *coordonatele relative ale punctului P*.

Din figura 1.5 se deduce :

$$X_P = X_A + \Delta x_P \text{ și } Y_P = Y_A + \Delta y_P. \quad (1.2)$$

Valorile X_P și Y_P, care definesc poziția punctului *P* față de sistemul de axe de coordonate rectangulare, cu originea în *O*, se numesc *coordonatele absolute ale punctului P*. Avînd coordonatele absolute ale punctului *P*, adică abscisa X_P și ordonata Y_P, se poate obține pe plan poziția punctului *P*.

1.2.2. NIVELMENTUL SAU ALTIMETRIA TERENULUI

Este important de precizat că planul de situație, obținut așa cum s-a arătat anterior, reprezintă proiecția orizontală a terenului redusă la o scară aleasă. Ori numai proiecția orizontală nu este suficientă pentru caracterizarea unui teren. O caracterizare completă a terenului este dată atît de proiecția orizontală cît și de relieful său. De aceea, pentru reprezentarea reliefului pe planul de situație este necesar să se determine altitudinile punctelor caracteristice de pe suprafața terenului respectiv. Punctele care

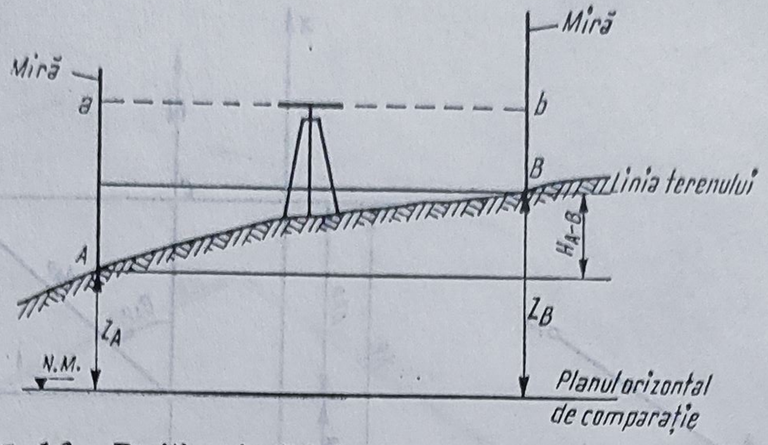


Fig. 1.6. Poziția nivelitică a unui punct topografic prin nivelment geometric.

determină relieful sînt cele în care se schimbă panta liniilor, precum și punctele cele mai înalte și cele mai joase de pe teren.

Relieful se poate obține fie determinînd altitudinile punctelor în care se schimbă panta de pe liniile caracteristice ale terenului, fie determinînd altitudinile sau cotele punctelor marcate pe întreaga suprafață a terenului sub formă de rețea de pătrate sau dreptunghiuri.

Considerînd că determinarea reliefului se face pe liniile caracteristice, în exemplul dat, o linie caracteristică o constituie chiar linia canalului principal de desecare, care este aleasă pe punctele cele mai joase ale terenului.

În mod practic, se pichetează linia aleasă la distanțe egale, de exemplu din 50 în 50 m, precum și în punctele unde se schimbă panta, adică acolo unde terenul, pe direcția canalului, urcă sau coboară. Se determină înălțimile punctelor față de un plan orizontal, cu ajutorul unui aparat numit *nivel* și cu o riglă gradată numită *stadie* sau *mira*, așa cum se vede din figura 1.6.

Se staționează cu aparatul între A și B și se citește pe mira din A înălțimea Aa, iar pe mira din B, înălțimea Bb. Avînd aceste înălțimi, se poate calcula diferența de nivel dintre A și B cu relația 1.3 care rezultă din figura 1.6 :

$$H_{AB} = Aa - Bb, \tag{1.3}$$

în care :

H_{AB} este diferența de nivel dintre A și B ; Aa — citirea pe mira din A (înapoi) ; Bb — citirea pe mira din B (înainte).

Cunoscînd altitudinea punctului A, se poate calcula altitudinea punctului B cu relația 1.4, care se deduce, de asemenea, din figura 1.6 :

$$Z_B = Z_A + H_{AB}, \tag{1.4}$$

în care :

Z_B este altitudinea sau cota punctului B ; Z_A — altitudinea sau cota punctului A ; H_{AB} — diferența de nivel dintre A și B cu semnul său.

În modul arătat se determină cotele punctelor de pe toate liniile caracteristice ale terenului.

Se raportează aceste puncte pe planul de situație și, lîngă fiecare punct, se scrie cota respectivă, obținînd *planul cotat*, adică planul de situație cu

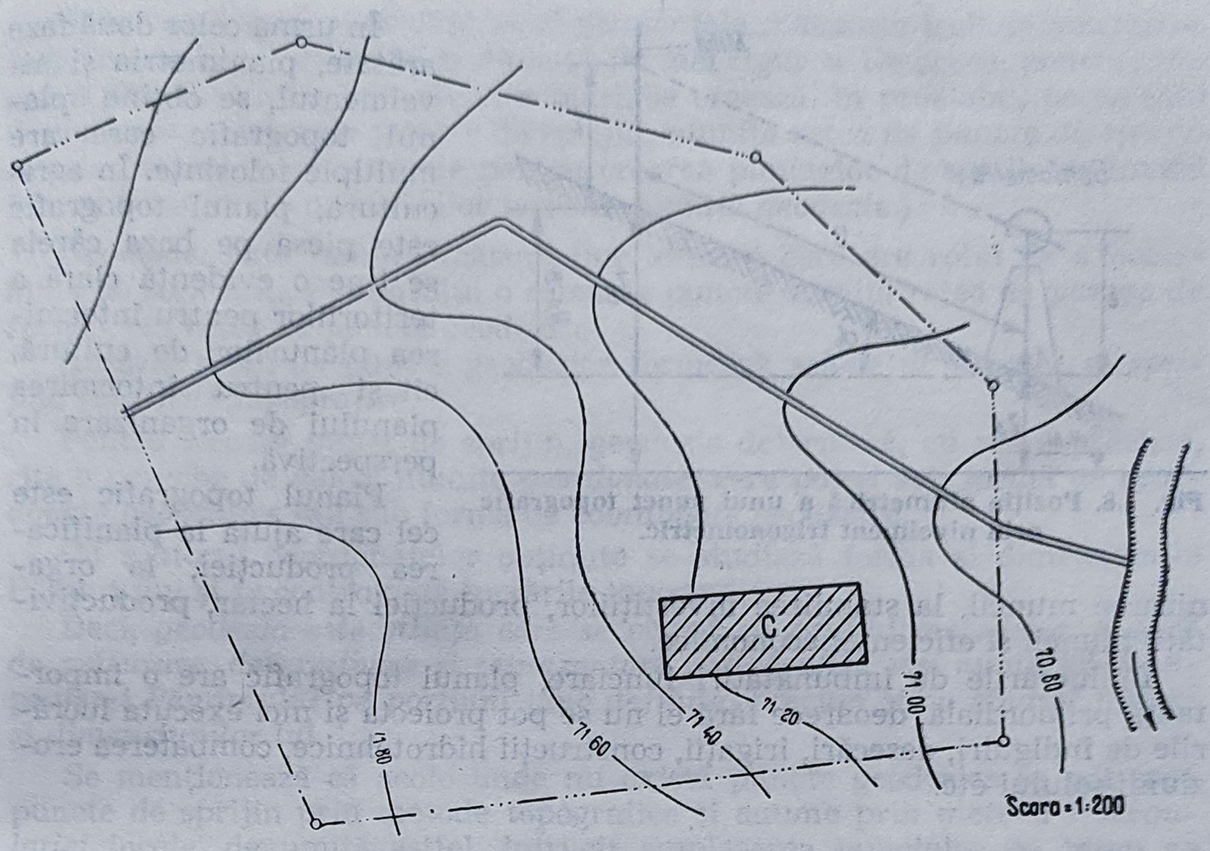


Fig. 1.7. Planul topografic cu relieful reprezentat prin curbe de nivel.

relieful terenului sau, așa cum s-a precizat de la început, *planul topografic al terenului.*

Întrucît planul cotat nu dă o imagine sugestivă asupra reliefului, adică nu se pot vedea rapid, dintr-o privire, formele de relief pe planurile inginerești, care se folosesc la proiectarea lucrărilor de îmbunătățiri funciare se trasează *curbele de nivel,* adică liniile care unesc punctele cu aceeași cotă (fig. 1.7).

Se menționează că relieful terenului se poate determina mai rapid, dar cu o precizie mai mică, prin nivelment trigonometric, în modul următor (fig. 1.8) :

Se staționează cu un goniometru în punctul A cunoscut. Se măsoară înălțimea aparatului (i) și se vizează pe mira din B la o diviziune egală cu i. Se citește, pe cercul vertical al aparatului, unghiul α. Se măsoară cu panglica distanța AB. Diferența de nivel dintre A și B se obține cu relația 1.5, care rezultă din figura 1.8 :

$$H_{AB} = D \sin \alpha, \tag{1.5}$$

în care :

H_{AB} este diferența de nivel dintre A și B ; D — distanța măsurată pe teren de la A la B ; α — unghiul de pantă.

Altitudinea sau cota punctului B se calculează cu relația 1.6, care se deduce tot din figura 1.8 :

$$Z_B = Z_A + H_{AB}. \tag{1.6}$$

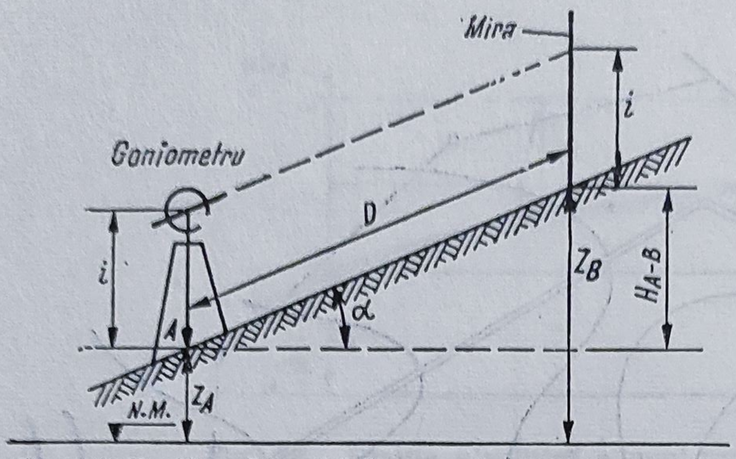


Fig. 1.8. Poziția altimetrică a unui punct topografic prin nivelment trigonometric.

În urma celor două faze arătate, planimetria și nivelmentul, se obține planul topografic care are multiple folosințe. În agricultură, planul topografic este piesa pe baza căreia se ține o evidență clară a teritoriilor pentru întocmirea planurilor de cultură, cît și pentru întocmirea planului de organizare în perspectivă.

Planul topografic este cel care ajută la planificarea producției, la organizarea muncii, la stabilirea investițiilor, producției la hectar, productivității muncii și eficienței economice.

În lucrările de îmbunătățiri funciare, planul topografic are o importanță primordială, deoarece fără el nu se pot proiecta și nici executa lucrările de îndiguiri, desecări, irigații, construcții hidrotehnice, combaterea eroziunii solului etc.

1.2.3. APLICAREA PE TEREN A LUCRĂRILOR PROIECTATE

Lucrările proiectate pe planul topografic, pentru a fi executate, trebuie aplicate sau trasate pe teren. Această operație se face cu aparate topografice și prin metode speciale pe care le dă tot topografia. Astfel, pentru executarea canalului principal de desecare, care a fost proiectat pe planul topografic, trebuie să se marcheze, pe teren, traseul sau axul canalului. Traseul sau axul canalului, format din aliniamente și curbe, se trasează pe teren cu aparate topografice și prin metode speciale. Tot pentru execuție, în afară de axul sau traseul canalului, se trasează profilurile transversale, marcînd, în fiecare punct de pe ax, lățimea la fund, adîncimea și deschiderea canalului.

Din cele arătate rezultă definiția topografiei :

Topografia este știința care se ocupă cu tehnica măsurării scoarței Pămîntului, pe suprafețe mici, pentru obținerea planului topografic, precum și cu aplicarea pe teren a lucrărilor proiectate pe plan.

Planimetria și nivelmentul, care se folosesc pentru obținerea planului topografic, constituie *topografia generală*. Aplicarea sau trasarea pe teren a lucrărilor proiectate formează *topografia specială* sau *inginerească*.

1.3. PUNCTE DE SPRIJIN SAU DE CONTROL

În exemplul dat anterior, unde s-a considerat o suprafață mică, s-a arătat că elementele măsurate trebuie verificate, înainte de a fi raportate pe plan.

Şi în cazul unei suprafeţe mari elementele măsurate trebuie verificate, însă, în acest caz, controlul trebuie să fie mai riguros. De aceea, pentru ridicarea planimetrică a suprafeţelor mari, se creează, în prealabil, pe terenul de măsurat, o reţea de puncte de sprijin, numită *reţea de puncte de sprijin sau de control.* (Cunoştinţele pentru crearea punctelor de sprijin se învaţă la o altă ramură a măsurărilor terestre numită *geodezie.*)

Geodezia. Este ramura măsurărilor terestre care are rolul de a determina pe suprafaţa Pămîntului o reţea de puncte numită *reţea de puncte de sprijin* sau *reţea de puncte geodezice.*

Această reţea de puncte geodezice formează *scheletul pe care se sprijină ridicările topografice.*

Pentru fiecare punct de sprijin, geodezia determină, cu mare precizie, cîte o pereche de valori numite *coordonate,* care pot fi sub formă de *coordonate geografice* sau sub formă de *coordonate geodezice.*

Cu ajutorul coordonatelor obţinute se studiază forma şi dimensiunile Pămîntului şi se controlează lucrările topografice.

Deci, *geodezia este ştiinţa care se ocupă cu studiul metodelor precise de măsurare, determinare şi reprezentare cartografică sau numerică a suprafeţei Pămîntului pe porţiuni bine definite, precum şi cu studiul formei şi dimensiunilor lui.*

Se menţionează că acolo unde nu există puncte geodezice se pot crea puncte de sprijin prin metode topografice şi anume prin *metoda triangulaţiei locale,* denumită astfel, întrucît amplasarea punctelor pe teren se face sub formă de triunghiuri. Atît punctele de triangulaţie geodezică cît şi cele de triangulaţie topografică se pot îndesi prin metoda intersecţiei, care se studiază la topografie.

Pentru fiecare punct de sprijin obţinut prin triangulaţie topografică sau prin intersecţie, se determină cu precizie cîte două valori (abscisa şi ordonata), numite *coordonate rectangulare.* Cu ajutorul coordonatelor rectangulare ale punctelor de sprijin, determinate prin triangulaţie geodezică, prin triangulaţie topografică sau prin intersecţie, se controlează ridicările planimetrice.

De exemplu, pentru ridicarea planimetrică a punctelor *1, 2, . . . , 7* (fig. 1.9) care definesc o parte din perimetrul unei suprafeţe mari şi în

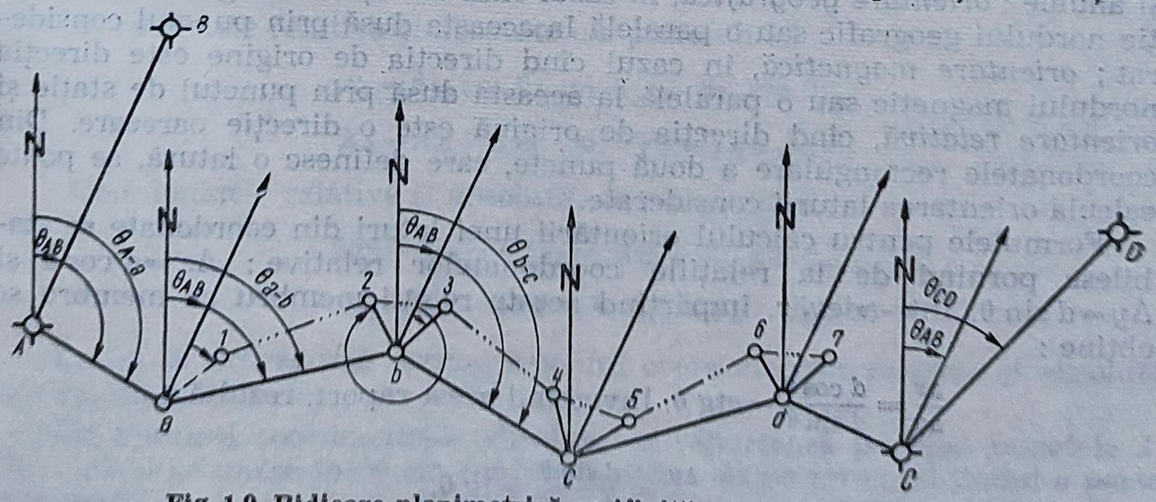


Fig. 1.9. Ridicare planimetrică sprijinită pe puncte geodezice.

apropierea cărora se află punctele geodezice *A*, *B*, *C* și *D*, se procedează după cum urmează. Se face recunoașterea terenului și se întocmește o schiță de mînă. Cu ocazia recunoașterii, s-a constatat că o parte din punctele perimetrului sînt inaccesibile, adică nu se poate staționa în ele, fiind colțuri de gard. S-a mai constatat, de asemenea, că unele puncte sînt apropiate între ele. De aceea, în timpul recunoașterii, s-au ales și s-au marcat cu țăruși o serie de puncte în care să se staționeze cu aparatele și din care să se măsoare coordonatele polare pentru punctele perimetrului. Astfel, pentru punctul *1*, care este inaccesibil, s-a ales și s-a marcat punctul *a*; pentru punctele *2* și *3*, care sînt apropiate, s-a ales și s-a marcat punctul de stație *b*, și așa mai departe pentru celelalte puncte. Cu elementele culese de pe teren se întocmește o schiță la scară pe care se marchează distanțele și unghiurile, care urmează să se măsoare cu instrumentele topografice, obținînd *schița proiectului de măsurare* (fig. 1.9).

La măsurare se staționează cu goniometrul în punctul geodezic *A* și se măsoară unghiul *B—A—a*, format de direcția fixă *AB* cu direcția *Aa*. Se măsoară latura *Aa* dus și întors. Se staționează, apoi, cu goniometrul în punctul *a* și se măsoară unghiul interior *Aab* format de latura *aA* cu latura *ab* și unghiul interior *Aa1*, format de latura *aA* cu latura *a1*. Se măsoară, de asemenea, laturile *ab* și *a1* dus și întors. Se procedează la fel în continuare, staționînd în punctele *b*, *c*, *d* și *C*, pentru determinarea punctelor *2*, *3*, *4*, *5*, *6* și *7*, conform schiței proiectului de măsurare.

După aceste operații de teren se face controlul măsurărilor. Pentru controlul distanțelor se compară valoarea de la dus cu cea de la întors și diferența dintre ele nu trebuie să depășească o anumită limită, numită *toleranță*, dată de formula :

$T_d = 0{,}004\sqrt{D} + \frac{D}{7\,500}$, în care D este media celor două valori obținute la măsurare.

Avînd coordonatele absolute ale punctelor *A* și *B*, precum și coordonatele absolute ale punctelor *C* și *D*, se calculează orientările direcțiilor *AB* și *CD*.

Orientarea unei direcții este unghiul pe care îl formează direcția de origine cu direcția sau latura respectivă, măsurat în sensul acelor unui ceasornic. În funcție de direcția de origine, se disting trei feluri de orientări și anume : *orientare geografică*, în cazul cînd direcția de origine este direcția nordului geografic sau o paralelă la aceasta dusă prin punctul considerat ; *orientare magnetică*, în cazul cînd direcția de origine este direcția nordului magnetic sau o paralelă la aceasta dusă prin punctul de stație și *orientare relativă*, cînd direcția de origină este o direcție oarecare. Din coordonatele rectangulare a două puncte, care definesc o latură, se poate calcula orientarea laturii considerate.

Formulele pentru calculul orientării unei laturi din coordonate se stabilesc pornind de la relațiile coordonatelor relative : $\Delta x = d \cos \theta$ și $\Delta y = d \sin \theta$. Într-adevăr, împărțind aceste relații membru cu membru se obține :

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{d \cos \theta}{d \sin \theta} = \operatorname{ctg} \theta.$$ Inversînd acest raport, rezultă :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{d \sin \theta}{d \cos \theta} = \operatorname{tg} \theta.$$

Deci, pentru calculul orientării unei direcții din coordonate, se pot folosi două formule : $\operatorname{ctg}\theta=\frac{\Delta x}{\Delta y}$ și $\operatorname{tg}\theta=\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

În mod practic, se aplică formula care dă un raport subunitar deoarece în acest caz, tangentele și cotangentele se găsesc în tabelele de valori naturale cu mai multe zecimale și, deci, precizia în calcul este mai mare. Cunoscînd valoarea tangentei sau cotangentei, se extrage din tabelele de valori naturale, valoarea orientării.

Pentru controlul unghiurilor se pornește de la unghiul θ_{AB}, care este cunoscut, se calculează unghiurile θ_{Aa}, θ_{ab}, θ_{bc}, θ_{cd}, θ_{dC} și θ_{CD} cu ajutorul unghiurilor măsurate și trebuie ca unghiul θ_{CD}, rezultat din calcul, să fie egal cu unghiul θ_{CD}, care este cunoscut. Se admite o diferență care nu trebuie să depășească toleranța dată de formula :

$$T_\theta=150^{cc}\sqrt{n},$$

în care n este numărul stațiilor.

Se compensează erorile obținute și apoi se calculează coordonatele relative și absolute ale punctelor *a*, *b*, *c*, *d* și *C*, pornind de la coordonatele absolute ale punctului *A*, care sînt cunoscute. Valorile coordonatelor absolute, obținute din calcul, pentru punctul *C* trebuie să fie egale cu cele cunoscute ale acestui punct. Se admite o toleranță dată de formula :

$$T=0{,}0045\sqrt{D}+\frac{D}{1\,733},$$

în care *D* este suma distanțelor *Aa*, *ab*, *bc*, *cd* și *dC*.

Se compensează erorile și se obțin coordonatele definitive ale punctelor *a*, *b*, *c* și *d*, față de care se calculează coordonatele absolute ale punctelor *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6* și *7*. Astfel, coordonatele relative ale punctului *1* se obțin cu relațiile :

$$\Delta x_1=d_{a1}\cos\theta_{a1} \text{ și } \Delta y_1=d_{a1}\sin\theta_{a1}$$

iar coordonatele absolute, cu relațiile :

$$X_1=X_a+\Delta x_1 \text{ și } Y_1=Y_a+\Delta y_1$$

Coordonatele relative și absolute ale punctului *2* :

$$\Delta x_2=d_{b2}\cos\theta_{b2} \text{ și } \Delta y_2=d_{b2}\sin\theta_{b2};$$

$$X_2=X_b+\Delta x_2 \quad \text{și} \quad Y_2=Y_b+\Delta y_2$$

Coordonatele relative și absolute ale punctului *3* :

$$\Delta x_3=d_{b3}\cos\theta_{b3} \text{ și } \Delta y_3=d_{b3}\sin\theta_{b3};$$

$$X_3=X_b+\Delta x_3 \quad \text{și} \quad Y_3=Y_b+\Delta y_3$$

La fel se procedează pentru calculul coordonatelor relative și absolute ale celorlalte puncte.

Cu ajutorul coordonatelor absolute se raportează pe plan punctele *1*, *2*, . . ., *7* și se unesc între ele conform schiței de pe teren, obținînd o parte din perimetrul suprafeței. Se procedează la fel pentru determinarea celor-

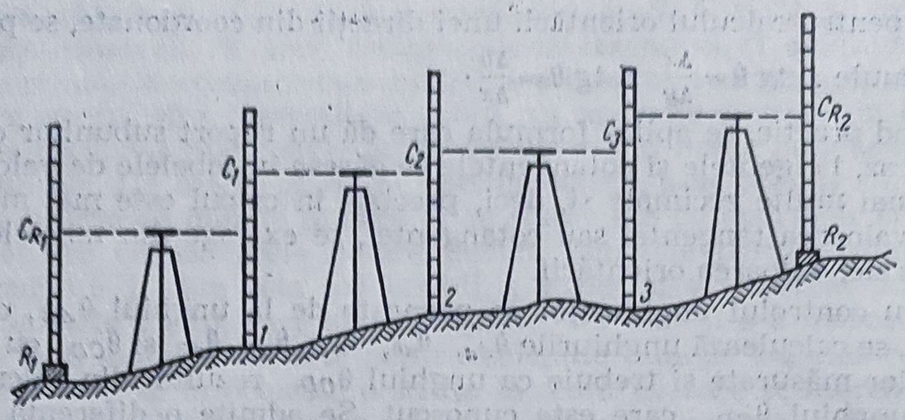


Fig. 1.10. Ridicare nivelitică sprijinită pe repere cu cote cunoscute.

lalte puncte ale perimetrului, sprijinind ridicările planimetrice pe puncte de triangulaţie geodezică sau pe puncte de triangulaţie topografică.

Se menţionează că şi ridicările nivelitice pe distanţe şi pe suprafeţe mari pornesc şi se închid pe puncte de sprijin numite *repere cu cote cunoscute.*

De exemplu, pentru ridicarea nivelitică a punctelor de pe un ax, (figura 1.10), se determină cota primului punct de pe ax faţă de un reper cu cotă cunoscută, şi apoi se continuă nivelmentul pe ax pînă la alt reper cu cotă cunoscută. Pornind de la cota primului reper şi calculînd cotele punctelor de pe ax pînă la al doilea reper, trebuie să se obţină, pentru acesta, o valoare egală cu cota lui cunoscută.

1.4. OPERAŢIILE RIDICĂRILOR TOPOGRAFICE

Din cele arătate mai înainte, rezultă că ridicările topografice necesită următoarele operaţii : recunoaşterea terenului, ridicarea expeditivă a terenului, proiectarea ridicărilor topografice, marcarea şi semnalizarea punctelor, executarea măsurărilor, efectuarea calculelor şi întocmirea planului topografic.

1.5. IMPORTANŢA TOPOGRAFIEI PENTRU LUCRĂRILE DE ÎMBUNĂTĂŢIRI FUNCIARE

Pentru lucrările de îmbunătăţiri funciare, topografia are o importanţă primordială. Într-adevăr, proiectarea oricărei lucrări de îmbunătăţiri funciare (îndiguiri, desecări, irigaţii, combaterea eroziunii solului) nu se face fără studii topografice. Studiile topografice furnizează proiectantului date privitoare la terenurile propuse a se ameliora, sub formă de planuri topografice, planuri-bandă pe traseele digurilor, canalelor de aducţiune sau canalelor de evacuare, precum şi planuri de detaliu pe amplasamentele construcţiilor (prize, staţii de pompare, baraje, noduri hidrotehnice de distribuţie a apei, traversări ale căilor de comunicaţii etc.).

De asemenea, execuţia lucrărilor de îmbunătăţiri funciare proiectate nu se începe fără trasarea lor pe teren, care se realizează pe bază de cunoştinţe de topografie. Dacă se execută o lucrare de îndiguire, trebuie să se traseze pe teren axul său, format din aliniamente şi curbe, şi să se gabariteze profilurile transversale ale digului. La fel, pentru execuţia unui canal de irigaţie sau de desecare este necesar să se traseze axul, să se determine cotele de pe ax şi să se marcheze profilurile transversale în punctele caracteristice ale axului.

În cazul lucrărilor de combatere a eroziunii solului trebuie să se traseze pe teren, în plan orizontal şi în plan vertical, drumurile, canalele de coastă şi terasele proiectate. Trasarea tuturor lucrărilor arătate se face prin metode speciale care se studiază la topografie.

Deci, pe lîngă furnizarea planului topografic care serveşte la proiectare, topografia are un aport deosebit la aplicarea pe teren a lucrărilor de îmbunătăţiri funciare. Tot topografia este aceea care dă metodele de măsurare şi de calcul pentru verificarea comportării în timp a lucrărilor executate.

Din cele arătate rezultă că topografia are o importanţă deosebită pentru lucrările de îmbunătăţiri funciare şi, în consecinţă, studenţii din această specialitate trebuie să studieze topografia pentru ca în activitatea lor viitoare, ca ingineri hidroamelioratori, să poată rezolva în bune condiţii o serie de probleme tehnice legate de măsurarea terenului şi de folosirea planurilor topografice pentru diferite proiecte şi pentru aplicarea lucrărilor proiectate pe teren.

1.6. SCURT ISTORIC AL MĂSURĂRILOR TERESTRE

Măsurările terestre datează din antichitate, fiind determinate de necesitatea oamenilor de a cunoaşte Pămîntul, atît ca formă şi dimensiuni, cît şi pentru reprezentarea suprafeţelor de teren pe plan, în scopul organizării lucrărilor agricole, de transporturi, de construcţii etc. Ele s-au dezvoltat pe măsura transformării pămîntului în mijloc de producţie, devenind în zilele noastre o ştiinţă primordială pentru „cunoaşterea“ pămîntului, precum şi pentru proiectarea şi execuţia lucrărilor care au ca bază pămîntul.

Triumful măsurărilor terestre, ca ştiinţă exactă, are loc în secolul al XIX-lea, cînd s-au perfecţionat instrumentele topografice şi s-au elaborat metode ştiinţifice de măsurare.

În această perioadă s-au făcut măsurători pentru a se determina forma şi dimensiunile Pămîntului (D e l a m b r e, B e s s e l etc.), s-a introdus sistemul de proiecţie Gauss pentru întocmirea planurilor şi hărţilor, s-a descoperit metoda celor mai mici patrate, care se aplică în calcule pentru obţinerea celor mai probabile rezultate ale măsurărilor, şi s-a extins metoda curbelor de nivel pentru reprezentarea reliefului pe planuri şi hărţi.

La mijlocul secolului al XIX-lea a apărut o nouă ştiinţă, *Fotogrammetria* care, în zilele noastre, a luat o dezvoltare deosebit de mare.

În ultimul timp, pentru lungimi, s-au inventat telemetre electrooptice (geodimetre) şi telemetre electromagnetice sau electronice (telurometre) care permit determinarea indirectă a distanţelor în timp foarte scurt şi cu mare precizie. Pentru nivelmentul geometric, s-au inventat nivele cu orizontalizare automată şi s-au automatizat operaţiile de măsurare şi de calcul,

instalînd instrumentele de nivelment și calculatoarele pe automobile amenajate în acest scop.

*

În țara noastră, pînă în anul 1700, s-au întocmit hărți numai cu caracter informativ, fără a avea la bază măsurări topografice.

Primele măsurări topografice, efectuate pe baze științifice, datează de la începutul secolului al XIX-lea, cînd Gheorghe Asachi, în Moldova (1816) și Gheorghe Lazăr, în Muntenia (1818) au înființat școlile de ingineri hotarnici.

Gheorghe Asachi, ca profesor de matematici cu aplicație practică de geodezie și arhitectură la Școala de la Trei Ierarhi din Iași a inaugurat clasa specială de inginerie în limba română.

Gheorghe Lazăr a înființat la București Școala de ingineri și a predat, în limba română, cursul „Geodezia sau ingineria cîmpului, cu iconomia și arhitectura".

La 1866, în timpul domnitorului Alexandru Ioan Cuza, s-a introdus sistemul metric, stabilindu-se, astfel, unificarea datelor obținute la măsurarea distanțelor care, pînă atunci, erau exprimate în diferite unități de lungime : stînjenul lui Șerban Vodă (1,966 m), stînjenul moldovenesc (2,23 și 2,02 m), prăjina, egală cu 3 stînjeni Șerban Vodă în Muntenia și cu 3 stînjeni moldovenești în Moldova.

În anul 1872 s-a înființat *Depozitul de război al armatei* cu scopul de a efectua măsurări geodezice și topografice și de a întocmi harta exactă a țării. Această instituție, în anul 1883, și-a schimbat denumirea în *Institutul geografic al Armatei*, avînd același scop de a întocmi harta exactă a țării.

După primul război mondial, în 1919, pentru aplicarea reformei agrare, s-a înființat *Direcția Cadastrului*, în cadrul căreia, în perioada 1919—1930, s-au executat ridicări topografice pe o suprafață de circa 10 milioane hectare.

Măsurările efectuate pentru reforma agrară se caracterizează prin faptul că planurile topografice au fost întocmite pe moșii sau pe porțiuni din acestea, fără racordare între ele și fără nivelment.

În anul 1930 s-a introdus *proiecția stereografică*, pentru toată țara, iar în anul 1933 a apărut un *Regulament pentru executarea lucrărilor de geodezie și cadastru*.

Determinarea rețelei geodezice, precum și măsurările planimetrice și nivelitice pentru întocmirea planurilor directoare (de tragere) la scara 1 : 20 000 și a hărților la scara 1 : 50 000, 1 : 100 000, 1 : 400 000 și 1 : 1 000 000 au fost efectuate de către Institutul Geografic al Armatei.

Specialiștii în măsurări terestre au fost pregătiți în școli militare, într-o școală de operatori topometri și prin cursuri de topografie la facultățile de agronomie, silvicultură, mine etc.

În 1935, în cadrul Facultății de agronomie din București, a luat ființă Secția de geniu rural, unde se făcea o pregătire și în domeniul măsurărilor terestre, iar în 1940 apare o secție de cadastru în cadrul Institutului Politehnic din București.

Măsurările topografice din această perioadă se caracterizează prin faptul că nu s-au executat unitar, ci în mod sporadic, după nevoile și posibilitățile fiecărui minister sau instituție.

În anii construcției socialiste ridicările topografice au fost efectuate pe întreg teritoriul țării, coordonat, executîndu-se măsurări noi, pe mari suprafețe, pentru nevoile urgente, legate de conservarea terenurilor în vederea înființării și organizării unităților agricole socialiste, precum și pentru obținerea planurilor în scopul proiectării și aplicării lucrărilor de îmbunătățiri funciare, de drumuri, de construcții edilitare etc. În acest scop, pentru uriașele sarcini ce trebuiau îndeplinite de sectorul măsurărilor terestre s-a reorganizat învățămîntul de specialitate și s-au dotat institutele și instituțiile de profil cu aparatura necesară.

Prin Reforma învățămîntului din anul 1948 s-a înființat în 1951 Facultatea de măsurări terestre, pentru pregătirea specialiștilor cu înaltă calificare, iar pentru crearea de cadre ajutătoare s-au înființat școli medii de topografie.

Tot în anul 1951 s-a introdus *Sistemul de proiecție cartografică Gauss-Kruger* și s-a adoptat, ca elipsoid de referință, *elipsoidul Krasowski* pentru întocmirea planurilor și hărților.

Pentru obținerea planurilor topografice, într-un timp cît mai scurt și la un preț de cost redus, în anul 1958 s-a înființat *Centrul de fotogrammetrie*, care s-a dezvoltat an de an, iar în 1969 s-a transformat într-un *Institut de fotogrammetrie*, devenind, în prezent, cea mai mare unitate din țară în domeniul măsurărilor terestre. Această unitate, în colaborare cu unitățile de specialitate județene au realizat, în anii 1958—1968, ridicări fotogrammetrice pe o suprafață de circa 15 milioane hectare. Planurile s-au întocmit la scara 1 : 10 000 și 1 : 5 000, iar pentru zone populate (orașe, zone industriale) și pentru lucrări speciale (vii, livezi etc.) la scara 1 : 2 000. Începînd din 1970, Institutul de fotogrammetrie și-a lărgit sfera de activitate devenind *Institutul de geodezie, fotogrammetrie, cartografie și organizarea teritoriului.* În prezent, acest Institut întocmește planurile topografice la scările 1 : 5 000 și 1 : 2 000.

În măsurările terestre, specialiștii români au adus importante contribuții prin introducerea de metode noi atît în operațiile de teren cît și în cele de calcul.

Grija pe care o arată partidul și statul pentru dezvoltarea sectorului de măsurări terestre în patria noastră se reflectă și în pregătirea de cadre de specialiști (o secție de geodezie pentru ingineri și o secție de cadastru funciar în care se pregătesc subingineri, 4 școli de cadastru și organizarea teritoriului) și în dotarea institutelor de specialitate cu aparatura cea mai modernă.

În afară de aceste cadre de pură specialitate, la realizarea măsurărilor terestre o deosebită contribuție o aduc inginerii și tehnicienii de îmbunătățiri funciare, de silvicultură, de agricultură, de construcții hidrotehnice etc. care, în facultățile și școlile de specialitate respective, primesc cunoștințe de topografie.

1.7. CERCUL TOPOGRAFIC

La ridicările planimetrice, măsurarea unghiurilor orizontale se face, în mod obișnuit, față de direcția nord-sud și în sensul mișcării acelor unui ceasornic. Chiar în cazul cînd se măsoară față de o direcție oarecare sau se

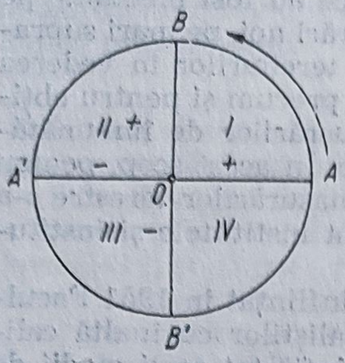


Fig. 1.11. Cercul trigonometric.

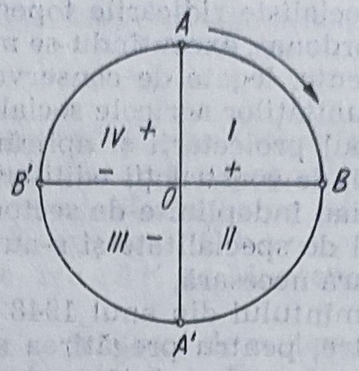


Fig. 1.12. Cercul topografic.

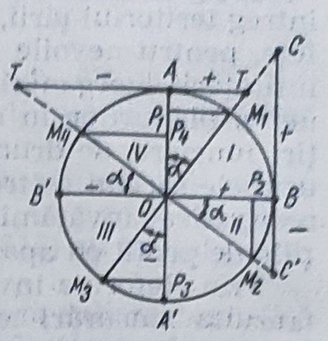


Fig. 1.13. Liniile trigonometrice în cercul topografic.

măsoară unghiurile dintre laturi, ele se aduc, prin calcul, tot la direcția nord-sud, deoarece formulele pentru calculul coordonatelor relative sînt stabilite față de două axe rectangulare, din care una din ele coincide cu direcția nord-sud.

Potrivit acestui principiu, în topografie, *cercul orientat*, pentru măsurarea unghiurilor, are originea pe diametrul care coincide cu direcția nord-sud și anume, în extremitatea de nord.

Cercul gradat orientat, în care diametrul de origine coincide cu direcția nord-sud, iar sensul pentru măsurarea unghiurilor este cel al mișcării acelor unui ceasornic a fost numit, în topografie, *cercul topografic*, spre deosebire de cercul orientat folosit în trigonometrie, numit *cerc trigonometric*, și care are originea pe diametrul orizontal, la extremitatea din dreapta a acestuia, iar sensul este invers rotației acelor unui ceasornic.

În cercul trigonometric (fig. 1.11), numerotarea cadranelor se face în sens invers mișcării acelor unui ceasornic, iar în cercul topografic (figura 1.12), în sensul rotației acelor de ceasornic, adică în sensul în care se măsoară arcele sau unghiurile.

Funcțiile trigonometrice în cercul topografic. Funcțiile trigonometrice care au aplicare în topografie sînt următoarele : sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta. Din trigonometrie, se știe că la cercul trigonometric se pot schimba originea și sensul pentru măsurarea arcelor fără ca definiția funcțiilor trigonometrice să se schimbe. În consecință, definițiile funcțiilor trigonometrice în cercul topografic (fig. 1.13) sînt întocmai ca în cercul trigonometric, adică :

$$\sin\alpha = \frac{M_1P_1}{OM_1};\ \cos\alpha = \frac{OP_1}{OM_1};\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{AT}{OA}\ \text{și}\ \operatorname{ctg}\alpha = \frac{BC}{OB}$$

În cercul topografic, raza fiind egală cu 1, adică $OM_1 = OA = OB = 1$, rezultă că funcțiile trigonometrice vor deveni, din rapoarte, linii și anume :

$$\sin\alpha = +M_1P_1\ ;\ \cos\alpha = +OP_1\ ;\ \operatorname{tg}\alpha = +AT \text{ și } \operatorname{ctg}\alpha = +BC.$$

De aceea, în topografie, funcțiile trigonometrice se numesc, în mod simplu, *linii trigonometrice*.

Funcțiile trigonometrice, reducîndu-se la linii, rezultă modul de măsurare a lor și anume : sinusul se măsoară pe diametrul BB' și este pozitiv

de la O la dreapta și negativ de la O la stînga ; cosinusul se măsoară pe diametrul AA' și este pozitiv de la O în sus și negativ de la O în jos ; tangenta are semnul pozitiv la dreapta lui A și negativ la stînga originii A ; cotangenta este pozitivă deasupra lui B și negativă sub B.

Variația funcțiilor sau liniilor trigonometrice în cercul topografic. Variația funcțiilor sau liniilor trigonometrice în cercul topografic este întocmai ca în cercul trigonometric, adică sinusul și cosinusul variază între $+1$ și -1, iar tangenta și cotangenta, între $+\infty$ și $-\infty$.

Reducerea funcțiilor sau liniilor trigonometrice la primul cadran. Reducerea la primul cadran constă în a determina funcțiile sau liniile trigonometrice ale unghiurilor mai mari decît un unghi drept (90° sau 100^g) Această reducere este necesară, deoarece, în formule, se introduc numai liniile trigonometrice ale unghiurilor cuprinse între 0^g (0°) și 100^g (90°).

Notînd cu θ unghiul cuprins între 0^g și 400^g și cu α unghiul cuprins între 0^g și 100^g, relațiile între θ și α, în cele patru cadrane, sînt următoarele :

— în cadranul I : $\theta = \alpha$; în cadranul II : $\theta = 100^g + \alpha$;

— în cadranul III : $\theta = 200^g + \alpha$; în cadranul IV : $\theta = 300^g + \alpha$.

Conform figurii 1.13, reducerea la cadranul I se face cu relațiile din tabelul 1.1.

Tabelul 1.1

Relațiile pentru reducerea la cadranul I

$\sin(100^g+\alpha) = +\cos\alpha$	$\cos(100^g+\alpha) = -\sin\alpha$
$\operatorname{tg}(100^g+\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}(100^g+\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$
$\sin(200^g+\alpha) = -\sin\alpha$	$\cos(200^g+\alpha) = -\cos\alpha$
$\operatorname{tg}(200^g+\alpha) = +\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}(200^g+\alpha) = +\operatorname{ctg}\alpha$
$\sin(300^g+\alpha) = -\cos\alpha$	$\cos(300^g+\alpha) = +\sin\alpha$
$\operatorname{tg}(300^g+\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}(300^g+\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$

Aceste relații pot fi reținute ușor, observînd că :

— dacă unghiul are sutele de grade cu soț (cadranul III), se suprimă sutele de grade, se ia aceeași funcție trigonometrică pentru unghiul rămas (α) și se dă semnul cadranului respectiv ;

— dacă unghiul are sutele de grade fără soț (cadranul II și IV), se suprimă sutele de grade, se ia cofuncția unghiului rămas (α) și se dă semnul cadranului respectiv.

Reducerea liniilor trigonometrice la cadranul I se poate face și cu relațiile din tabelul 1.2.

Se menționează că semnele și relațiile pentru reducerea la cadranul I, atît în primul cît și în al doilea caz, se pot stabili ușor, desenînd cercul

Tabelul 1.2

Alte relații pentru reducerea la cadranul I.

$\sin(100^g+\alpha) = +\sin(200^g-\alpha)$	$\cos(100^g+\alpha) = -\cos(200^g-\alpha)$
$\operatorname{tg}(100^g+\alpha) = -\operatorname{tg}(200^g-\alpha)$	$\operatorname{ctg}(100^g+\alpha) = -\operatorname{ctg}(200^g-\alpha)$
$\sin(200^g+\alpha) = -\sin(\theta-200^g)$	$\cos(200^g+\alpha) = -\cos(\theta-200^g)$
$\operatorname{tg}(200^g+\alpha) = +\operatorname{tg}(\theta-200^g)$	$\operatorname{ctg}(200^g+\alpha) = +\operatorname{ctg}(\theta-200^g)$
$\sin(300^g+\alpha) = -\sin(400^g-\theta)$	$\cos(300^g+\alpha) = +\cos(400^g-\theta)$
$\operatorname{tg}(300^g+\alpha) = -\operatorname{tg}(400^g-\theta)$	$\operatorname{ctg}(300^g+\alpha) = -\operatorname{ctg}(400^g-\theta)$

topografic și figurînd în el unghiurile θ și α și liniile trigonometrice corespunzătoare.

În afară de calcule, cercul topografic are importanță și la operațiile de măsurarea unghiurilor. Într-adevăr, pe teren, stabilind direcția nordului, care trece prin centrul aparatului, se poate observa ușor în ce cadran se află direcția vizată și, deci, se poate aprecia valoarea unghiului, evitîndu-se astfel greșelile.

1.8. UNITĂȚI DE MĂSURĂ ÎN TOPOGRAFIE

În topografie se folosesc unități de măsură pentru distanțe, pentru unghiuri și pentru suprafețe.

1.8.1. UNITĂȚI DE MĂSURĂ PENTRU DISTANȚE

Pentru distanțe, unitatea de măsură, adoptată astăzi de toate țările, este *metrul* cu multiplii și submultiplii lui.

În 1790, marii geodezi Delambre și Mechain, delegați de Academia franceză, au măsurat meridianul pămîntesc între Dunkerque și Barcelona și au propus ca *metrul să fie egal cu a 40 000 000 parte din lungimea meridianului terestru determinat la acea dată.*

A fost confecționată această lungime, denumită „metrul etalon" în 1801, și se păstrează la Sèvres lîngă Paris. În 1840, metrul a fost introdus, în mod obligatoriu, în Franța, apoi a fost adoptat și de alte țări. La noi, metrul a fost introdus în 1866 de către domnitorul Al. I. Cuza pentru unificarea măsurărilor, care pînă atunci se făceau cu diferite unități de lungime.

Ultimele țări care au adoptat metrul au fost Anglia și S.U.A. care, pînă în 1971, respectiv 1972, foloseau unități proprii pentru lungimi.

În 1960, Conferința generală de măsuri și greutăți a definit *metrul etalon* ca fiind *egal cu 1 650 763,73 lungimi de undă*, în vid, ale radiației portocalii emisă de gazul radioactiv Kripton 84. Multiplii și submultiplii metrului sînt :

1 dam = 10 m ; 1 hm = 100 m ; 1 km = 1 000 m ;

1 dm = 0,10 m ; 1 cm = 0,01 m ; 1 mm = 0,001 m.

În țara noastră, dintre unitățile vechi, pentru lungimi, mai importante sînt două și anume : stînjenul și prăjina. Atît stînjenul cît și prăjina n-au fost unitare, ci au diferit după provinciile unde s-au folosit și chiar în cuprinsul aceleiași provincii. Astfel, în Muntenia, stînjenul muntenesc, introdus de Șerban Vodă, avea lungimea de 1,966 m, iar stînjenul lui Constantin Vodă — 2,03 m. În Moldova, s-au folosit stînjenul moldovenesc cu lungimea de 2,23 m și de 2,02 m precum și stînjenul de Galați cu lungimea de 2,296 m.

În Transilvania și Bucovina s-a folosit stînjenul ardelenesc denumit și stînjenul vienez sau Klafter, cu lungimea de 1,896 m.

Prăjina este mai mare decît stînjenul, fiind egală, în Muntenia, cu trei stînjeni munteneşti, iar în Moldova cu trei stînjeni moldoveneşti.

1.8.2. UNITĂȚI DE MĂSURĂ PENTRU UNGHIURI

În topografie unitatea de măsură pentru unghiuri este *gradul*, care poate fi *sexagesimal* sau *centesimal*, după cum cercul este împărțit în 360 sau în 400 părți egale.

În sistemul de gradație sexagesimal, care se folosește de peste 3 000 ani, gradul are 60 minute, iar minutul 60 secunde, adică : $1° = 60'$ și $1' = 60''$. În gradația centesimală, introdusă în jurul anului 1800, gradul are 100 minute, iar minutul, 100 secunde, adică : $1^g = 100^c$ și $1^c = 100^{cc}$.

Gradația sexagesimală, folosită în special în matematică și fizică, este neeconomică, deoarece operațiile de calcul cu grade, minute și secunde se fac separat și, deci, greu de efectuat. Gradația centesimală, având la bază diviziunea zecimală, permite un calcul ușor și rapid, întocmai ca la numerele zecimale.

De aceea, gradația centesimală tinde să se aplice exclusiv, în timp ce gradația sexagesimală se utilizează tot mai puțin.

Transformarea gradelor. În dotarea actuală, existînd aparate cu ambele feluri de gradație, iar tabelele de valori naturale cuprinzînd valori în general pentru grade centesimale, este necesară transformarea gradelor dintr-un sistem în altul.

De obicei, transformarea gradelor dintr-un sistem în altul, se face cu ajutorul tabelelor, iar în lipsa acestora, prin calcul. Transformarea gradelor, prin calcul, se realizează după regula de trei simplă, știind că 90°, 5 400′ și 324 000″ corespund cu 100^g, $10\,000^c$ și $1\,000\,000^{cc}$, și invers. Pe baza acestei reguli s-au stabilit relațiile de egalitate între gradele, minutele și secundele sexazecimale și gradele, minutele și secundele centesimale și invers, adică :

$$1° = 1^g11^c11^{cc},111\,;\quad 1' = 1^c85^{cc},185\,;\quad 1'' = 3^{cc},086\,;$$

$$1^g = 54'\,;\quad 1^c = 32'',4\,;\quad 1^{cc} = 0'',324.$$

Radianul. În unele calcule topografice este necesar să se transforme unghiurile la centru în lungimile arcelor corespunzătoare. Această transformare se face cu ajutorul radianului.

Radianul este arcul, egal cu raza cercului, corespunzător unui unghi la centru. Știind că lungimea cercului este egală cu $2\pi R$, iar un radian are lungimea R, rezultă că un cerc are : $2\pi R : R = 2\pi$ radiani.

Din raportul între valoarea unghiulară și valoarea liniară a unui cerc rezultă valoarea unghiulară a unui radian, adică :

$$\rho^\circ = \frac{360^\circ}{2\pi} \text{ sau } \rho'' = \frac{360^\circ \cdot 60' \cdot 60''}{2 \cdot 3{,}14} = 206\,265''$$

și

$$\rho^g = \frac{400^g}{2\pi} \text{ sau } \rho^{cc} = \frac{400^g \cdot 100^c \cdot 100^{cc}}{2 \cdot 3{,}14} = 636\,620^{cc}.$$

1.8.3. UNITĂȚI DE MĂSURĂ PENTRU SUPRAFEȚE

Pentru suprafețe, unitățile de măsură rezultă din unitățile sistemului metric și din unitățile vechi românești pentru lungimi.

Din sistemul metric derivă metrul pătrat cu multiplii și submultiplii săi.

Unităţile vechi româneşti pentru suprafeţe, exprimate în metri pătraţi, mai importante sînt următoarele (tab. 1.3) :

Tabelul 1.3

Unităţi vechi româneşti pentru suprafeţe

Stînjenul pătrat muntenesc = 1 stj^2 = 3,8671212 m^2
Stînjenul pătrat moldovenesc = 1 stj^2 = 4,9729000 m^2
Stînjenul pătrat ardelenesc = 1 stj^2 = 3,5956095 m^2
Prăjina pogonească = 208,8240 m^2
Prăjina fălcească = 179,0240 m^2
Pogonul = 5 012,0000 m^2
Falca = 14 320,0000 m^2
Jugărul cadastral = 5 754,0400 m^2

1.9. MIJLOACE DE CALCUL

În topografie, volumul de calcule este în general aproximativ egal cu cel al operaţiilor de măsurare pe teren. De aceea, efectuarea calculelor trebuie să fie bine organizată pentru a se asigura precizia necesară, precum şi o productivitate cît mai mare. În mod curent, calculele topografice se efectuează cu maşina de calculat cu acţionare manuală sau electrică sau cu ajutorul tabelelor de valori naturale sau de coordonate topometrice.

În prezent, în dotarea institutelor de proiectare şi de cercetare, precum şi a trusturilor de construcţii pentru îmbunătăţiri funciare, în afara maşinilor de calculat cu acţionare manuală sau cu acţionare electrică, se utilizează maşini de calculat electronice de birou, mărind, în mod considerabil, productivitatea muncii în operaţiile de calcul.

1.9.1. MAŞINI DE CALCULAT CU ACŢIONARE MANUALĂ

Pentru calculele topografice se folosesc, în general, maşinile cu acţionare manuală de tip Odhner şi de tip Brunshwiga, care permit cele patru operaţii de bază : adunarea, scăderea, înmulţirea şi împărţirea.

Maşinile de calculat de tip Odhner. Maşinile de calculat sistem Odhner sînt de două feluri : cu pîrghie şi fără pîrghie.

Maşina de calculat de tip Odhner cu pîrghie este alcătuită din o parte fixă, numită *corpul* maşinii şi o parte mobilă, numită *căruciorul* maşinii (fig. 1.14). Corpul maşinii se compune din trei părţi principale : tabloul sau inscriptorul, pîrghia de operaţii şi manivela. Căruciorul este format din următoarele piese : totalizatorul, cu 13—15 cifre, ştergătorul, contorul (sau înregistratorul de ture) şi dispozitivul de translaţie al căruciorului.

Maşina de calculat de tip Odhner fără pîrghie este construită în mod asemănător cu cea prezentată mai sus, cu deosebirea că are un dispozitiv

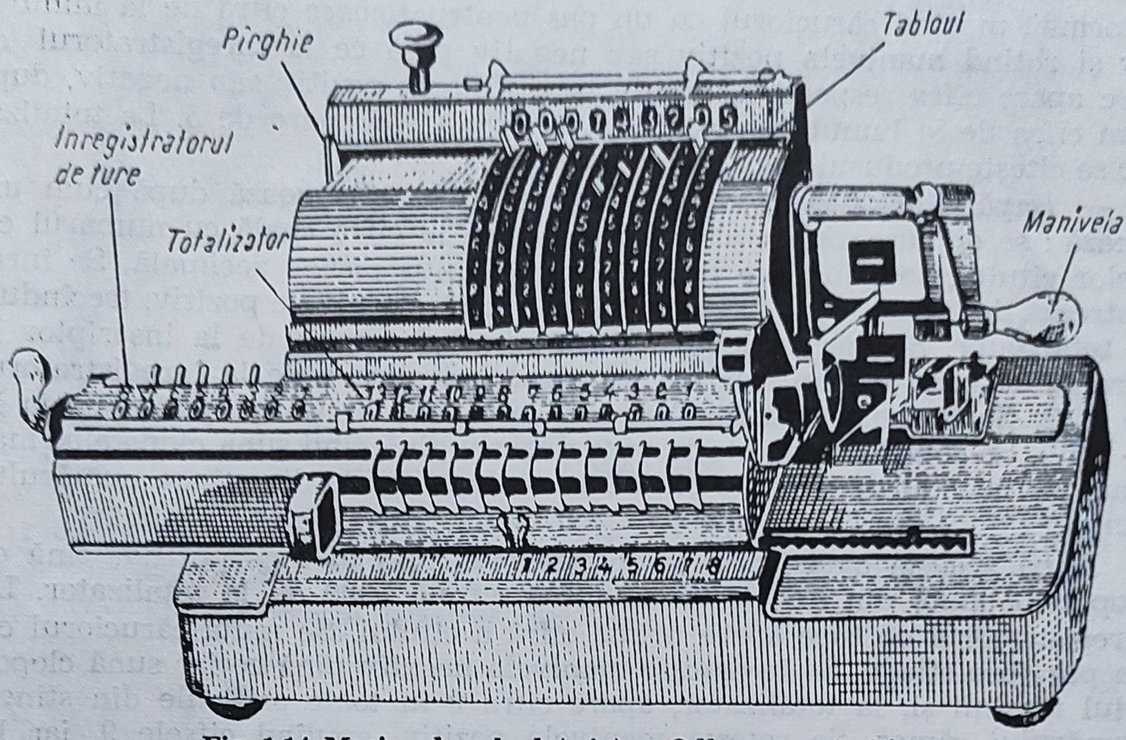


Fig. 1.14. Maşina de calculat sistem Odhner cu pîrghie.

special care face să apară, la înregistratorul de ture, cifre albe după învîrtirile pozitive şi cifre roşii după învîrtirile negative ale manivelei.

La noi, începînd din anul 1957, Cooperativa „Ciocanul" din Tg. Mureş fabrică maşina de calculat „Bolyai" care este de tip Odhner, fără pîrghie. Această maşină are 8 cifre la înregistratorul de ture, 10 cifre la inscriptor şi 13 cifre la totalizator, adică se caracterizează prin termenii : 8×10×13.

— *Pentru adunarea numerelor* la maşina de calculat cu pîrghie, se aşază pîrghia la + (mult), se aduc clapele la zero şi se înregistrează la tablou cifrele primului număr. Se roteşte manivela o dată înainte, adică în sens pozitiv, trecînd numărul respectiv la totalizator. Se aduc clapele la zero şi se înregistrează la inscriptor numărul următor, care, printr-o învîrtire de manivelă în sens pozitiv, se trece la totalizator. Se procedează, în continuare, în mod asemănător, înregistrînd la inscriptor şi apoi trecînd, la totalizator, celelalte numere de adunat, după care se citeşte la totalizator suma numerelor date.

— *Pentru scăderea a două numere* se înregistrează descăzutul la inscriptor după care se trece la totalizator. Se înregistrează apoi, la tablou, scăzătorul şi se roteşte manivela înapoi, adică în sens negativ, şi se citeşte, la totalizator, rezultatul scăderii.

— *Înmulţirea a două numere* se poate face prin mai multe procedee, dintre care cel mai economic este *prin scăderi multiple*. Prin acest procedeu, se aşază pîrghia la + (mult) şi se înregistrează deînmulţitul la inscriptor. Se mută căruciorul cu săgeata la cifra 1 şi se roteşte manivela pozitiv sau negativ pînă ce la înregistratorul de ture se obţine cifra unităţilor de la înmulţitor. Se mută căruciorul cu un pas, adică la cifra 2 şi, la fel, se roteşte manivela pozitiv sau negativ pînă ce la înregistratorul de ture se obţine cifra zecilor de la înmulţitor. În continuare, se procedează

întocmai, mutînd căruciorul cu un pas pentru fiecare cifră de la înmulţitor şi rotind manivela pozitiv sau negativ pînă ce la înregistratorul de ture apare cifra respectivă. Manivela se roteşte pozitiv sau negativ, după cum cifra de la înmulţitor este mai mică sau mai mare de 5. La totalizator se citeşte produsul celor doi factori.

— *Împărţirea,* fiind o scădere repetată, se efectuează după cum urmează : se deplasează căruciorul cu săgeata la cifra egală cu numărul cifrelor cîtului, socotindu-se partea întreagă plus partea zecimală. Se înregistrează deîmpărţitul la inscriptor şi se roteşte manivela pozitiv, trecîndu-l la totalizator. Se şterge deîmpărţitul, aducînd clapele de la inscriptor la zero, şi se roteşte manivela negativ, anulînd cifra 1 de la înregistratorul de ture. Se înregistrează împărţitorul la inscriptor şi se aşază pîrghia la — (div). Se roteşte manivela în sens negativ pînă cînd sună clopoţelul maşinii, iar la totalizator apare cifra 9 în toate orificiile din stînga numărului rămas.

După această avertizare, se roteşte manivela în sens pozitiv, pînă ce clopoţelul sună din nou şi se anulează cifrele 9999 de la totalizator. La înregistratorul de ture apare prima cifră a cîtului. Se mută căruciorul cu un pas spre stînga. Se învîrteşte manivela negativ pînă ce iar sună clopoţelul maşinii şi, la totalizator, apare cifra 9 în toate orificiile din stînga numărului rămas. Se roteşte manivela pozitiv, anulînd cifrele 9, iar la înregistratorul de ture apare a doua cifră a cîtului. În continuare, se procedează la fel, pînă ce la totalizator apare zero în toate orificiile sau rămîne un rest, cînd numerele date nu se împart exact. Se citeşte cîtul la contor. Cîtul se obţine cu cifre albe la maşinile cu pîrghie şi cu cifre roşii la cele fără pîrghie.

1.9.2. MAŞINI DE CALCULAT ELECTRONICE

În condiţiile actuale, în domeniul măsurărilor terestre, ca şi în cel al proiectării lucrărilor de îmbunătăţiri funciare, apare un volum mare de calcule. Pentru realizarea acestor cerinţe, în institutele şi întreprinderile de specialitate din ţara noastră se folosesc, pe scară tot mai largă, metodele matematice şi mijloacele moderne de mecanizare şi automatizare a calculelor. În acest scop, pentru calculele topografice, precum şi pentru proiectarea lucrărilor de îmbunătăţiri funciare, se folosesc maşini de calculat electronice de birou. Dintre acestea s-au introdus, mai mult, maşina de calculat FELIX CE 30 şi calculatorul electronic OLIVETTI PROGRAMA 101.

Maşina de calculat electronică de birou FELIX CE 30. Maşina de calculat FELIX CE 30 se produce, începînd din anul 1970, de către Fabrica de elemente pentru automatizare (FEA) din Bucureşti şi este în întregime tranzistorizată. Această maşină se compune din două părţi principale : partea *frontală* şi partea de jos sau *din plan* (fig. 1.15). La partea frontală este montat un tub catodic prevăzut cu un ecran pe care apar numerele pe patru rînduri, numite *registre* (fig. 1.16). Cele patru registre se umplu cu cifre, începînd din stînga jos, iar capacitatea fiecărui registru este de 13 cifre. În registrul nr. 1, apar toate numerele care se introduc şi toate rezultatele calculelor. În registrul nr. 2 apare numărul cu care se efec-

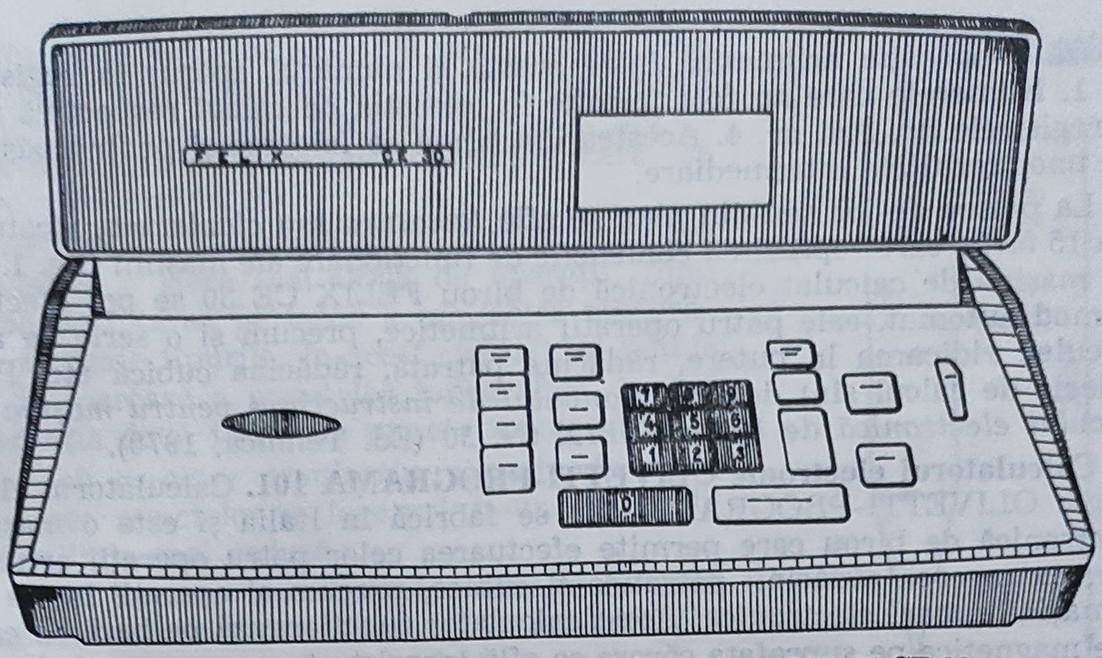


Fig. 1.15. Mașina de calculat electronică de birou FELIX CE-30.

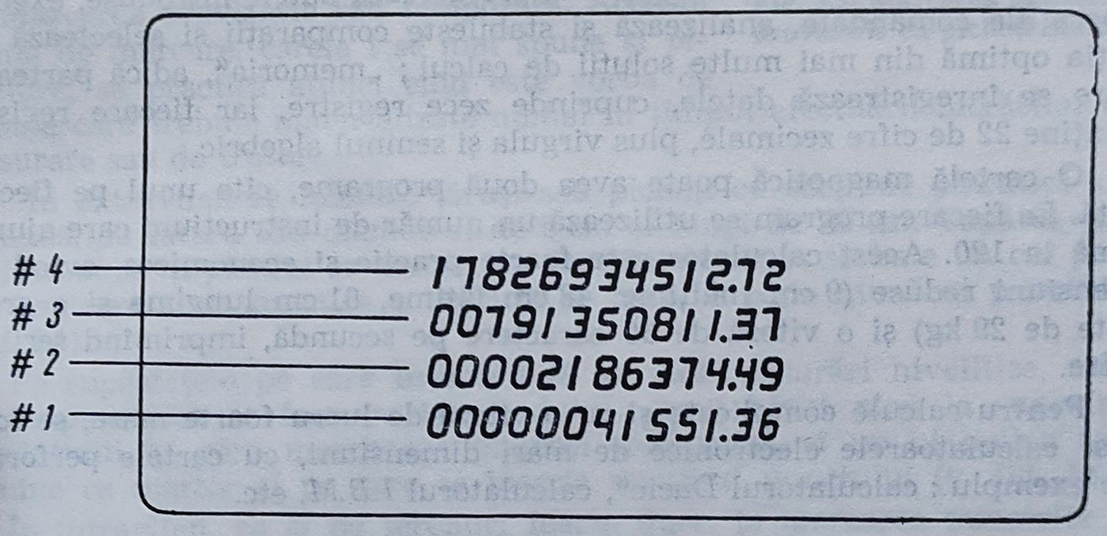


Fig. 1.16. Registrele mașinii electronice FELIX CE-30.

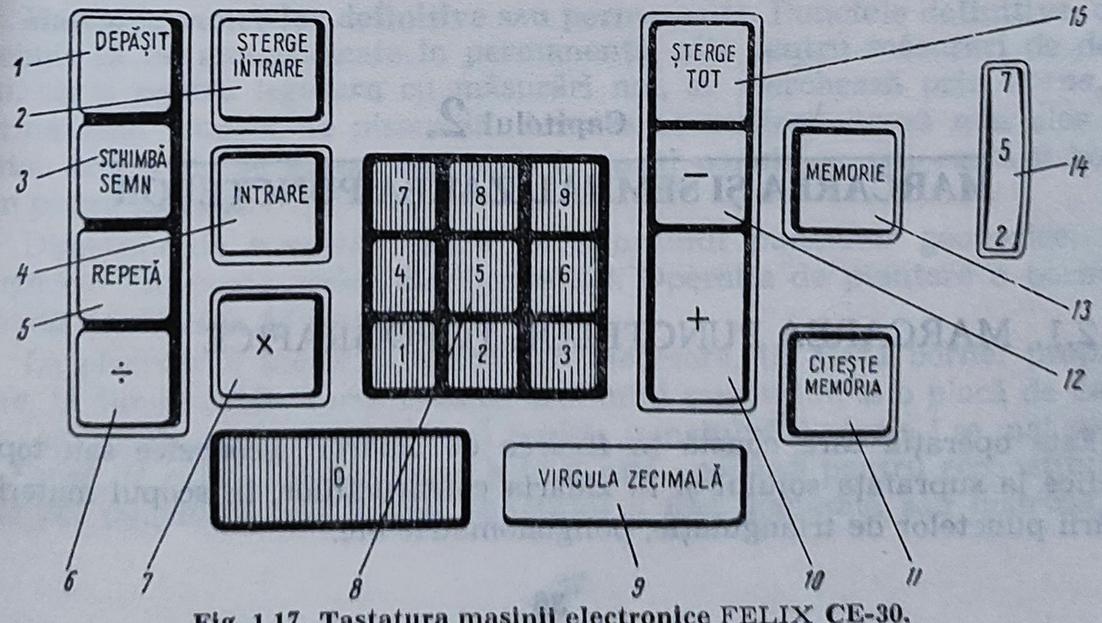


Fig. 1.17. Tastatura mașinii electronice FELIX CE-30.

tuează o operaţie aritmetică între acesta şi numărul apărut în registrul nr. 1. Numerele care au fost folosite în operaţia de calcul respectivă trec în registrele nr. 3 şi nr. 4. Acestea din urmă se folosesc şi pentru păstrarea unor rezultate intermediare.

La partea de jos sau din plan se află *tastatura sau claviatura,* alcătuită din 15 *taste,* care reprezintă comenzile de funcţionare ale maşinii (fig. 1.17). Cu maşina de calculat electronică de birou FELIX CE 30 se pot efectua, în mod automat, cele patru operaţii aritmetice, precum şi o serie de alte calcule : ridicarea la putere, rădăcina pătrată, rădăcina cubică etc. Procedeele de calcul sînt date în *Manualul de instrucţiuni pentru maşina de calculat electronică de birou FELIX CE 30* (Ed. Tehnică, 1970).

Calculatorul electronic OLIVETTI-PROGRAMA 101. Calculatorul electronic OLIVETTI-PROGRAMA 101 se fabrică în Italia şi este o maşină electronică de birou care permite efectuarea celor patru operaţii aritmetice, extragerea rădăcinii pătratice şi cubice, precum şi operaţii logice ca şi maşinile mari electronice. Acest calculator funcţionează pe bază de cartele magnetice pe suprafaţa cărora se află înregistrat un program de lucru. După programul stabilit, calculatorul prelucrează datele introduse, execută operaţiile comandate, analizează şi stabileşte comparaţii şi selectează soluţia optimă din mai multe soluţii de calcul ; „memoria", adică partea în care se înregistrează datele, cuprinde zece registre, iar fiecare registru conţine 22 de cifre zecimale, plus virgula şi semnul algebric.

O cartelă magnetică poate avea două programe, cîte unul pe fiecare faţă. La fiecare program se utilizează un număr de instrucţiuni care ajunge pînă la 120. Acest calculator este foarte practic şi economicos, avînd dimensiuni reduse (9 cm înălţime, 48 cm lăţime, 61 cm lungime şi o greutate de 29 kg) şi o viteză de 30 caractere pe secundă, imprimînd serii de cifre.

Pentru calcule complicate şi cu o viteză de lucru foarte mare, se folosesc calculatoarele electronice de mari dimensiuni, cu cartele perforate, de exemplu : calculatorul Dacic", calculatorul *I.B.M.* etc.

Capitolul 2.

MARCAREA ŞI SEMNALIZAREA PUNCTELOR

2.1. MARCAREA PUNCTELOR TOPOGRAFICE

Este operaţia care constă în fixarea de „mărci" geodezice sau topografice la suprafaţa solului şi în zidăria construcţiilor, în scopul materializării punctelor de triangulaţie, poligonometrie etc.

Punctele topografice pot fi *permanente*, cum este cazul celor de sprijin care se marchează pentru a dura o lungă perioadă de timp, sau de interes *temporar* (sau provizoriu) și care se marchează provizoriu.

De fapt, prin materializarea punctelor se are în vedere o sferă mai largă de operații, fiind vorba de fixarea pe teren a punctelor topografice de toate tipurile. În acest context, al noțiunii de marcare a punctelor topografice, se pot **diferenția două feluri de puncte topografice :**

— *cu caracter provizoriu*, situație în care marcarea punctelor se face printr-un mijloc de durabilitate mai redusă ;

— *cu caracter permanent*, situație în care punctele trebuie materializate prin modalitățile prevăzute de instrucțiunile tehnice.

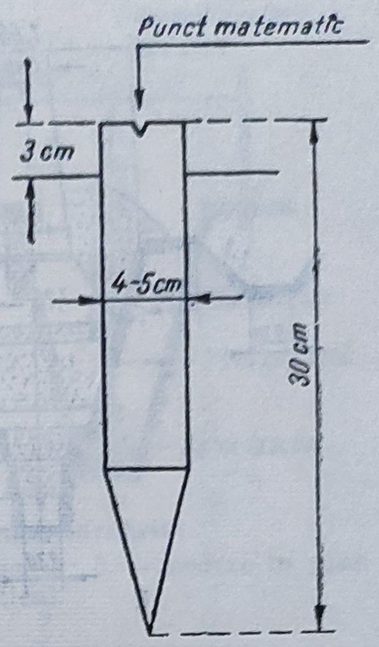


Fig. 2.1. Marcarea punctelor provizorii cu picheți simpli.

Marcarea provizorie sau temporară. Această formă de marcare, căreia i se mai spune și *pichetare*, se practică atunci cînd este vorba de puncte care trebuie materializate numai în timpul efectuării lucrărilor de măsurare sau de trasare.

În extravilan se folosesc țăruși sau picheți cu secțiune pătratică sau rotundă, cu latura sau diametrul de 5 cm și lungi de 30 cm. Capătul care se introduce în pămînt se ascute, iar la celălalt capăt se bate un cui pentru centrare și se practică o teșitură pe care se scrie numărul punctului (fig. 2.1).

Pe suprafețele pe care urmează să se facă măsurări nivelitice, marcarea punctelor se face cu țăruși dubli : unul bătut pînă la suprafața pămîntului, și care marchează punctul topografic, și un al doilea care rămîne ca martor și pe care se înscrie numărul punctului (v. fig. 14.1).

În intravilan, ca și pe terenuri foarte dure, la marcarea punctelor se folosesc țăruși metalici.

Marcarea punctelor definitive sau permanente. Punctele definitive, care trebuie să fie materializate în permanență, atît pentru măsurări de detaliu, cît și pentru legătura cu măsurări noi, se marchează prin *borne*, de forma unui trunchi de piramidă. Acestea se confecționează mai ales din beton armat dar se găsesc mai mult în cazul punctelor mai vechi și borne din piatră cioplită.

Dimensiunile bornelor diferă după ordinul punctelor geodezice, așa după cum se poate vedea din figura 2.2. Operația de plantare a bornelor poartă denumirea de *bornare*.

La efectuarea acestei operații este necesară, în afara bornei propriuzise, la dimensiunile caracteristice ordinului punctului, și o placă de beton pe care printr-un x se marchează poziția punctului și căreia i se mai spune și *bornă de subsol*. Borna de la subsol este necesară pentru reconstituirea poziției punctului cînd borna punctului a fost deplasată sau distrusă.

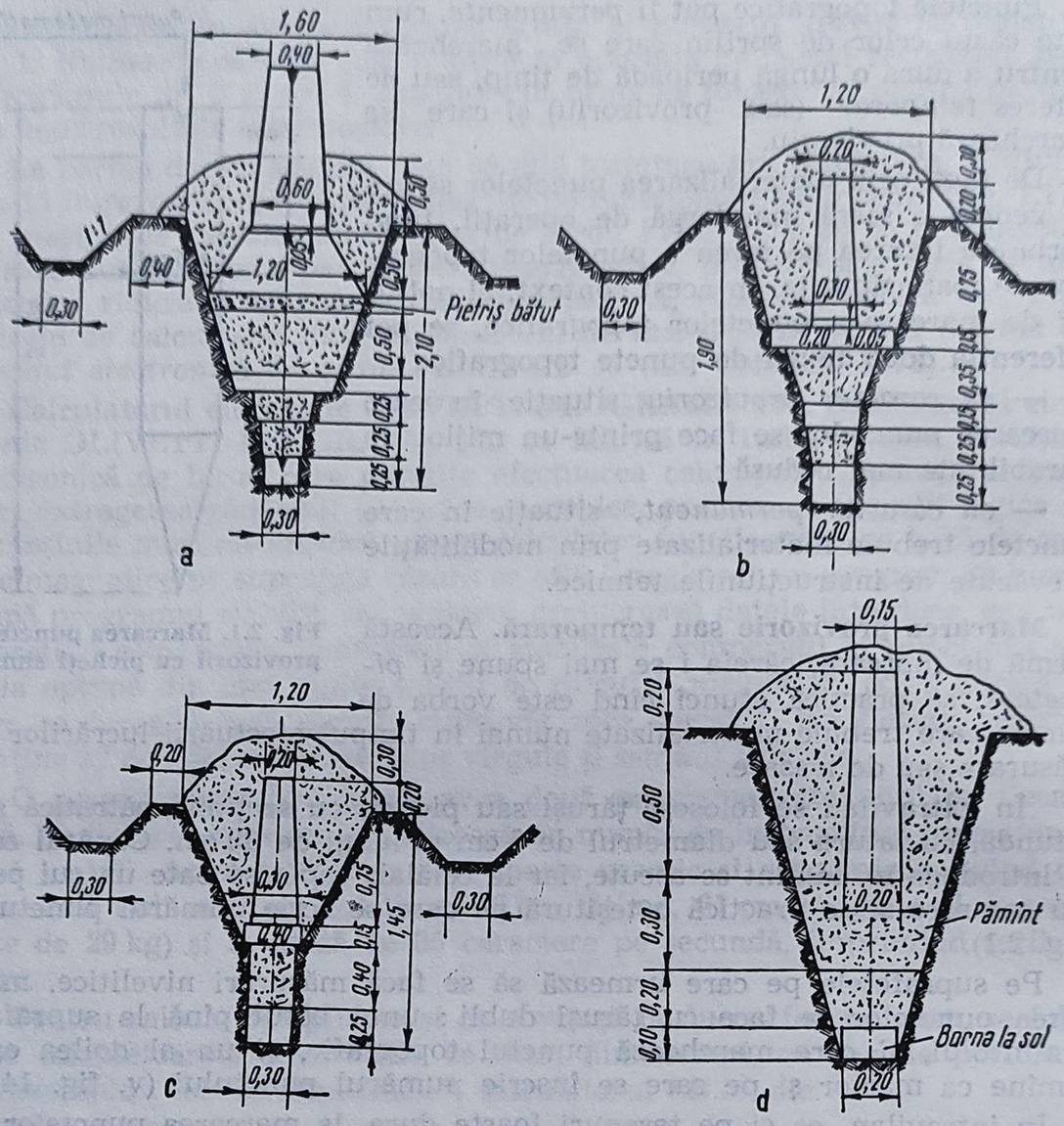


Fig. 2.2. Bornarea punctelor geodezice :

a — ordinul I ; *b* — ordinul II ; *c* — ordinele III și IV ; *d* — ordinul V.

La plantarea bornei trebuie avut grijă ca axul vertical al bornei să treacă prin punctul marcat pe borna de subsol.

Înainte de a se începe săparea gropii se bat 4 țăruși, pe două direcții perpendiculare una pe alta (fig. 2.3, *a*). Punctul de întîlnire a două sfori care leagă țărușii între ei, doi cîte doi, corespunde cu poziția punctului topografic.

După săparea gropii, pe fundul ei se așază borna de subsol. Transmiterea exactă a poziției punctului topografic se face cu ajutorul firului cu plumb de la intersecția celor 2 sfori, care se întind din nou. În continuare, după așezarea bornei de subsol, se pune un strat de pămînt, iar peste acesta un strat semnalizator de cărămidă pisată, zgură sau alt material care să se deosebească de pămînt și care să atragă atenția la reconstituirea punctului. Peste un nou strat de pămînt, bine tasat, se așază borna propriu-zisă, evident cu reperul de la partea superioară, de regulă un

bulon metalic încastrat în bornă, pe verticala punctului. De asemenea, se mai recomandă ca una din feţele bornei să fie dirijată spre direcţia nordului.

Borna se lasă afară din pămînt 15—20 cm mai sus de nivelul solului şi se acoperă cu un muşuroi. În jurul bornei se sapă un şănţuleţ pentru evacuarea apei. Pentru fiecare punct marcat se întocmeşte o fişă în care se indică poziţia punctului, felul bornării etc.

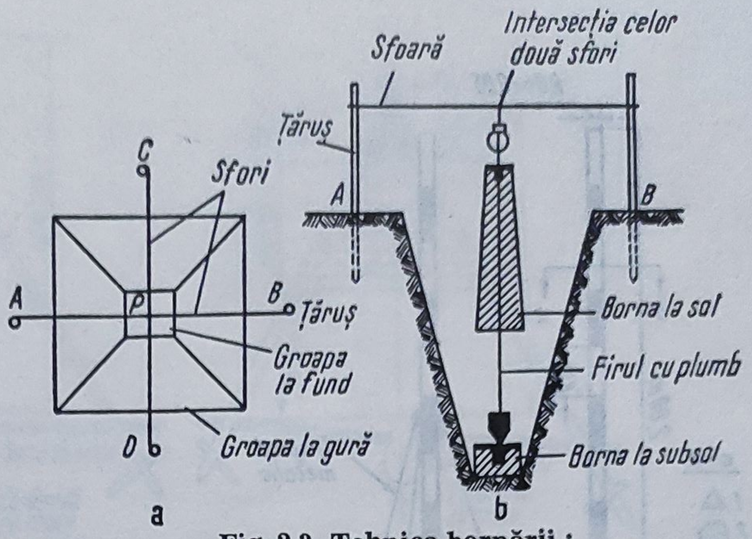


Fig. 2.3. Tehnica bornării :
a — vedere în plan orizontal ; *b* — vedere în plan vertical.

2.2. SEMNALIZAREA PUNCTELOR

Este operaţia de amplasare a unor semnale, de formă şi construcţie diferită, prin care se pune în evidenţă poziţia punctelor geodezice şi topografice, cu scopul de a face posibilă observarea lor de la depărtare.

Operaţia de semnalizare se realizează în mod diferit, după cum este vorba de punere în evidenţă a punctelor în momentul efectuării observaţiilor sau în mod permanent.

2.2.1. SEMNALIZAREA TEMPORARĂ A PUNCTELOR

Punctele de drumuire, cele poligonometrice şi uneori şi punctele de intersecţie trebuie semnalizate numai pe timpul efectuării observaţiilor. În aceste cazuri semnalizarea se realizează cu jaloane sau balize.

Semnalizarea cu jaloane. Jaloanele sînt semnale simple, confecţionate din lemn, cu lungimea de 2 m şi grosimea de 5 cm. În secţiune, jaloanele au formă hexagonală şi mai rar triunghiulară (fig. 2.4).

Ele sînt vopsite pe porţiuni de cîte 20 cm în alb şi roşu, iar la capătul inferior sînt prevăzute cu cîte un sabot metalic.

Jalonul se înfige în pămînt sau se ţine vertical pe punct de către un muncitor. Cînd observaţiile durează un timp mai lung, ţinerea jalonului în poziţie verticală este bine să se facă cu ajutorul unui trepied metalic (fig. 2.4, *b*).

Semnalizarea cu balize. Aşa cum precizează STAS nr. 3330-52, asemenea semnale se utilizează la materializarea temporară a punctelor geodezice de ordinul IV pentru măsurări goniometrice. Baliza este formată din 3 părţi : corp, fluture şi cutia de bază.

Corpul balizei este o manelă lungă de 5—7 m, cu secţiunea cilindrică sau pătratică, diametrul sau latura fiind de 5—6 cm. Vîrful semnalului se vopseşte în negru pe o lungime de 30 cm, iar restul corpului se văruieşte (fig. 2.5).

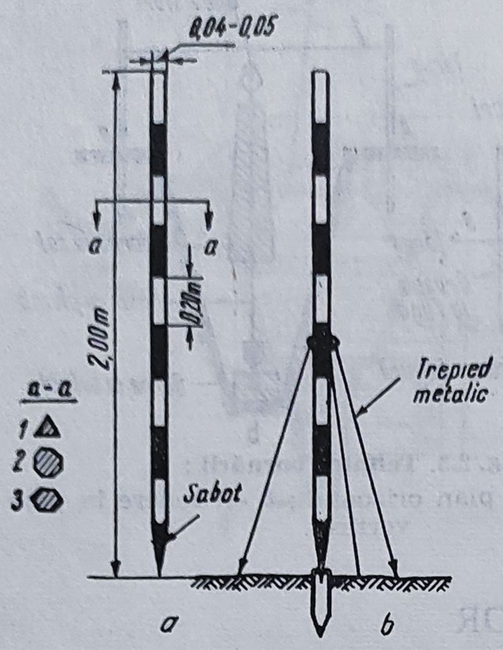


Fig. 2.4. Jalon : simplu (*a*) și susținut de trepied (*b*).

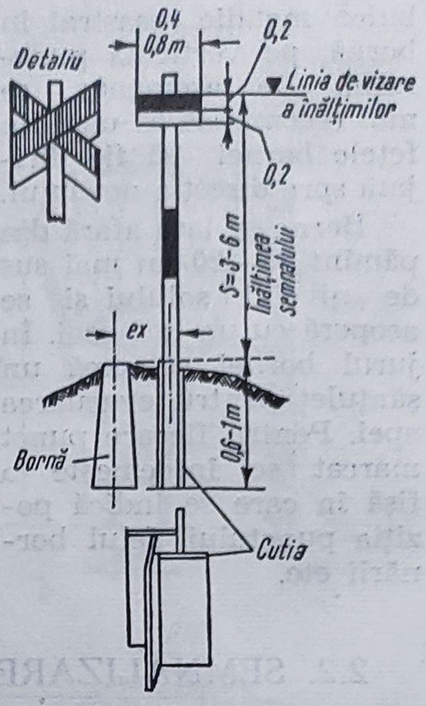


Fig. 2.5. Semnalizarea cu balize.

Fluturele semnalului constă din patru șipci fixate de corpul semnalului prin chertare, în poziții perpendiculare una față de alta, și vopsite pe o față în alb-negru, iar pe cealaltă față invers, negru-alb, astfel ca din orice poziție albul și negrul să se vadă alternant.

Cutia de bază se confecționează din 4 scînduri, formînd un lăcaș cu secțiunea pătratică, puțin mai marè decît cea a corpului balizei.

Cutia de bază se fixează în sol, fie excentric de punctul marcat prin baliză, în care caz se măsoară direcția și mărimea excentricității, fie chiar pe punct, materializat pe teren numai prin bornă de subsol.

2.2.2. SEMNALIZAREA PERMANENTĂ A PUNCTELOR

Semnalizarea punctelor de sprijin cu caracter permanent se realizează cu ajutorul *piramidelor*. Se disting două tipuri de piramide : la sol și cu poduri.

Piramidele topografice la sol (fig. 2.6). Se confecționează din manele, mai rar din metal și au forme și înălțimi diferite. Cele mai folosite sînt piramidele cu patru picioare, care au la partea superioară un fluture, asemănător cu cel de la balize, sau un pop vopsit în negru, corespunzător cu ordinul punctului geodezic.

Piramidele cu poduri. Au înălțime mai mare și se construiesc pentru semnalizarea, îndeosebi a punctelor geodezice.

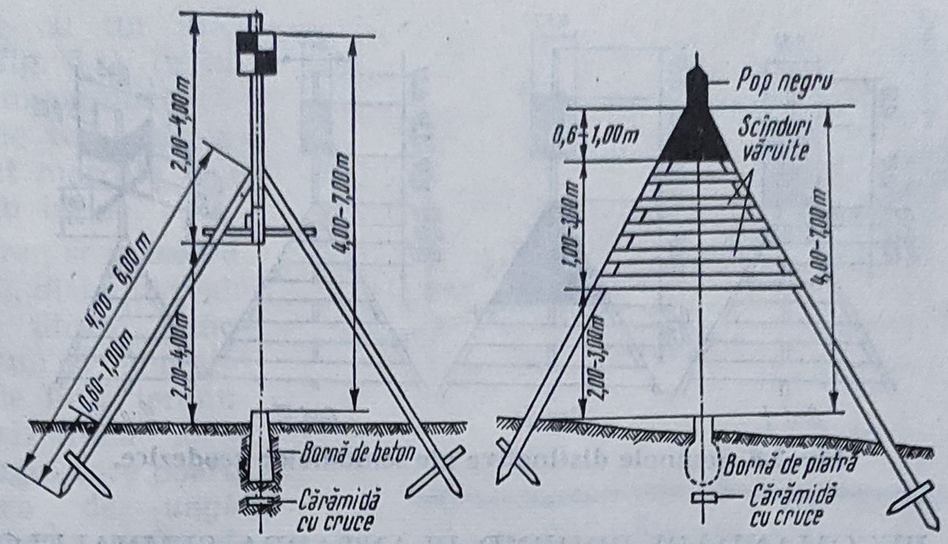


Fig. 2.6. Piramide topografice la sol.

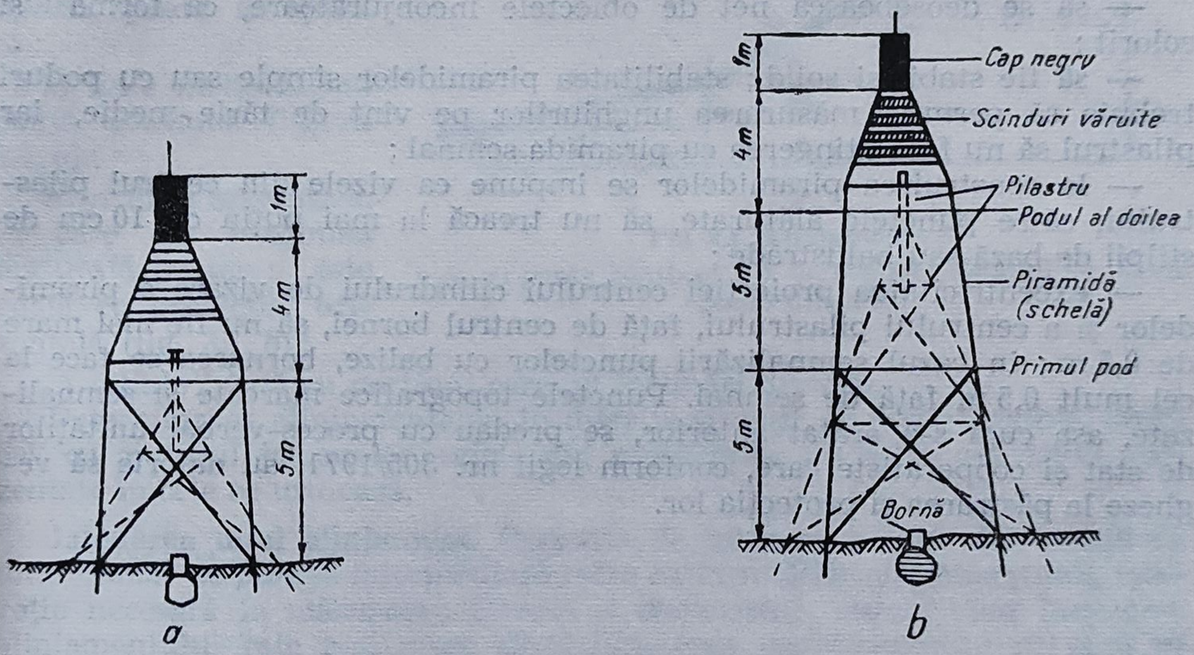


Fig. 2.7. Piramide topografice :
a — cu un pod ; *b* — cu două poduri.

În raport cu distanţa şi cu vizibilitatea de la un punct la altul, se construiesc piramide cu unul sau mai multe poduri (fig. 2.7).

Aşa cum s-a arătat mai sus, partea superioară a piramidelor constă dintr-un fluture sau pop. În figura 2.8 sînt arătate semnele distincte ale semnalelor geodezice, după ordinul punctelor.

În situaţii deosebite, cum sînt cele ale punctelor constituite din puncte situate pe silozuri, biserici, fabrici, uzine etc., semnalizarea se realizează prin semnale specifice, vizarea făcîndu-se la partea superioară a acestora.

La semnalizarea semnalelor care se vizează în timpul nopţii se folosesc semnale luminoase, faruri şi heliotroape.

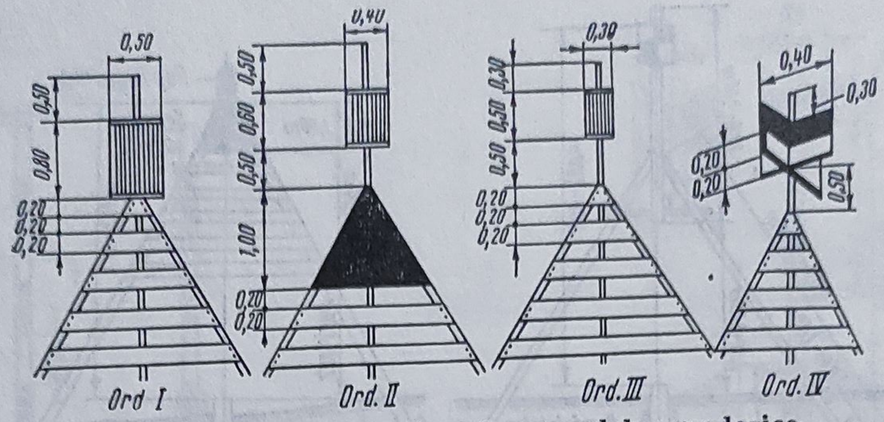


Fig. 2.8. Semnele distinctive ale semnalelor geodezice.

2.2.3. RECOMANDĂRI PRIVIND PLANTAREA SEMNALELOR

Oricare ar fi tipul de semnal construit, el trebuie să îndeplinească, conform instrucțiunilor, următoarele condiții :

— să se deosebească net de obiectele înconjurătoare, ca formă și colorit ;

— să fie stabil și solid ; stabilitatea piramidelor simple sau cu poduri trebuie să permită măsurarea unghiurilor pe vînt de tărie medie, iar pilastrul să nu facă atingerea cu piramida semnal ;

— la construirea piramidelor se impune ca vizele din centrul pilastrului, către punctele alăturate, să nu treacă la mai puțin de 10 cm de stîlpii de bază sau balustrade ;

— excentricitatea proiecției centrului cilindrului de vizare a piramidelor și a centrului pilastrului, față de centrul bornei, să nu fie mai mare de 0,5 m ; în cazul semnalizării punctelor cu balize, bornarea se face la cel mult 0,5 m față de semnal. Punctele topografice marcate și semnalizate, așa cum s-a arătat anterior, se predau cu proces-verbal unităților de stat și cooperatiste care, conform legii nr. 305/1971, au datoria să vegheze la păstrarea și protecția lor.

Capitolul 3.

LUCRĂRI DE JALONARE

3.1. ALINIAMENTE. JALONAREA ALINIAMENTELOR

Prin *aliniament* se înțelege distanța între două puncte materializate pe teren. În plan orizontal, aliniamentul se prezintă ca o linie dreaptă, iar în plan vertical ca o linie sinuoasă, rezultată din intersectarea suprafeței

terenului cu un plan frontal (fig. 3.1). În lucrările topografice extremităţile unui aliniament sînt marcate prin ţăruşi sau borne.

Pe teren se măsoară, de regulă, distanţa reală înclinată dintre puncte, precum şi unghiul format de linia terenului cu orizontala locului, α, unghi care poartă denumirea de *unghi vertical* sau unghi *de pantă* al terenului.

În funcţie de relieful terenului, aliniamentul poate să apară ca :

a) linie înclinată, cu pantă continuă (figura 3.1, *a*) ;

b) o linie orizontală, în care caz lungimea măsurată pe teren este egală cu proiecţia orizontală (fig. 3.1, *b*) ;

c) o linie frîntă cu porţiuni care au înclinări diferite.

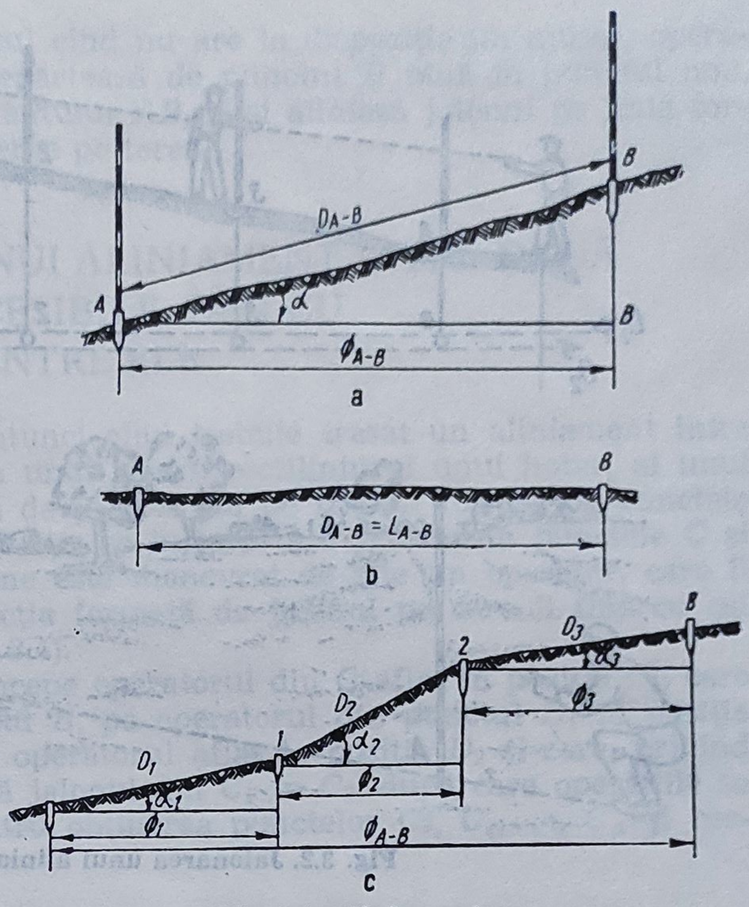


Fig. 3.1. Aliniamente :
a — cu panta continuă ; *b* — în plan orizontal ; *c* — cu pante diferite.

Determinarea aliniamentelor, în diferite situaţii, se poate rezolva, deseori, cu ajutorul jaloanelor, unele din problemele de acest gen fiind prezentate în cele ce urmează.

Jalonarea unui aliniament. Operaţia de jalonare constă din stabilirea unui număr de puncte intermediare între extremităţile aliniamentului, operaţie necesară la măsurarea directă a distanţelor, atunci cînd lungimea aliniamentului este mai mare decît lungimea instrumentului cu care se efectuează măsurarea, sau cînd diametrul este determinat de puncte situate de o parte sau alta a unei văi sau deal.

Jalonarea se efectuează prin instalarea unor jaloane, în punctele intermediare, începînd cu punctul cel mai îndepărtat (*B*), spre operator (*A*), considerînd că aliniamentul de jalonat este cel determinat de punctele *A* şi *B*. Operaţia de jalonare se realizează cu un ajutor, care ia 2—3 jaloane pe care le aşază culcat, pe distanţe aproximativ egale, către punctul *B*.

Jalonarea începe de la punctul cel mai îndepărtat către operator. În punctul *1*, cel mai apropiat de punctul *B*, ajutorul ţine un jalon, în poziţie cît mai verticală, şi priveşte către operator, care îi semnalizează cu mîna cum trebuie să deplaseze jalonul pentru ca acesta să se afle pe aliniament (fig. 3.2).

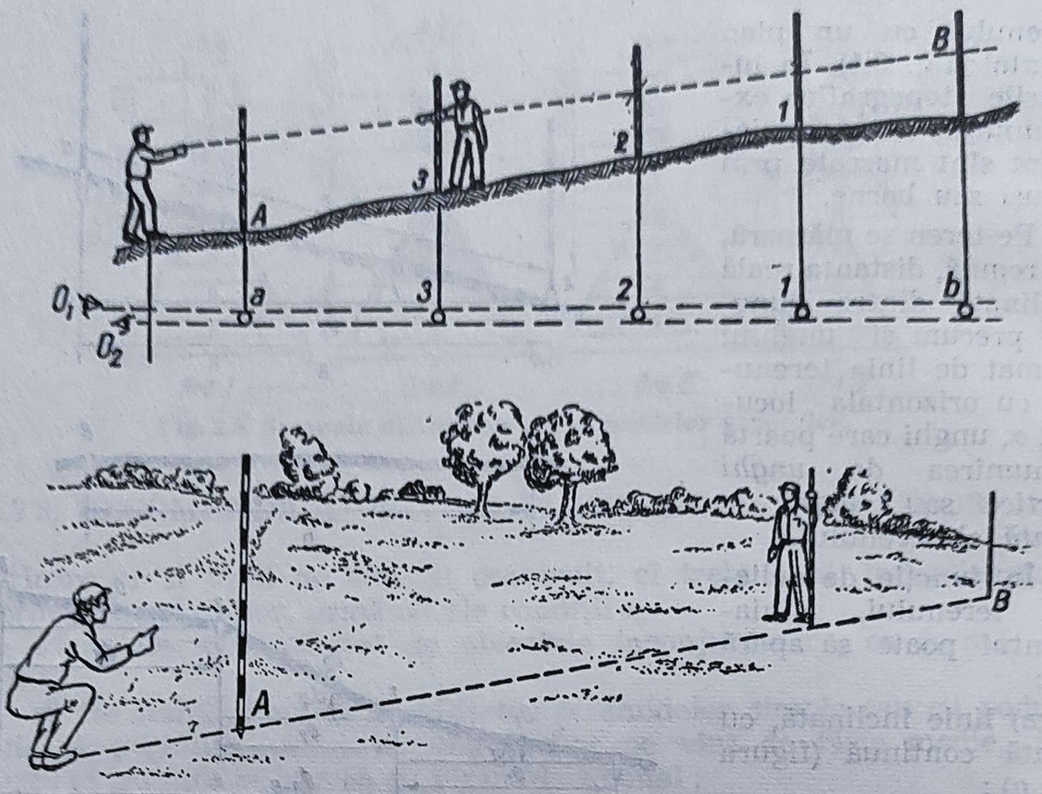


Fig. 3.2. Jalonarea unui aliniament.

Operatorul, așezat în spatele jalonului din *A*, la 1—2 m, semnalizează ajutorului poziția pe care trebuie s-o ia, precum și situația cînd jalonul se află pe aliniament.

După stabilirea poziției primului punct, operațiile se continuă în același mod și pentru punctele următoare ale aliniamentului.

Prelungirea unui aliniament. Este operația prin care se obțin o serie de puncte noi în prelungirea unui aliniament.

În situația cînd operatorul are la dispoziție un ajutor, îl dirijează cu ajutorul celor două jaloane stabilite la extremitățile aliniamentului, în

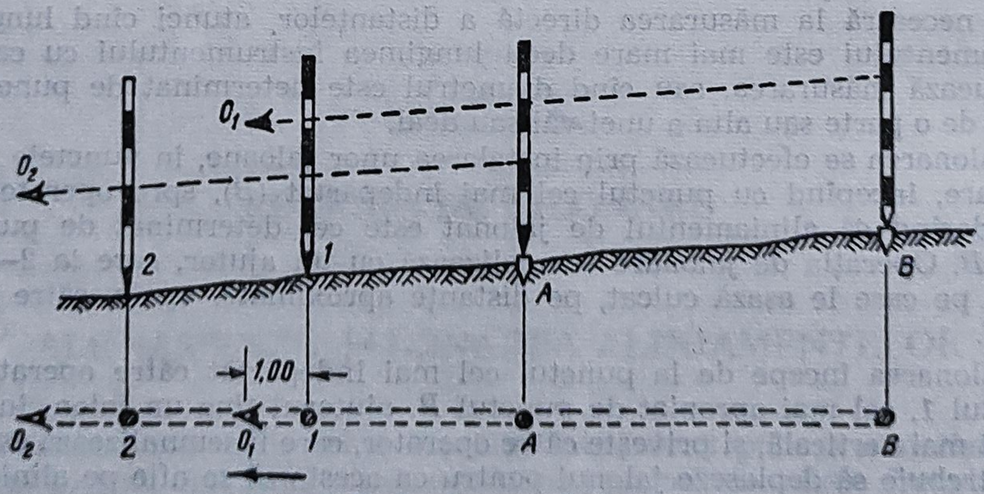


Fig. 3.3. Prelungirea unui aliniament.

continuarea acestuia. În cazul cînd nu are la dispoziţie un ajutor, operatorul ia un jalon şi se îndepărtează de punctul B pînă în punctul nou, aflat în prelungirea aliniamentului AB, şi-şi aliniază jalonul pe linia formată de cele 2 jaloane existente pe teren.

3.2. JALONAREA UNUI ALINIAMENT ÎNTRE DOUĂ PUNCTE INACCESIBILE, DAR CU VIZIBILITATE ÎNTRE ELE

Această situaţie apare atunci cînd trebuie trasat un aliniament între două construcţii, sub forma unui traseu rectiliniu al unui hotar, al unui drum etc. pentru obţinerea de puncte noi pe traseul format de punctele A şi B. Într-o asemenea situaţie se instalează 2 jaloane în punctele C şi D. Fiecare din aceste jaloane este manevrat de cîte un operator, care îl aliniază pe celălalt pe direcţia formată de jalonul pe care îl ţine cu cel opus, C pe B şi D pe A (fig. 3.4).

Operaţia de aliniere o începe operatorul din C aflat în poziţia C_1, care deplasează, vizînd la punctul B, pe operatorul din punctul D_1 în poziţia D_2. În continuare intervine operatorul aflat în poziţia D_2 şi care, privind la jalonul din A, deplasează jalonul din C_1 în C_2, după care operaţiile se succed în acelaşi mod, pentru obţinerea punctelor C_3, C_4, . . ., C_n şi respectiv, D_3, D_4, . . ., D_n.

3.3. JALONAREA UNUI ALINIAMENT PESTE UN DEAL

Obţinerea punctelor intermediare necesare alinierii, pentru măsurarea distanţelor, se face în mod diferenţiat, după înălţimea formei de relief. Formaţia de lucru este diferită, după situaţia care trebuie rezolvată.

Jalonarea cu două jaloane intermediare. Atunci cînd forma de relief nu este prea înaltă (fig. 3.5, *a*), operaţia de obţinere de puncte intermediare se poate realiza cu ajutorul a 2 puncte ajutătoare, C şi D. Condiţia de vizibilitate este de la A la D şi de la B la C, astfel încît punctele noi D şi C să se afle pe aliniamentele $\overline{AD}$ şi $\overline{BC}$.

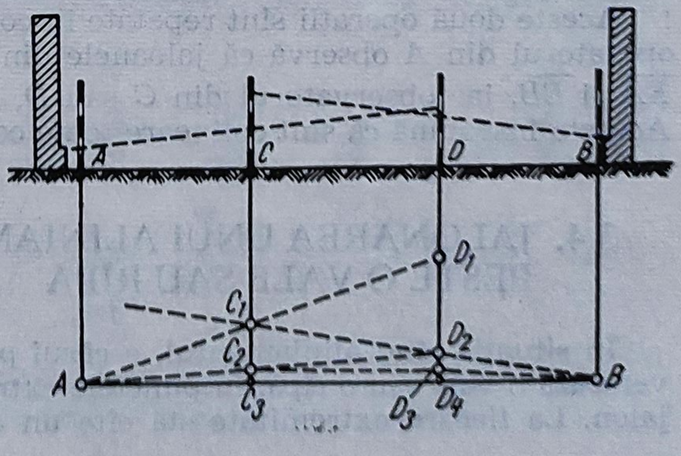


Fig. 3.4. Jalonarea unui aliniament între două puncte inaccesibile, dar cu vizibilitate între ele.

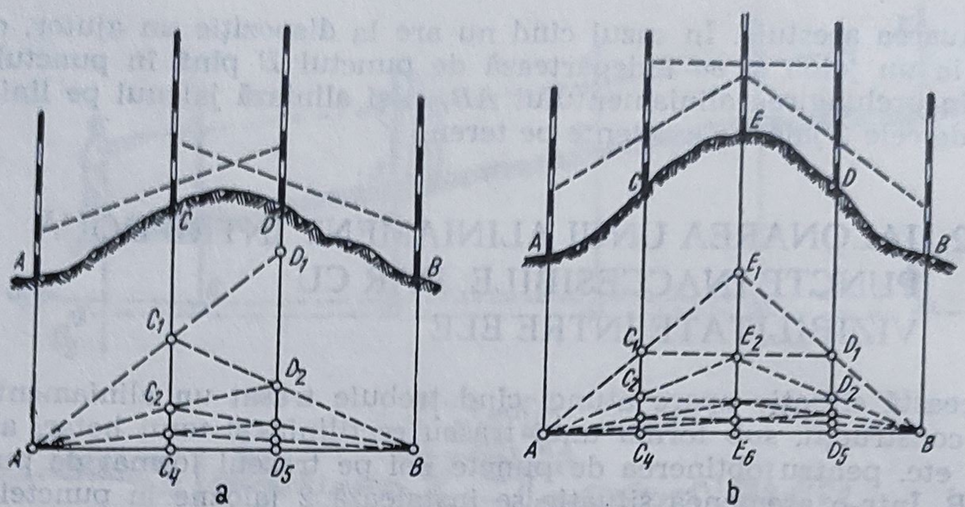


Fig. 3.5. Jalonarea unui aliniament peste un deal :
a — cu două jaloane intermediare ; *b* — cu trei jaloane intermediare.

Formaţia de lucru este alcătuită din 2 operatori care manevrează jaloanele din D şi C, în timp ce jaloanele din A şi B sînt fixate pe ţăruşi cu trepiede.

Operaţia de aliniere se desfăşoară ca şi în cazul jalonării între două puncte inaccesibile, dar cu vizibilitate între ele, aşa cum, de fapt, se poate deduce şi de pe schiţă.

Jalonarea cu 3 jaloane intermediare. Atunci cînd configuraţia terenului nu permite folosirea a numai 2 jaloane se introduce un al treilea jalon ajutător, condiţia de vizibilitate fiind :

— din punctul A să se vadă jaloanele din punctele C şi E ;

— din punctul B să se vadă jaloanele din punctele E şi D ;

— din punctul C să se vadă jaloanele din punctele E şi D, sau din punctul D să se vadă punctele C şi E.

Pentru efectuarea lucrării sînt necesari 3 operatori, instalaţi cu cîte un jalon în punctele C, E şi D, în timp ce în punctele A şi B se fixează cîte un jalon, menţinut în poziţie verticală cu ajutorul a cîte unui trepied.

Operaţia de jalonare se desfăşoară în ordinea următoare :

— din punctul E se vizează la jaloanele din punctele A şi B şi se duc jaloanele din punctele C şi D în poziţiile C_1 şi D_1 :

— operatorul din C_1, vizînd la D_1, aduce jalonul din E_1 în poziţia E_2.

Aceste două operaţii sînt repetate în continuare, ca un modul, pînă cînd operatorul din A observă că jaloanele din C şi D se află pe aliniamentele $\overline{EA}$ şi $\overline{EB}$, iar observatorul din C sau D, că jaloanele CED sînt colineare. Aceasta înseamnă că sînt colineare toate cele 5 jaloane.

3.4. JALONAREA UNUI ALINIAMENT PESTE O VALE SAU RÎPĂ

În situaţia cînd aliniamentul, a cărui poziţie trebuie materializată, traversează o vale sau o rîpă, în punctele extreme A şi B se plantează cîte un jalon. La fiecare extremitate stă cîte un operator, aşezat în spatele aces-

tor jaloane și stabilește cu ajutorul cîte unui muncitor, cîte un aliniament ajutător, stabilind puncte pe versantul opus celui pe care se află : cel din A în punctul C pe aliniamentul $\overline{AB}$, iar cel din B în punctul D pe aliniamentul $\overline{BA}$.

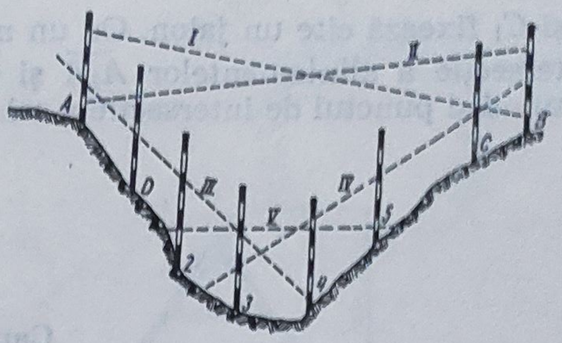


Fig. 3.6. Jalonarea unui aliniament peste o vale adîncă sau rîpă.

Folosind jaloanele din punctele A și D, operatorul din punctul A prelungește aliniamentul $\overline{AD}$, obținînd punctele *2* și *3* în care fixează jaloane, pornind din vale către amonte.

Operatorul din punctul B procedează în același mod, folosind aliniamentul $\overline{BC}$ și stabilește punctele *5* și *4*.

Pentru control, unul din operatori verifică dacă jaloanele din punctele *2*, *3*, *4* și *5* sînt în linie dreaptă, deci pe același aliniament.

3.5. INTERSECȚIA A DOUĂ ALINIAMENTE

Operația de obținere a punctului care constituie intersecția a două aliniamente se poate rezolva în mod diferit, după componența formației de lucru :

În situația cînd este posibilă folosirea a 2 operatori și a unui ajutor (fig. 3.7, *a*), în spatele jaloanelor instalate în punctele A și C se așază cîte **un operator care, pe aliniamentele** $\overline{CE}$ și $\overline{AB}$ deplasează prin vizări reciproce pe ajutorul care urmează să determine punctul de intersecție. În momentul cînd cei doi operatori constată că jalonul din D se află pe aliniamentul pe care-l controlează, înseamnă că s-a obținut punctul de intersecție a celor 2 aliniamente.

Rezolvarea este puțin mai complicată atunci cînd formația de lucru este alcătuită dintr-un singur operator. În această situație operatorul prelungește cele două aliniamente : aliniamentul $\overline{AB}$, pînă în punctul A_1, iar aliniamentul $\overline{CD}$, pînă în punctul C_1, cu ajutorul jaloanelor. În punctele A_1

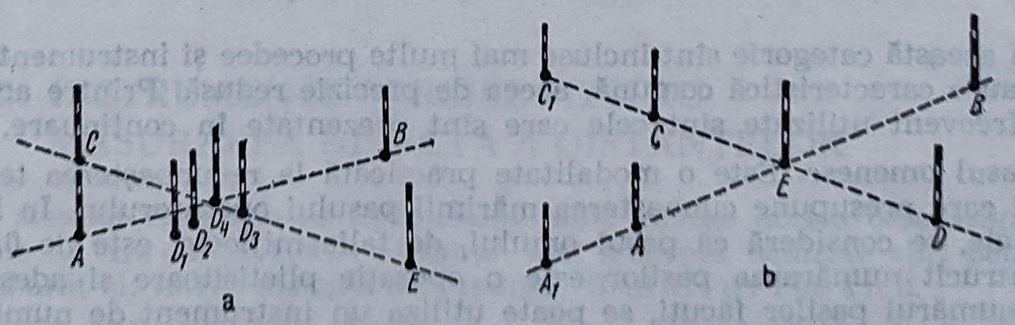


Fig. 3.7. Intersecția a două aliniamente :
a — cu doi operatori și un ajutor ; *b* — cu un singur operator.

și C_1 fixează cîte un jalon. Cu un nou jalon caută să obțină punctul de intersecție a aliniamentelor $\overline{A_1A}$ și $\overline{C_1C}$, punctul astfel obținut, E, constituind și punctul de intersecție a celor două aliniamente.

Capitolul 4.

MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANȚELOR

4.1. CUNOȘTINȚE GENERALE PRIVIND MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANȚELOR

Măsurarea directă a distanțelor constă în aplicarea instrumentului de măsurat, în mod succesiv, pe distanța a cărei mărime trebuie aflată, de la o extremitate la cealaltă, în final văzîndu-se de cîte ori a fost cuprinsă lungimea instrumentului de măsurat în distanța necunoscută, întreagă sau cu fracțiuni, din lungimea instrumentului.

Pentru măsurarea directă a distanțelor există o mare varietate de instrumente. După precizia pe care o asigură, acestea pot fi :

— *expeditive*, pentru ridicări aproximative, simple, ușor de manipulat și de transportat, dar de precizie redusă ;

— *precise*, utilizate în măsurările topografice curente și care asigură o precizie mijlocie la măsurarea directă a distanțelor ;

— *foarte precise*, de construcție foarte exactă și din materiale care permit obținerea distanțelor cu o mare exactitate. Asemenea instrumente sînt utilizate îndeosebi în măsurările geodezice.

În măsurările topografice se aplică primele două grupe de instrumente și numai în unele cazuri instrumentele foarte precise.

4.2. INSTRUMENTE EXPEDITIVE PENTRU MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANȚELOR

În această categorie sînt incluse mai multe procedee și instrumente, dar care au o caracteristică comună, aceea de precizie redusă. Printre acestea, mai frecvent utilizate sînt cele care sînt prezentate în continuare.

Pasul omenesc. Este o modalitate practicată la recunoașterea terenului și care presupune cunoașterea mărimii pasului operatorului. În limite normale, se consideră că pasul omului, de talie mijlocie, este de 0,80 m.

Întrucît numărarea pașilor este o operație plictisitoare și adesea se uită numărul pașilor făcuți, se poate utiliza un instrument de numărare, cum este *pedometrul* prezentat în figura 4.1 și care înregistrează numărul pașilor făcuți.

Fig. 4.1. Pedometru.

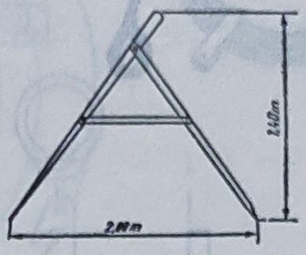


Fig. 4.2. Compasul.

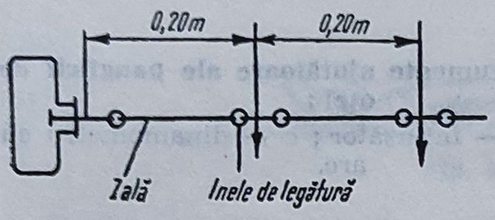


Fig. 4.3. Lanțul cu zale.

Fig. 4.4. Ruleta de oțel.

Compasul. Este un instrument simplu, format din două brațe articulate într-un punct și fixate printr-o riglă, astfel încît deschiderea lui să fie de 2 m (fig. 4.2).

Lanțul cu zale. Este un instrument de tip mai vechi (fig. 4.3), mai puțin utilizat și nerecomandat de instrucțiuni.

Roata. Este un instrument simplu care constă dintr-o roată prevăzută cu o furcă, și cu care se parcurge traseul dat. O piedică de cauciuc semnalizează parcurgerea unei circumferințe a roții. Distanța rezultă din multiplicarea lungimii roții cu numărul de semne.

Ruleta. Este un instrument, de asemenea de precizie redusă, confecționat din pînză sau din oțel, gradat centimetric și care se poate rula într-un toc (fig. 4.4).

Lungimea instrumentului este de 5, 10 sau 20 m. Cînd ruleta este confecționată din oțel precizia de măsurare crește, fiind aceeași ca și a panglicii de oțel.

4.3. INSTRUMENTE PRECISE PENTRU MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANȚELOR

În această categorie de instrumente sînt incluse acelea care asigură o precizie de ± 3 cm la 100 m distanță. Mai frecvent utilizate sînt panglica de măsurat și, într-o măsură mai redusă, firul Ciurileanu.

Panglica de măsurat. Constă dintr-o trusă formată din instrumentul propriu-zis, la care se adaugă o serie de instrumente ajutătoare.

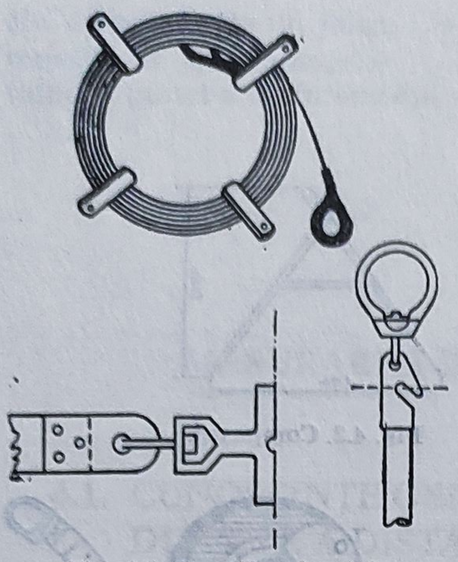


Fig. 4.5. Panglica de oțel.

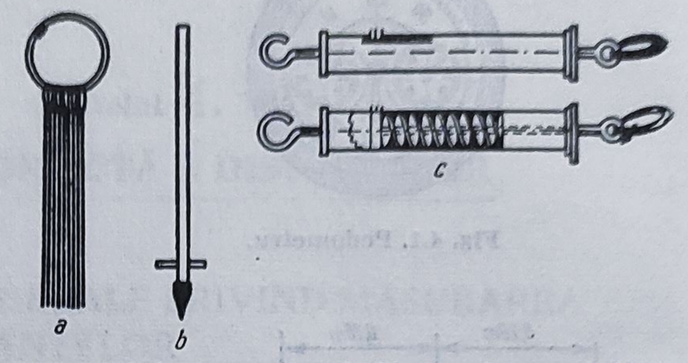


Fig. 4.6. Instrumente ajutătoare ale panglicii de oțel :
a — fișe ; *b* — întinzător ; *c* — dinamometru cu arc.

Panglica de măsurat este o bandă de oțel lungă de 10, 20 și, mai frecvent, de 50 m, lată de 15—20 mm și groasă de 0,4—0,6 mm. La ambele capete panglica de măsurat este prevăzută cu cîte un inel, pe care uneori este gravat reperul inițial sau final și în care se poate introduce un baston pentru întinderea panglicii (fig. 4.5). La unele tipuri de panglici, la extremități sînt prevăzute trăgătoare, pentru întindere fiind necesare numai bastoane.

Panglica de măsurat este gradată astfel : la fiecare 10 cm este o gaură de 1—2 mm, la 0,5 m cîte un disc de metal și la fiecare metru cîte o plăcuță pe care este numărul de metri. Din 5 în 5 m, plăcuțele sînt mai mari și cu formă elipsoidală. Reperul zero și cel final este marcat la unele panglici chiar pe inelul sau trăgătorul extern, iar la altele pe panglică, ultimul sistem fiind denumit *reper independent*.

Pe lîngă panglica de măsurat sînt anexate o serie de instrumente ajutătoare printre care (fig. 4.6) :

— *fisele* (fig. 4.6, *a*), confecționate din sîrmă de oțel de 20—30 cm lungime și 5—6 mm grosime, pentru marcarea extremităților panglicii ;

— *întinzătoarele*, două bastoane de lemn și uneori de metal, pentru întinderea panglicii. În partea de jos întinzătoarele sînt prevăzute cu cîte un sabot de fier și o verigă pentru susținerea panglicii (fig. 4.6, *b*) ;

— *dinamometrul* (fig. 4.6, *c*) pentru măsurarea forței de întindere a panglicii ;

— *termometre* pentru măsurarea temperaturii, în cazul măsurărilor mai pretențioase în ceea ce privește precizia.

Firul Ciurileanu. Constă dintr-un cablu de 1—2 mm grosime și 100 m lungime, confecționat din oțel galvanizat. Firul este gradat prin plăcuțe amplasate la 20 m una de alta. Cea mai mică diviziune a firului este de 20 cm. În poziție de transport firul se rulează într-un toc circular. Acest

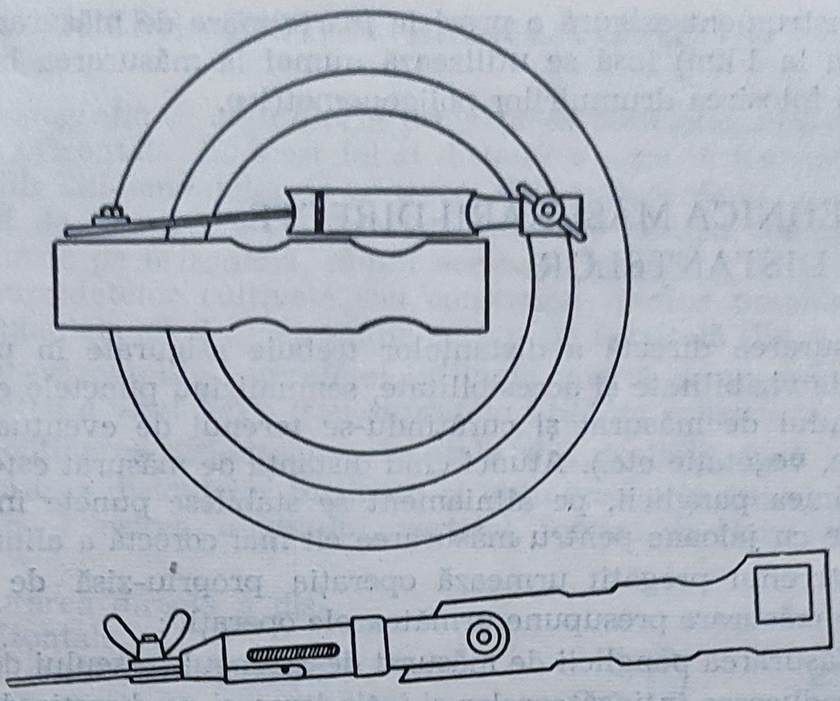


Fig. 4.7. Firul Ciurileanu.

instrument are avantajul că este uşor, are randament mare la distanţe lungi, dar necesită o atenţie mare la manevrare, deoarece face bucle şi se rupe uşor (fig. 4.7). Pentru aceste motive, deşi există în dotaţia multor unităţi, este puţin utilizat.

Firul invar (fig. 4.8). Este un instrument de mare precizie pentru măsurarea directă a distanţelor. Conceput de G u i l l a u m e ca un simplu fir de oţel, ulterior de J a e d e r i n iar mai tîrziu de L u k e r i n, firul invar folosit în prezent este un aliaj de fier (64%) şi nichel (36%), cu un coeficient foarte mic de extensibilitate şi de dilatare.

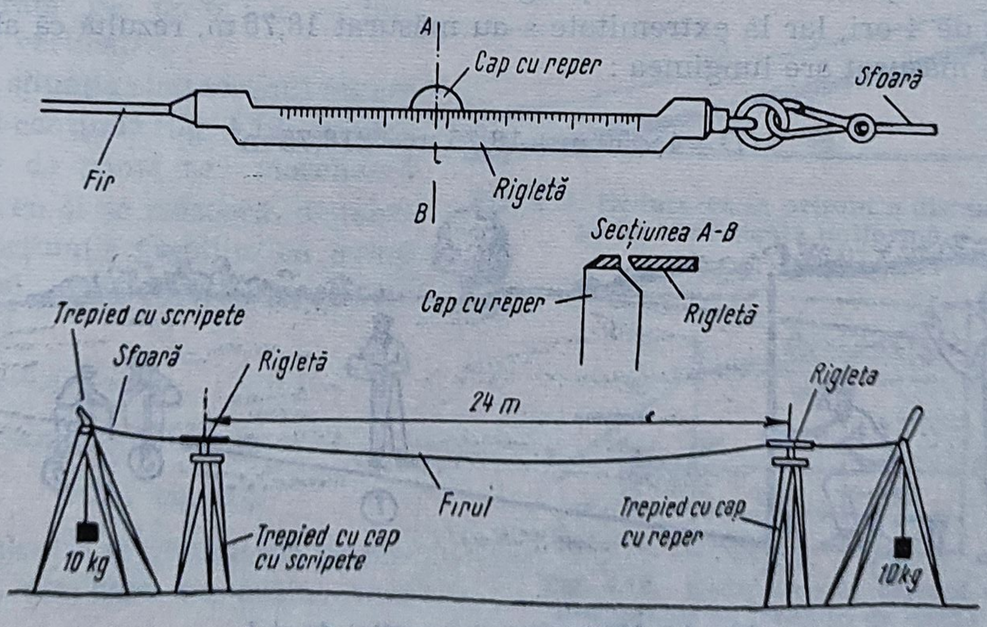


Fig. 4.8. Măsurarea cu firul de invar.

Acest instrument asigură o precizie foarte mare de măsurare a distanţelor (1 mm la 1 km) însă se utilizează numai la măsurarea bazelor geodezice şi la folosirea drumuirilor poligonometrice.

4.4. TEHNICA MĂSURĂRII DIRECTE A DISTANŢELOR

La măsurarea directă a distanţelor trebuie asigurate în primul rînd condiţiile de vizibilitate şi accesibilitate, semnalizînd punctele extreme ale aliniamentului de măsurat şi curăţindu-se terenul de eventualele obstacole (pietre, vegetaţie etc.). Atunci cînd distanţa de măsurat este mai mare decît lungimea panglicii, pe aliniament se stabilesc puncte intermediare semnalizate cu jaloane pentru măsurarea cît mai corectă a aliniamentului.

Odată terenul pregătit urmează operaţia propriu-zisă de măsurare. Tehnica de măsurare presupune următoarele operaţii :

— desfăşurarea panglicii de măsurat de-a lungul traseului de măsurat ;

— introducerea întinzătoarelor şi întinderea ei pe direcţia de măsurat ;

— aşezarea ei succesivă pe distanţa de măsurat, cu plantarea de fise la fiecare aşezare a panglicii (fig. 4.9).

Pentru obţinerea mărimii aliniamentului măsurat se numără fisele strînse de operatorul din urmă, distanţa totală fiind dată de relaţia :

$$D = n \cdot d + l, \text{ în care :}$$

D este distanţa căutată ; n — numărul de cîte ori s-a aplicat panglica de oţel ; d — lungimea panglicii ; l — lungimea de la ultima fisă pînă la extremitatea aliniamentului.

De exemplu, în cazul cînd panglica de oţel cu lungimea de 50 m s-a aplicat de 4 ori, iar la extremitate s-au măsurat 18,75 m, rezultă că aliniamentul măsurat are lungimea :

$$D = 4 \times 50 \text{ m} + 18{,}75 \text{ m} = 218{,}75 \text{ m}$$

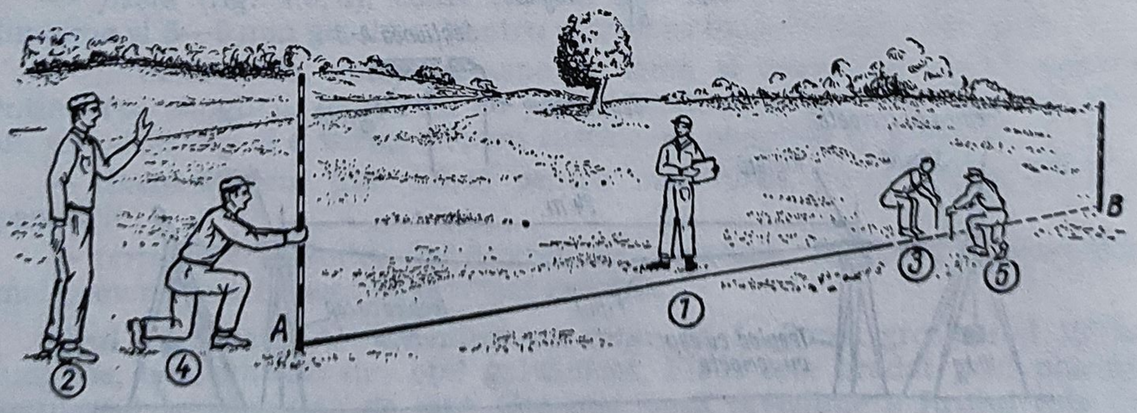


Fig. 4.9. Măsurarea cu panglica de oţel.

4.5. REDUCEREA DISTANȚELOR LA ORIZONT

Planul topografic se obține prin proiectarea punctelor caracteristice pe o suprafață orizontală. În acest fel și distanțele care se transpun pe plan sînt proiecțiile aliniamentelor de pe teren. Prin reducerea la orizont, suprafața folosită de plante, ca și suprafața utilizată pentru construcții, care sînt desfășurate pe orizontală, rămîn aceleași. Înseamnă că proiecția orizontală a suprafețelor cultivate sau construite rămîne neschimbată, deoarece atît plantele cît și construcțiile au poziție verticală (fig. 4.10).

Proiecția orizontală a suprafeței înclinate poartă denumirea de *suprafață productivă a unui teren* (sau *suprafața utilă de construcție*).

Pentru obținerea distanțelor orizontale sînt posibile două modalități :

— măsurarea distanțelor înclinate și obținerea prin calcul a distanței orizontale, cu folosirea unghiului vertical, format de linia terenului cu orizontala ;

— măsurarea directă a distanțelor orizontale.

În mod curent se folosește prima modalitate.

Reducerea la orizont a distanțelor prin calcul. Calculul reducerii la orizont a distanțelor se face prin aplicarea relației trigonometrice valabile pentru triunghiul ABB' (fig. 4.11) :

$$d_0 = D \cos \alpha,$$

în care : d_0 reprezintă distanța redusă la orizont ; D — lungimea măsurată pe teren ; α — unghiul vertical.

În situația cînd terenul nu are pantă continuă (fig. 4.12), schimbările de pantă se marchează pe teren și se măsoară distanța pe porțiunile stabilite ca avînd aceeași pantă. Distanța totală va fi :

$$d_0 = d_1 + d_2 + \ldots + d_n =$$
$$= D_1 \cos \alpha_1 + D_2 \cos \alpha_2 + \ldots +$$
$$+ D_n \cos \alpha_n.$$

Calculul se efectuează pe panouri, așa cum s-a arătat mai sus.

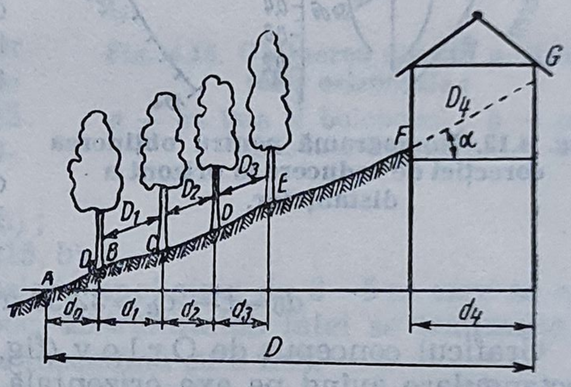


Fig. 4.10. Reducerea distanțelor la orizont.

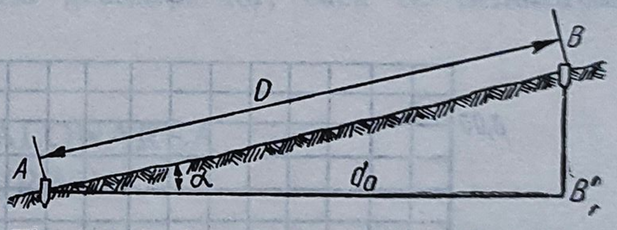


Fig. 4.11. Reducerea la orizont a distanțelor pe teren cu panta uniformă.

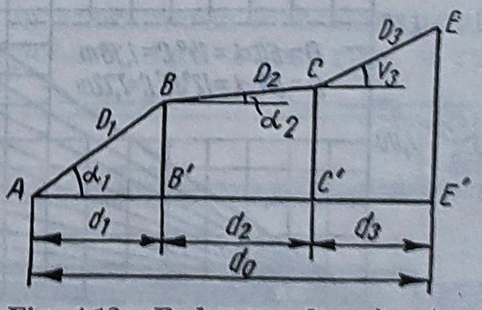


Fig. 4.12. Reducerea la orizont a distanțelor pe terenuri cu panta neuniformă.

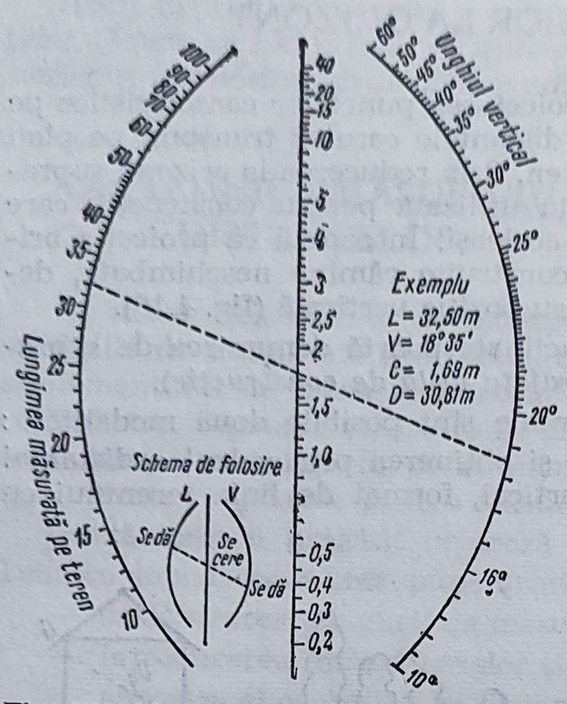


Fig. 4.13. Nomogramă pentru obținerea corecției de reducere la orizont a distanțelor.

Reducerea la orizont a distanțelor pe cale grafică. Atunci cînd precizia cu care se cer obținute distanțele este mai mică, reducerea la orizont se face pe cale grafică. Dintre procedeele mai des utilizate sînt cele care folosesc *nomograme* pentru obținerea distanțelor orizontale și *graficul Orlov*.

Nomograma pentru obținerea distanțelor orizontale constă din două curbe pe care sînt înscrise unghiurile verticale pe curba din dreapta și distanțele măsurate pe teren pe curba din stînga.

Nomograma este astfel construită (fig. 4.13) încît pe linia mediană se citește corecția de înclinare, adică diferența dintre distanța măsurată pe teren și cea redusă la orizont.

Astfel, pentru o distanță de 32,50 m măsurată pe teren și un unghi vertical de 18°35′, se citește o corecție de 1,69 m. Distanța redusă la orizont va fi :

$$d_0 = D - c_h = 32{,}50\ \text{m} - 1{,}69\ \text{m} = 30{,}81\ \text{m}.$$

Graficul conceput de O r l o v (fig. 4.14) constă dintr-un sistem de axe rectangulare avînd pe axa orizontală distanțele măsurate pe teren, iar pe axul vertical din dreapta unghiurile verticale. Gradațiile unghiulare sînt unite prin linii drepte cu originea axelor.

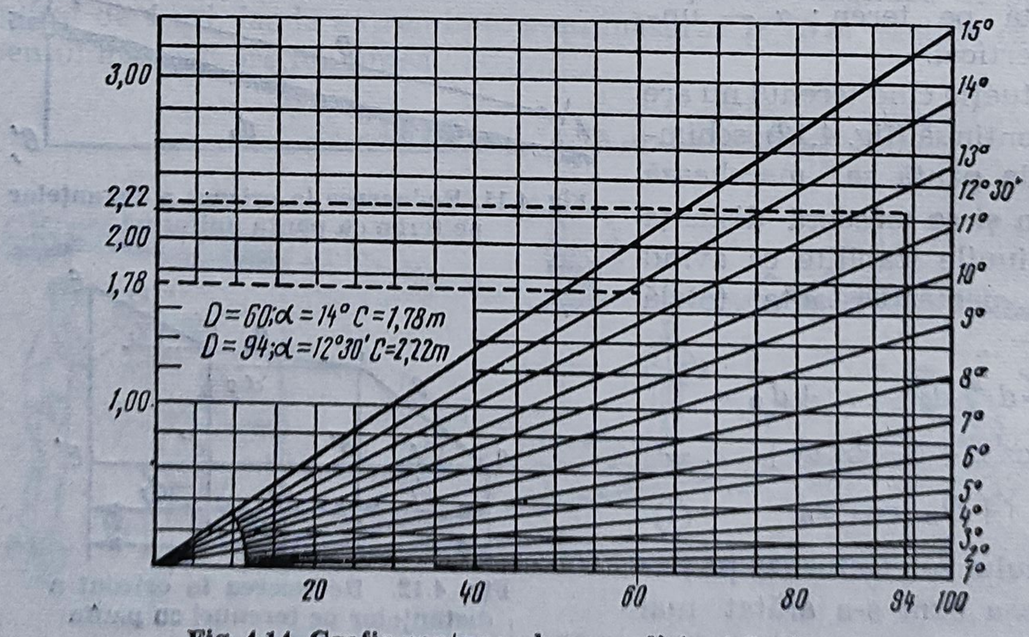


Fig. 4.14. Grafic pentru reducerea distanțelor la orizont.

Modul de lucru la folosirea graficului Orlov necesită următoarele operaţii :

— marcarea pe axa distanţelor şi a valorilor unghiulare a mărimilor măsurate pe teren ;

— ridicarea unei perpendiculare din punctul corespunzător distanţei măsurate pe teren pînă la oblica ce corespunde unghiului vertical ;

— trasarea unei paralele cu axa orizontală din punctul obţinut pe oblică şi pînă la axa verticală din stînga pe care se citeşte mărimea corecţiei de reducere la orizont.

Mărimea distanţei orizontale se obţine în acelaşi mod ca şi la folosirea nomogramei.

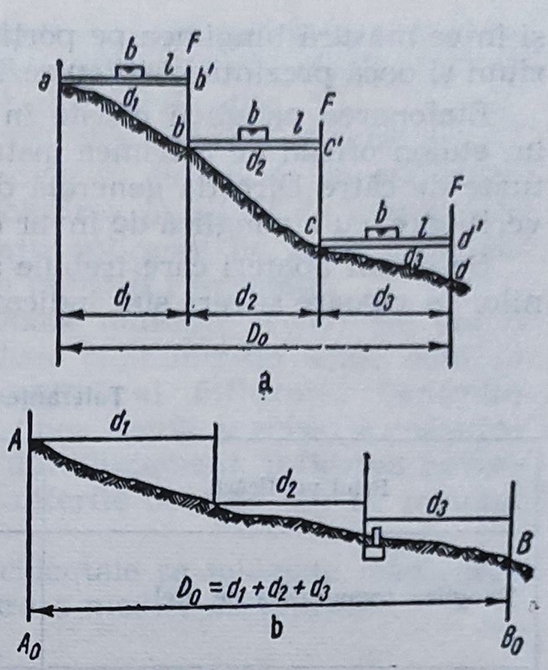


Fig. 4.15. Obţinerea directă a distanţelor orizontale :
a — cu lata şi bolobocul ; *b* — prin metoda cultelaţiei.

Obţinerea directă a distanţelor orizontale. Distanţele orizontale se pot obţine şi din măsurarea directă pe teren, pentru aceasta fiind posibile două căi :

— cu *lata* şi *bolobocul* (fig. 4.15, *a*) ;

— prin *metoda cultelaţiei* (fig. 4.15, *b*).

Prima metodă se bazează pe folosirea unei şipci de 3—5 m care se orizontalizează cu ajutorul unui boloboc. Extremitatea latei se transmite la sol cu un fir cu plumb, iar punctul se înseamnă cu o fisă.

Metoda cultelaţiei foloseşte instrumentul pentru măsurarea distanţelor în poziţie orizontală. Acest mod de măsurare prezintă dezavantajul că instrumentele fac o săgeată, datorită greutăţii lor, ceea ce denaturează rezultatele.

4.6. VERIFICAREA ŞI ETALONAREA PANGLICII DE MĂSURAT

Pentru ca rezultatele măsurărilor să fie corecte este necesar ca instrumentele să fie în prealabil verificate şi etalonate.

Verificarea panglicii de oţel constă în examinarea instrumentului pentru a vedea dacă este în stare de funcţionare, dacă a fost rupt şi reparat

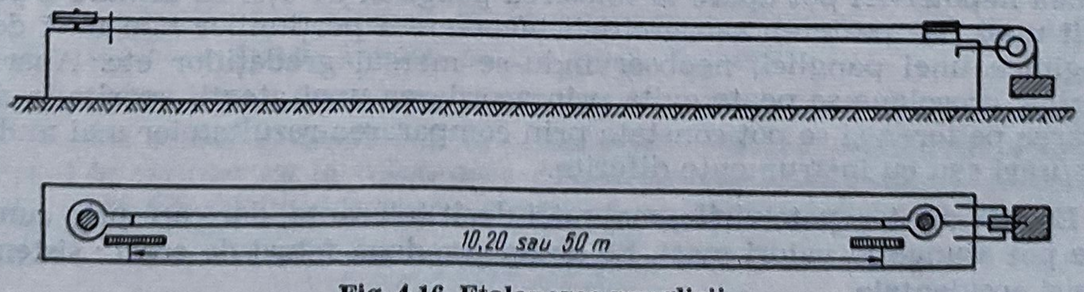


Fig. 4.16. Etalonarea panglicii.

și în ce măsură lungimea pe porțiunea respectivă este cea înscrisă pe diviziuni și dacă prezintă părți cu rezistență mai mică.

Etalonarea panglicii constă în compararea lungimii instrumentului cu un etalon oficial de mărimea instrumentului. Asemenea operații sînt efectuate de către Direcția generală de metrologie din București, la o bază de verificare, cu o panglică de invar (fig. 4.16).

Se admit abateri care trebuie să se încadreze în prevederile instrucțiunilor în vigoare și care sînt indicate în tabelul 4.1.

Tabelul 4.1

Toleranțe la panglici de oțel

Felul verificării	Lungimea nominală (în m)	Eroarea tolerată (în mm)
Panglica topografică de oțel	10	±1,5
	20	±3,0
	50	±6,0
Idem — lungimi intermediare care se verifică	5	±1,0
	45	±5,0

4.7. GREȘELI, ERORI ȘI CORECȚII LA MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANȚELOR CU PANGLICA DE MĂSURAT

4.7.1. ERORI LA MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANȚELOR CU PANGLICA DE MĂSURAT

Rezultatele măsurărilor sînt însoțite întotdeauna de abateri față de mărimile reale sau de valorile cele mai probabile, ca rezultat al impreciziei instrumentelor, condițiilor de lucru, precum și datorită operatorului. După mărimea lor, raportate la toleranțele admise de instrucțiunile tehnice, nepotrivirile sînt categorisite ca erori grosolane sau erori.

Erorile grosolane. Sînt abaterile care depășesc, ca mărime, toleranțele. Ele apar în urma nerespectării regulilor de utilizare a instrumentelor. Asemenea nepotriviri pot apare la folosirea panglicii de oțel ca urmare a pierderii unei fise pe teren sau a citirii incorecte a porțiunilor mai mici decît lungimea unei panglici, neobservîndu-se mersul gradațiilor etc. Apariția erorilor grosolane se poate evita prin acordarea unei atenții sporite la măsurarea pe teren și se pot constata prin compararea rezultatelor mai multor măsurări sau cu instrumente diferite.

Erorile. Sînt nepotrivirile, mai mici decît toleranța, dar care prin cumulare pot ajunge la valori mari. Se deosebesc două feluri de erori : sistematice și accidentale.

Erorile sistematice sînt abaterile care apar în mod constant, se măresc cu fiecare nouă aplicare a panglicii și sînt produse, de obicei, de :
— utilizarea unei panglici neetalonate sau neverificate ;
— folosirea panglicii la o temperatură diferită de cea a etalonării :
— întinderea panglicii cu o tensiune diferită de cea de la etalonare.
Erorile sistematice se pot evita prin folosirea panglicii de măsurat în condiții de etalonare și se pot elimina prin aplicarea de corecții, corespunzător cu condițiile de lucru care nu au putut fi respectate.

Erorile accidentale sînt provocate de cauze multiple și care nu pot fi identificate. Asemenea erori se pot produce cînd într-un sens, cînd în altul și pot avea mărimi variabile, ca rezultat al influenței factorilor atmosferici, nerespectării întîmplătoare a unor reguli precise la măsurarea directă a distanțelor, cum sînt ieșirea din aliniament, înfigerea neverticală a fiselor, înfigerea fiselor la poziții diferite de zero sau de punctul final al panglicii etc.

Pentru reducerea efectului erorilor accidentale se folosește măsurarea repetată a distanței și luarea în considerare a mediei măsurărilor.

4.7.2. CORECȚII LA MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANȚELOR CU PANGLICA DE MĂSURAT

Deoarece singurele erori care pot fi depistate, prin cauzele lor, sînt cele sistematice, corecțiile care se practică sînt cele pentru eliminarea acestora. Mai importante sînt cele care se enumeră mai jos.

Corecția de temperatură. Se aplică atunci cînd măsurarea s-a efectuat în alte condiții de temperatură decît cea de etalonare, de 20 °C, și se determină cu ajutorul relației :

$$C_t = \frac{t^\circ - 20^\circ}{5} \cdot \frac{d}{50} \cdot 3 \text{ mm},$$

în care :

C_t este corecția de temperatură exprimată în m, la panglica de 50 m ; t° — temperatura la care s-a efectuat măsurarea ; p — distanța măsurată în metri.

Înlocuind în formulă, rezultă că la o diferență de temperatură de 5 °C apare o diferență față de lungimea normală a panglicii de ± 3 mm.

Corecția de etalonare. Se aplică în cazul utilizării unei panglici cu o lungime diferită de cea nominală, și care se calculează cu ajutorul relației :

$$C_e = -e\frac{D}{50},$$

în care :

C_e este corecția de etalonare exprimată în mm ; e — eroarea de etalonare în mm ; D — distanța măsurată pe teren în metri.

Corecția de întindere. Urmărește eliminarea erorii de întindere a panglicii la altă tensiune decît cea de etalonare. Pentru aplicarea acestei corecții este necesar ca la măsurarea distanțelor să se folosească *dinamometrul*. Corecția de întindere se determină cu ajutorul formulei :

$$C_l = \frac{1\,000}{E \cdot s} \cdot l(F - F_e),$$

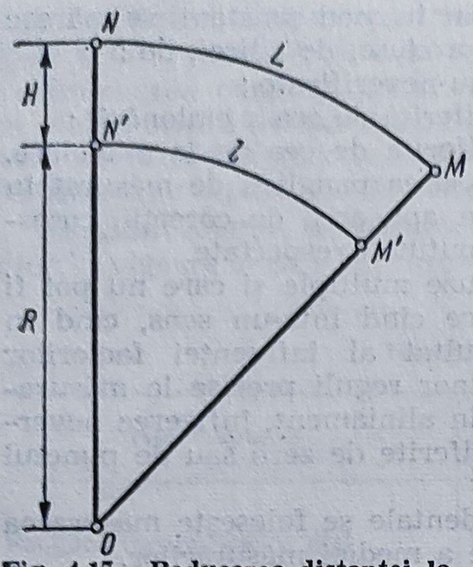


Fig. 4.17. Reducerea distanței la nivelul mării.

în care :

C reprezintă corecția de întindere în mm ; E — modulul de elasticitate al oțelului (2 100 000 kgf/cm^2) ; s — secțiunea panglicii în cm^2 ; l — lungimea panglicii în m ; F — forța efectivă de întindere a panglicii în timpul măsurării, determinată cu ajutorul dinamometrului în kgf ; F_e — forța de întindere a panglicii la etalonare în kgf (de regulă, 3 kgf/mm^2).

Această corecție are valori mici. La o diferență de tensiune de 10 kgf, corecția este de 2 mm. Deci, ea trebuie aplicată numai la măsurările de precizie sporită.

Corecția de reducere la nivelul mării. Se aplică pentru a avea distanțele proiectate pe suprafața geoidului, aceea a nivelului mării de referință, în cazul măsurării bazelor de triangulație.

Pentru deducerea relației de obținere a corecției (fig. 4.17) se poate observa că aceasta este :

$$c = L - l$$

Din asemănarea triunghiurilor sferice ONM și $ON'M'$ se poate scrie :

$$\frac{l}{L} = \frac{R}{R+H}, \text{ de unde: } l = \frac{L \cdot R}{R+H}.$$

Rezultă că proiecția corecției va fi :

$$c = L - l = L - \frac{LR}{R+H} = \frac{LR+LH-LR}{R+H} = \frac{H}{R+H} \cdot L,$$

adică :

$$c = \frac{H}{R+H} \cdot L,$$

în care :

c este corecția de reducere la nivelul mării, exprimată în mm ; H — altitudinea medie a locului unde se măsoară distanța, în m ; R — raza medie a pământului = 6379 km ; L — distanța măsurată pe teren în metri.

4.8. PRECIZIA MĂSURĂRII DIRECTE A DISTANȚELOR

Precizia măsurării directe a distanțelor depinde de : instrumentul de măsurare, condițiile de lucru, numărul de măsurări și respectarea tehnicii de lucru pentru fiecare instrument în parte.

Aprecierea rezultatelor unei măsurări de distanțe este în funcție de abaterile maxime admise de toleranțe, acestea fiind diferite cu metoda de ridicare în plan.

Pentru bazele de triangulaţie locală se admite ca la măsurarea cu panglica de măsurat, care în mod curent asigură o precizie de 3—4 cm/100 m, ecartul maxim să se încadreze în toleranţa :

$$T = 0{,}03 + 0{,}002\sqrt{D}, \text{ unde :}$$

unde :

T este toleranţa exprimată în metri ; D — media valorilor obţinute la măsurarea bazei în m.

În cazul metodei drumuirii, laturil eei se măsoară dus şi întors, admiţîndu-se ca toleranţă a neînchiderii drumuirii pe coordonate relative :

$$T = 0{,}004\sqrt{D} + \frac{D}{7\,500}, \text{ în care;}$$

în care :

T este toleranţa exprimată în metri ; D — lungimea totală a drumuirii.

Capitolul 5.

RIDICĂRI TOPOGRAFICE CU PANGLICA DE MĂSURAT

5.1. PROBLEME GENERALE

Instrumentele pentru măsurarea directă a distanţelor, şi îndeosebi panglica de măsurat, fac posibilă, în afara determinării directe a distanţelor pe teren, efectuarea unei serii de ridicări topografice simple, pe suprafeţe mici, precum şi rezolvarea unor probleme de trasare.

5.2. RIDICĂRI ŞI COBORÎRI DE PERPENDICULARE

Ridicarea unei perpendiculare. Are soluţii diferite, după cum se cere soluţionarea problemei, la extremitatea unui aliniament sau dintr-un punct de pe aliniament.

La ridicarea unei perpendiculare din extremitatea unui aliniament, în punctul respectiv se aplică triunghiul dreptunghic ale cărui catete au mărimea de 3 şi 4 m, iar ipotenuza de 5 m. Pentru aceasta se trasează pe teren un arc de cerc cu raza de 4 m şi centrul în punctul A (fig. 5.1, *a*) şi din acelaşi centru un arc de cerc cu raza de 3 m. Se mută apoi zero al panglicii de oţel în punctul C şi cu o deschidere de 5 m se trasează un arc de cerc, care va intersecta arcul de cerc cu raza de 3 m în punctul D. Dreapta DA este perpendiculară pe aliniamentul AB. Pentru obţinerea

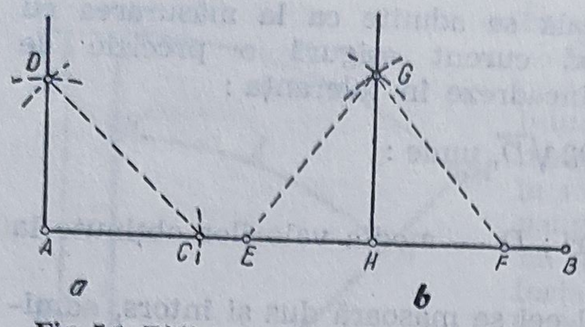


Fig. 5.1. Ridicarea unei perpendiculare : *a* — de la extremitatea aliniamentului ; *b* — dintr-un punct de pe aliniament.

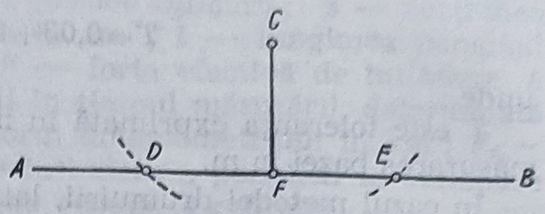


Fig. 5.2. Coborîrea unei perpendiculare.

unei precizii mai mari este recomandabil să se ia un multiplu al acestor distanțe.

Cînd perpendiculara trebuie ridicată dintr-un punct de pe aliniament procedeul de lucru este diferit (fig. 5.1, *b*). În acest caz, de o parte și alta a punctului *H* din care trebuie ridicată perpendiculara, se ia cîte un punct ajutător, egal depărtat, punctele *E* și *F*. Cu ajutorul panglicii, fixate mai întîi cu zero în punctul *E*, iar apoi în *F*, se trasează cîte un arc de cerc, de aceeași rază, pe direcția unde trebuie ridicată perpendiculara. Intersecția celor două arce de cerc dau punctul *G*, dreapta *GH* fiind perpendiculara căutată.

Coborîrea unei perpendiculare. Se bazează pe teorema cunoscută din geometria plană, după care perpendiculara coborîtă pe o coardă o împarte în părți egale. Pentru aplicarea acestei teoreme pe teren, din punctul *C* (fig. 5.2) din care trebuie coborîtă perpendiculara se desfășoară panglica de oțel pe o lungime mai mare decît distanța pînă la aliniament. Cu ajutorul unei fise se trasează pe teren cîte un arc de cerc. Acestea vor intersecta aliniamentul în punctele *D* și *E*. Pentru obținerea acestor puncte un operator vizează aliniamentul $\overline{AB}$, în timp ce un ajutor manevrează un jalon pe arcul de cerc, pînă cînd acesta se găsește atît pe arcul de cerc, cît și pe aliniament.

Se măsoară, apoi, distanța dintre punctele *D* și *E*, jumătatea acestei distanțe dînd punctul *F*. Dreapta *FC* este perpendiculara căutată.

5.3. TRASAREA UNEI PARALELE LA UN ALINIAMENT DAT

Considerînd că prin punctul *G* trebuie trasat un aliniament paralel cu dreapta $\overline{AB}$, se iau mai întîi două puncte, *D* și *E*, pe aliniamentul de bază (fig. 5.3).

În punctele *D*, *E* și *G* se așază cîte un jalon pentru semnalizarea lor, după care se efectuează următoarele operații :

— măsurarea distanței $\overline{GE}$ și stabilirea unui punct *O* la jumătatea acestei distanțe. În acest punct se așază, de asemenea, un jalon ;

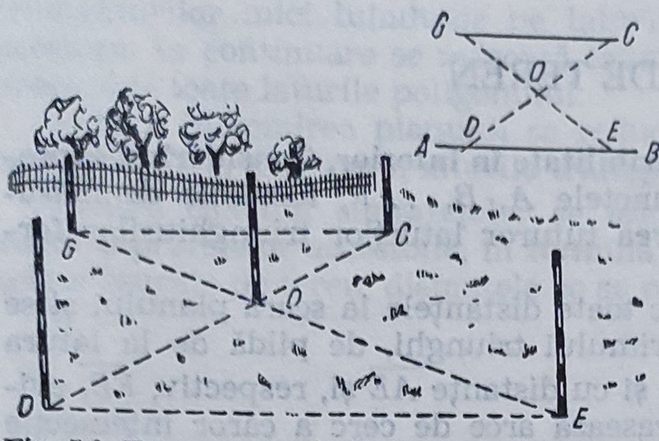


Fig. 5.3. Trasarea unui aliniament paralel cu un aliniament dat.

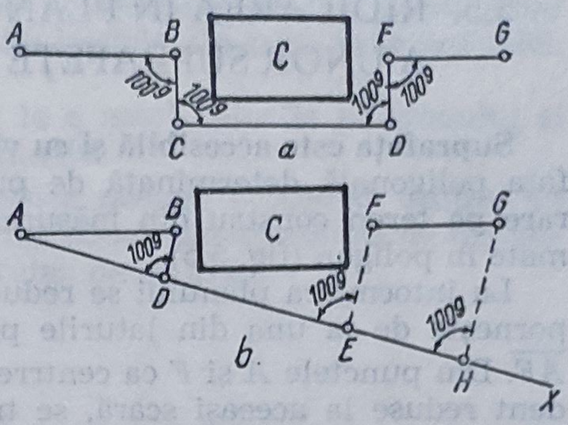


Fig. 5.4. Prelungirea unui aliniament peste un obstacol :

a — prin perpendiculare ; *b* — prin segmente proporţionale.

— prelungirea aliniamentului $\overline{DO}$;

— măsurarea distanţei $\overline{DO}$ şi transpunerea ei în continuarea punctului O pe prelungirea aliniamentului $\overline{DO}$. Punctul C, astfel obţinut, va da paralela $\overline{GC}$ la aliniamentul $\overline{AB}$.

5.4. PRELUNGIREA UNUI ALINIAMENT PESTE UN OBSTACOL

Problema prelungirii unui aliniament peste un obstacol poate fi rezolvată prin *procedeul perpendicularelor* sau prin *segmente proporţionale.*

Aplicarea primului procedeu (fig. 5.4, *a*) constă din ridicarea de perpendiculare succesive pentru depăşirea obstacolului din calea aliniamentului. Dificultăţile procedeului sînt cele datorate ridicării unui număr relativ mare de perpendiculare cu panglica.

La folosirea celui de al doilea procedeu se realizează o serie de triunghiuri, de asemenea prin ridicarea şi coborîrea de perpendiculare pe şi de pe o dreaptă ajutătoare AX (fig. 5.4, *b*).

Mai întîi se coboară perpendiculara BD, după care din două puncte alese convenabil pe axa AX, E şi H se ridică perpendicularele $\overline{EF}$ şi $\overline{GH}$. Lungimea acestor perpendiculare se deduce din relaţiile de asemănare a triunghiurilor ADB cu AEF şi AHG :

$$\frac{AD}{AE} = \frac{BD}{EF} \quad \text{şi} \quad \frac{DA}{AH} = \frac{BD}{GH}.$$

Din aceste relaţii rezultă lungimile perpendicularelor :

$$\overline{EF} = \frac{\overline{AE} \cdot \overline{BD}}{AD} \quad \text{şi} \quad \overline{GH} = \frac{\overline{AH} \cdot \overline{BD}}{AD}.$$

Înlocuind şi efectuînd calculele, se obţin distanţele căutate care, aplicate pe perpendicularele ridicate din E şi H, conduc la obţinerea punctelor F şi G care, unite, dau prelungirea aliniamentului.

5.5. RIDICAREA ÎN PLAN A UNOR SUPRAFEŢE DE TEREN

Suprafaţa este accesibilă şi cu vizibilitate în interior. Considerînd suprafaţa poligonală determinată de punctele $A, B, \ldots, F$, lucrările de măsurare pe teren constau din măsurarea tuturor laturilor triunghiurilor formate în poligon (fig. 5.5).

La întocmirea planului se reduc toate distanţele la scara planului şi se porneşte de la una din laturile primului triunghi, de pildă de la latura $\overline{AF}$. Din punctele A şi F ca centrre şi cu distanţe $\overline{AE}$ şi, respectiv, $\overline{FE}$, evident reduse la aceeaşi scară, se trasează arce de cerc a căror intersecţie vor da punctul E. Latura $\overline{AE}$ a primului triunghi aparţine şi celui de al doilea triunghi, astfel încît este posibilă raportarea punctului B. În acest fel, din aproape în aproape, se obţin toate punctele caracteristice ale suprafeţei de ridicat în plan.

Pentru determinarea suprafeţei, se calculează suprafaţa fiecărui triunghi cu formula lui H e r o n :

$$s = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)},$$

în care : a, b, c sînt laturile fiecărui triunghi ; p — semiperimetrul.

Suprafaţa totală a poligonului se obţine din cumularea suprafeţelor parţiale :

$$S = s_1 + s_2 + \ldots + s_n$$

Suprafaţa nu este accesibilă şi nu are vizibilitate în interior. În situaţia cînd condiţiile de teren nu permit măsurarea de distanţe în interiorul poligonului, în fiecare punct caracteristic al acestuia se formează cîte un mic triunghi, interior sau exterior, de forma unui triunghi isoscel, cu laturi de 5—10 m (fig. 5.6).

Pentru a simplifica lucrările de teren este bine ca pentru toate triunghiurile mici formate să se adopte laturi de aceeaşi mărime, vîrfurile

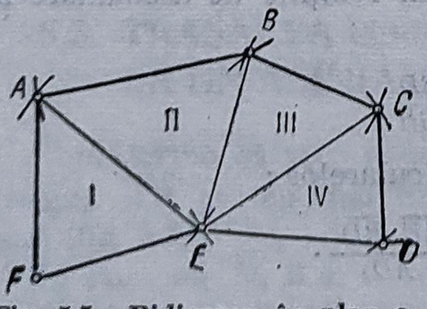


Fig. 5.5. Ridicarea în plan a unei suprafeţe mici şi plane, cu vizibilitate şi accesibilitate în interior.

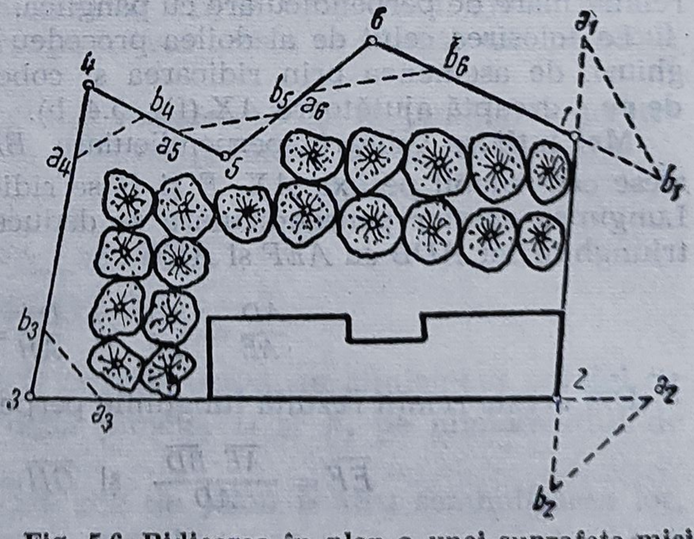


Fig. 5.6. Ridicarea în plan a unei suprafeţe mici şi plane, fără vizibilitate şi fără acces în interior.

triunghiurilor mici luîndu-se pe laturile poligonului sau pe prelungirea acestora. În continuare se măsoară laturile inegale ale triunghiurilor mici, precum şi toate laturile poligonului.

Pentru întocmirea planului se reduc la o scară laturile poligonului şi la o altă scară, mai mare, laturile triunghiurilor.

Pentru calculul suprafeţelor se foloseşte acelaşi procedeu utilizat în cazul suprafeţelor accesibile, în formulă introducîndu-se, alături de distanţele măsurate pe teren, distanţele ce se preiau de pe plan.

Capitolul 6.

MĂSURAREA UNGHIURILOR

6.1. APARATE ŞI INSTRUMENTE PENTRU MĂSURAREA UNGHIURILOR

6.1.1. PRINCIPIUL MĂSURĂRII UNGHIURILOR. CLASIFICAREA INSTRUMENTELOR

Pentru determinarea poziţiei planimetrice a punctelor topografice este necesar să se cunoască, alături de distanţe, unghiurile orizontale şi verticale.

Prin definiţie, unghiul orizontal este cel format de proiecţiile orizontale a două linii de vizare. Astfel, unghiul ω (fig. 6.1), format din aliniamentele $\overline{AB}$ şi $\overline{AC}$, concurente în A, este cel format de planele verticale V_1 şi V_2, care conţin cele două aliniamente.

Planul orizontal, perpendicular pe cele două plane verticale, va conţine unghiul orizontal în aceeaşi mărime ; înseamnă că unghiul format de cele două plane diedre este egal cu cel proiectat în plan orizontal, prin această proiecţie mărimea unghiului rămînînd aceeaşi.

Unghiul vertical, determinat de direcţia orizontală cu direcţia de vizare, pozitiv spre zenit şi negativ spre nadir, de asemenea necesar în măsurările terestre, poate fi obţinut, în mod analog prin aşezarea unui cerc în poziţie verticală, obţinîndu-se unghiurile α_1 şi α_2, în cazul aliniamentelor $\overline{AB}$ şi $\overline{AC}$.

Aparatele şi instrumentele pentru măsurarea unghiurilor poartă denumirea de *goniometre* (această definiţie are la origine două cuvinte greceşti : *gonios*=unghi şi *metron*=măsor, prin a căror alăturare s-a format cuvîntul care corespunde cu scopul aparatelor). Un asemenea aparat (fig. 6.2) constă, în principiu, dintr-un cerc orizontal şi unul vertical, pentru măsurarea unghiurilor. Fiecare dintre cercuri este prevăzut cu cîte un reper pentru citirea mărimii unghiurilor.

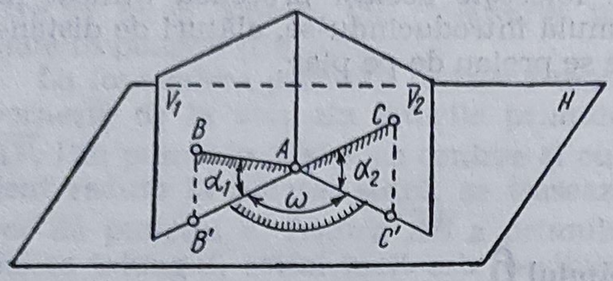


Fig. 6.1. Principiul măsurării unghiurilor.

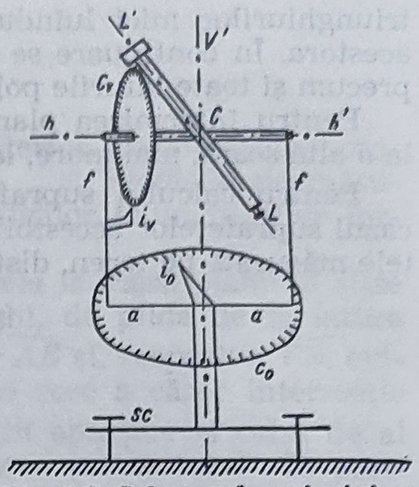


Fig. 6.2. Schema de principiu a unui goniometru.

Pentru vizare goniometrele sînt prevăzute cu un dispozitiv care, de obicei, este o lunetă topografică.

Aceste aparate fiind destinate măsurării de unghiuri orizontale şi verticale, diversele părţi componente trebuie să se găsească în anumite poziţii reciproce şi dependente, care se realizează prin axele diferitelor piese. Se deosebesc trei axe la un goniometru :

— axul principal sau vertical (VV') ;
— axul orizontal sau secundar (HH') ;
— axa de vizare a lunetei (LL').

Pentru simplificarea construcţiei, unele goniometre sînt prevăzute numai cu unul din cercuri, cel orizontal sau cel vertical.

Dată fiind diversitatea tipurilor de goniometre, ele se pot clasifica după mai multe criterii şi anume : goniometre *simple* şi goniometre *complete,* după cum sînt prevăzute numai cu unul din cercuri sau cu ambele cercuri. Acestea din urmă, care mai sînt denumite *teodolite,* pot fi : de *tip clasic* sau de *tip modern,* după felul construcţiei, dar mai ales al dispozitivului de citire pe cercuri. Acestora din urmă, în vorbirea curentă, li se mai spune *teodolite cu citire optică* (sau cu citire optică centralizată), deoarece realizează citirea pe ambele cercuri, pe cale optică, într-un singur microscop.

6.1.2. INSTRUMENTE SIMPLE PENTRU MĂSURAREA UNGHIURILOR

În această grupă a instrumentelor simple de măsurare a unghiurilor sînt cuprinse, evident, din cele în folosinţă, următoarele : pantometrul, grafometrul şi eclimetrul.

6.1.2.1. PREZENTAREA INSTRUMENTELOR

Pantometrul. Este un instrument simplu, utilizat numai pentru măsurarea de unghiuri orizontale. Deseori este prevăzut şi cu o busolă, astfel încît se pot obţine, cu o precizie mai redusă, şi orientări (fig. 6.3).

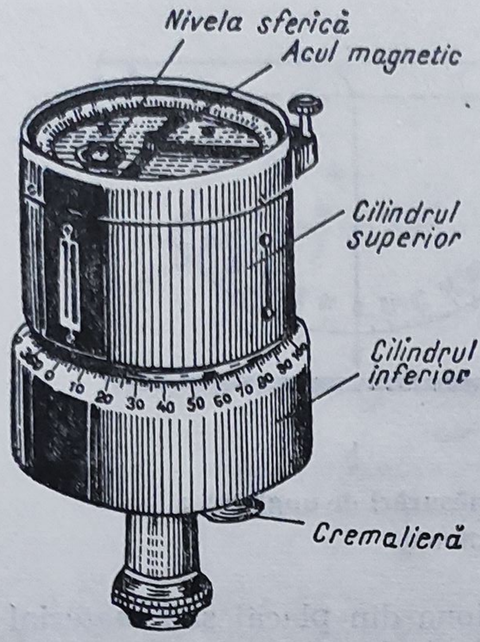


Fig. 6.3. Pantometru.

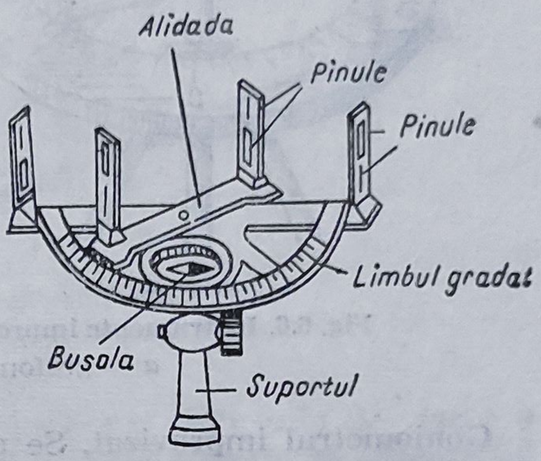


Fig. 6.4. Grafometru.

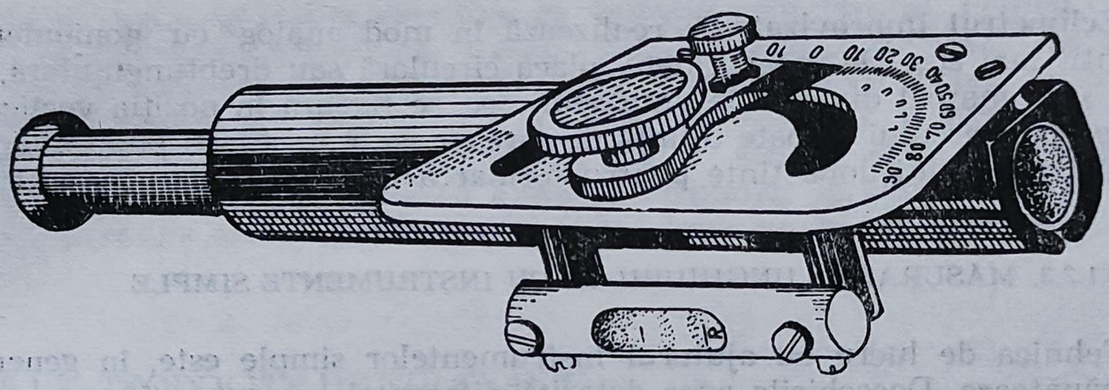


Fig. 6.5. Eclimetrul Freiberg.

Grafometrul. Este tot un instrument simplu pentru măsurarea de unghiuri orizontale, mai puțin utilizat decît pantometrul. Menționăm acest instrument mai ales pentru posibilitatea pe care o oferă de a se înțelege mai bine instrumentele complete. Practic, acest instrument nu se mai utilizează în lucrările de măsurare (fig. 6.4).

Eclimetrul. Este un instrument simplu pentru măsurarea de unghiuri verticale. Se întîlnesc mai multe tipuri de eclimetre, bazate pe principii diferite. Mai frecvent este întîlnit eclimetrul de tip Freiberg (fig. 6.5), care realizează pe un semicerc gradat un unghi asemenea cu cel vertical de pe teren.

6.1.2.2. INSTRUMENTE IMPROVIZATE PENTRU MĂSURAREA DE UNGHIURI ORIZONTALE SAU VERTICALE

În afară de instrumentele de construcție industrială, pentru situații urgente, în lipsa unor asemenea instrumente se pot confecționa, cu mijloace simple, astfel de instrumente. Dintre acestea se pot menționa :

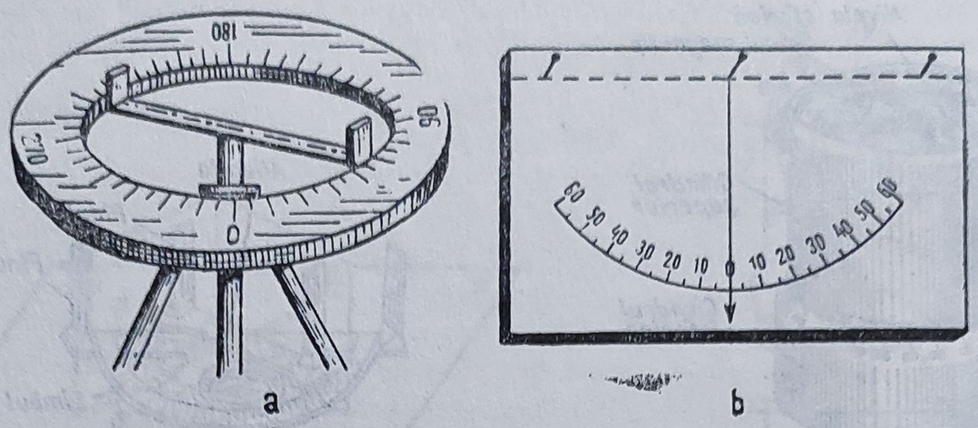


Fig. 6.6. Instrumente improvizate pentru măsurări de unghiuri :
a — grafometru ; *b* — eclimetru.

Goniometrul improvizat. Se poate confecționa din placaj sau material plastic, tăiat de forma unui cerc și gradat cu ajutorul unui raportor (fig. 6.6, *a*).

Eclimetrul improvizat. Se realizează în mod analog cu goniometrul amintit mai sus. De această dată, placa circulară sau dreptunghiulară, pe care s-au marcat diviziunile unui semicerc, se fixează în poziția verticală. În centrul cercului se bate o țintă de care se agață un fir cu plumb, iar pe linia diametrului două ținte pentru formarea liniei de vizare (fig. 6.6, *b*).

6.1.2.3. MĂSURAREA UNGHIURILOR CU INSTRUMENTE SIMPLE

Tehnica de lucru cu ajutorul instrumentelor simple este, în general, asemănătoare. Deosebirile apar datorită diferențelor constructive.

Ca principiu se staționează cu instrumentul în vîrful unghiului de măsurat și, după reproducerea pe instrument a unghiului, se face citirea la reperul sau vernierul cu care este dotat instrumentul.

Măsurarea unghiurilor orizontale cu ajutorul pantometrului. Instrumentul se așază pe trepied, după care se agață firul cu plumb sub trepied și se aduce deasupra punctului, astfel încît vîrful plumbului să fie deasupra punctului de pe teren. Pentru obținerea mărimii unui unghi se aduc zerourile în coincidență (cel de pe vernier și cel de pe cercul gradat) și, rotind ambii cilindrii, se vizează la semnalul care determină prima direcție.

Se blochează mișcarea ambilor cilindrii și, manevrînd șurubul care acționează numai cilindrul superior, se vizează la semnalul care determină a doua direcție (fig. 6.7, *a*). Valoarea care se citește în dreptul reperului reprezintă mărimea unghiului.

Măsurarea se mai poate face și prin vizări succesive, numai cu cilindrul superior, la diferite direcții care formează unghiurile. De această dată unghiurile se obțin din diferența citirilor.

Măsurarea unghiurilor orizontale cu ajutorul grafometrului. Instalarea instrumentului în vîrful unghiului se face ca și în cazul utilizării pantometrului. Deosebirile se referă numai la vizare.

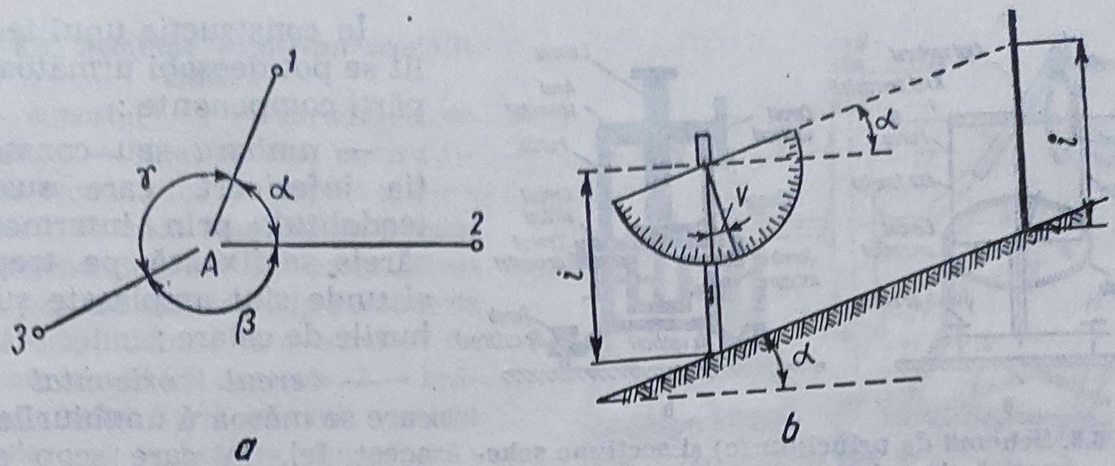


Fig. 6.7. Măsurarea de unghiuri cu instrumente simple :
a — cu pantometru ; *b* — cu eclimetrul improvizat.

Cînd se măsoară un singur unghi se aduce mai întîi linia de vizare a cercului de bază pe prima direcţie, iar pe a doua direcţie se vizează cu alidada mobilă. Pe cerc, în dreptul reperului, se citeşte mărimea unghiului.

Măsurarea unghiurilor verticale cu ajutorul eclimetrului. Pentru obţinerea unghiurilor verticale se vizează cu un instrument prevăzut cu cerc vertical ţinut deasupra punctului de staţie la cealaltă extremitate a aliniamentului, la aceeaşi înălţime cu a ochiului operatorului. În cazul eclimetrului Zeiss, operatorul vizează la semnal şi în acelaşi timp priveşte prin oglinda nivelei de calare, iar cu ajutorul şurubului se aduce bula de aer între repere. Pe cercul gradat se citeşte mărimea unghiului vertical.

6.1.3. TEODOLITE DE TIP CLASIC

6.1.3.1. DESCRIERE GENERALĂ

Cele mai precise goniometre, prevăzute atît cu cerc orizontal cît şi cu cerc vertical, poartă denumirea de *teodolite* (denumirea provine din limba arabă).

În afară de împărţirea lor în teodolite *de tip clasic* şi *de tip modern*, în raport de dispozitivul de citire utilizat, ele se mai împart în teodolite *simple* şi teodolite *tahimetre* (sau, simplu, tahimetre), ultimele oferind posibilitatea de obţinere a distanţelor pe cale indirectă.

Din figura 6.8, *a* se poate observa că, în principiu, un teodolit se compune din următoarele părţi :

— un cerc orizontal gradat ;
— un cerc vertical ;
— un dispozitiv de vizare, format dintr-o lunetă.

În această schemă de construcţie se pot distinge cele trei axe — principală, secundară şi de vizare — observate şi în cazul schemei generale a goniometrului. Aparatul se montează pe un trepied cu platformă.

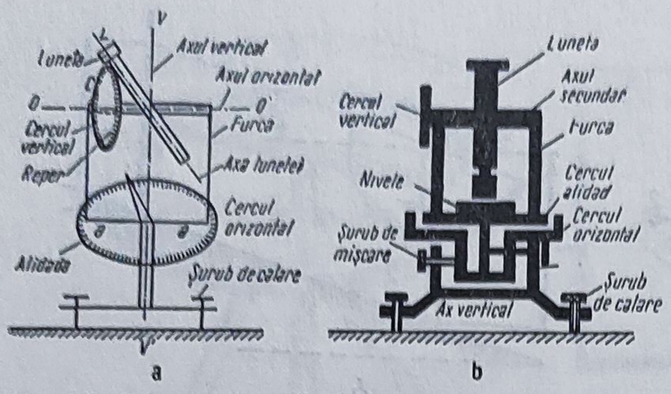


Fig. 6.8. Schema de principiu (*a*) și secțiune schematică (*b*) printr-un teodolit clasic.

În construcția unui teodolit se pot deosebi următoarele părți componente :

— *ambaza* sau construcția inferioară, care susține teodolitul, prin intermediul căreia se fixează pe trepied și unde sînt amplasate șuruburile de calare ;

— *cercul orizontal* pe care se măsoară unghiurile de acest fel, în care scop este prevăzută o mișcare generală largă și una micrometrică ;

— *cercul alidad*, prevăzut cu repere sau verniere pentru citirea pe cercul orizontal și care, prin intermediul furcilor, susține partea superioară a aparatului ;

— *eclimetrul*, format dintr-un cerc vertical, microscoapele pentru citirea pe cercul vertical și un ax secundar pe care este montată luneta, precum și din dispozitivul de vizare al teodolitului. Cercul vertical are și el un al doilea cerc pe care este trasat un reper sau un vernier pentru citirea gradațiilor.

Pentru orizontalizarea diferitelor părți componente, teodolitul este prevăzut cu *nivele de calare*, iar pentru citirea mai exactă a gradațiilor de pe cercuri cu lupe sau cu microscoape.

6.1.3.2. PREZENTAREA GENERALĂ A PĂRȚILOR COMPONENTE ALE TEODOLITULUI

Toate piesele teodolitului se pot grupa în mai multe ansamble sau complexe și anume (fig. 6.9) :

— *complexul B (ambază)*, format din suportul teodolitului (*1*), șuruburile de calare (*2*), lăcașul cu filet pentru fixarea teodolitului pe trepied (*3*), șurubul de blocare a mișcării generale (*6*), șurubul de mică amplitudine a mișcării generale (*4*), tija prelungitoare a brățării inferioare la șurubul de mică amplitudine (*5*) și brățara inferioară (*7*) ;

— *complexul L*, (denumit *limb* sau *cerc orizontal*) are în componența sa axul vertical tubular (*8*), brățara superioară (*9*), șurubul de blocare a mișcării cercului alidad (*10*), tija prelungitoare a brățării superioare (*11*), șurubul de mică amplitudine a mișcării cercului alidad (*12*) și piesa de bază a acestui complex, limbul (*13*) pe care se înregistrează mărimea unghiurilor orizontale ;

— *complexul alidad* (*A*) constă din axul vertical plin (*15*), cercul alidad (*14*), furcile alidadei (*16*), nivela de calare (*17*) și microscoapele pentru citirea gradațiilor pe limb (*18*) ;

— *complexul eclimetru* (*E*) format din cercul vertical (*19*), axul secundar (*21*), solidar cu luneta (*22—24*), cu cele trei părți componente : tub

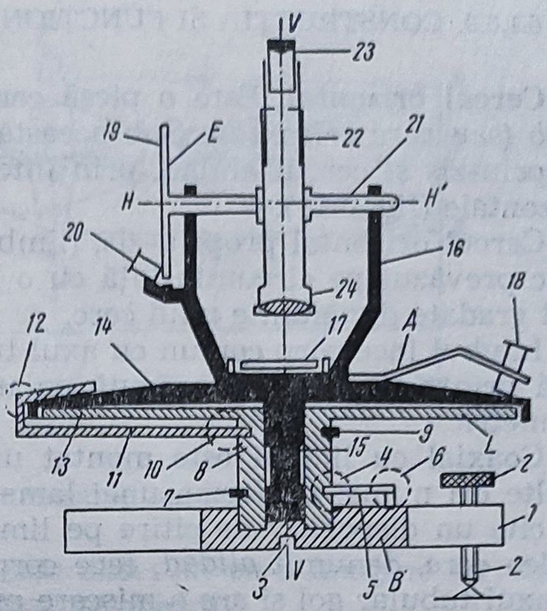


Fig. 6.9. Secțiune printr-un teodolit clasic :

1 — suportul ; *2* — șuruburile de calare ; *3* — lăcaș cu filet pentru fixarea teodolitului pe trepied ; *4* — șurubul de mică amplitudine a mișcării generale ; *5* — tija prelungitoare a brățării inferioare la șurubul de mică amplitudine ; *6* — șurubul de blocare a mișcării generale; *7* — brățara inferioară ; *8* — axul vertical tubular ; *9* — brățara superioară ; *10* — șurubul de blocare a mișcării cercului alidad ; *11* — tija prelungitoare a brățării superioare ; *12* — șurubul de mică amplitudine a mișcării cercului alidad ; *13* — limbul ; *14* — cercul alidad ; *15* — axul vertical plin ; *16* — furcile alidadei ; *17* — nivela ; *18* — microscoapele pentru citirea gradațiilor pe limb ; *19* — cercul vertical ; *20* — microscoapele pentru citirea pe cercul vertical ; *21* — axul secundar ; *22* — luneta ; *23* — ocularul lunetei ; *24* — obiectivul lunetei ; *25* — axul principal al aparatului.

ocular (*23*) și tub obiectiv (*24*). Cercul vertical are, de asemenea, microscoape (*20*) pentru citirea gradațiilor.

Ca orice tip de goniometru, teodolitul are trei axe : una verticală sau principală (*VV'*), una secundară sau orizontală (*HH'*) și una de vizare (*LL'*).

Un teodolit are o mișcare generală, prin care se rotește atît cercul orizontal, limbul, cît și cercul alidad, o mișcare de înregistrare la care se rotește numai cercul alidad și o mișcare a lunetei, prin care se înregistrează unghiuri verticale.

Fiecare mișcare poate fi amplă sau de mică amplitudine, în fiecare caz șurubul micrometric putînd fi acționat numai după strîngerea șurubului de blocare.

Nu toate teodolitele sînt prevăzute cu brățara inferioară care face posibilă mișcarea generală. După cum sînt prevăzute cu șuruburi pentru mișcarea concomitentă a celor două cercuri, limbul și cercul alidad, aparatele sînt de două feluri (fig. 6.10) :

— *teodolite simple* (6.10, *a*), care au numai mișcare de înregistrare, ceea ce înseamnă că limbul este fix și se mișcă numai cercul alidad ;

— *teodolite repetitoare* (fig. 6.10, *b*), care au cele două mișcări independente una de alta.

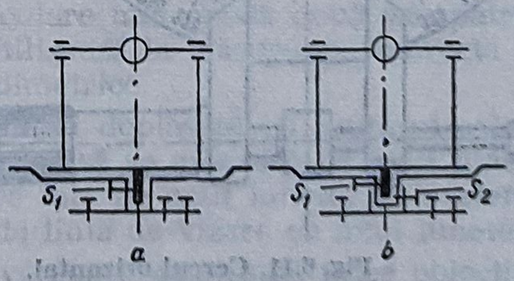


Fig. 6.10. Tipuri de teodolite după felul mișcărilor :

a — simple ; *b* — repetitoare.

Cercul orizontal. Este o piesă care face parte din complexul denumit *limb* (sau *cerc orizontal*). Sub această denumire se înțeleg, de fapt, limbul propriu-zis și cercul alidad, prin intermediul lor măsurîndu-se unghiurile orizontale (fig. 6.11).

Cercul orizontal propriu-zis, (limbul), constă dintr-un disc circular metalic prevăzut pe circumferință cu o bandă cromată sau argintată, pe care sînt gradate diviziunile unui cerc.

Limbul face corp comun cu axul tubular gol, iar mișcarea lui este realizată printr-o brățară prevăzută cu un șurub de blocare și un șurub micrometric.

Coaxial cu limbul este montat un al doilea cerc gradat, de cele mai multe ori numai de forma unei lame diametrale, prevăzută la extremități cu cîte un dispozitiv de citire pe limb, un reper sau un vernier. Acest al doilea cerc, denumit *alidad*, face corp comun cu axul tubular plin, plasat în axul tubular gol și are o mișcare proprie prin intermediul brățării superioare, prevăzută cu un șurub de blocare și unul de mică amplitudine.

Dispozitivul de vizare. Pentru vizarea semnalelor, teodolitele sînt prevăzute cu lunete, sistem care asigură odată cu mărirea și aproprierea obiectelor vizate (fig. 6.12).

Semnalul vizat este preluat de obiectivul lunetei, formînd o imagine mai mică și răsturnată a obiectului (fig. 6.12, *a*). Imaginea este preluată de

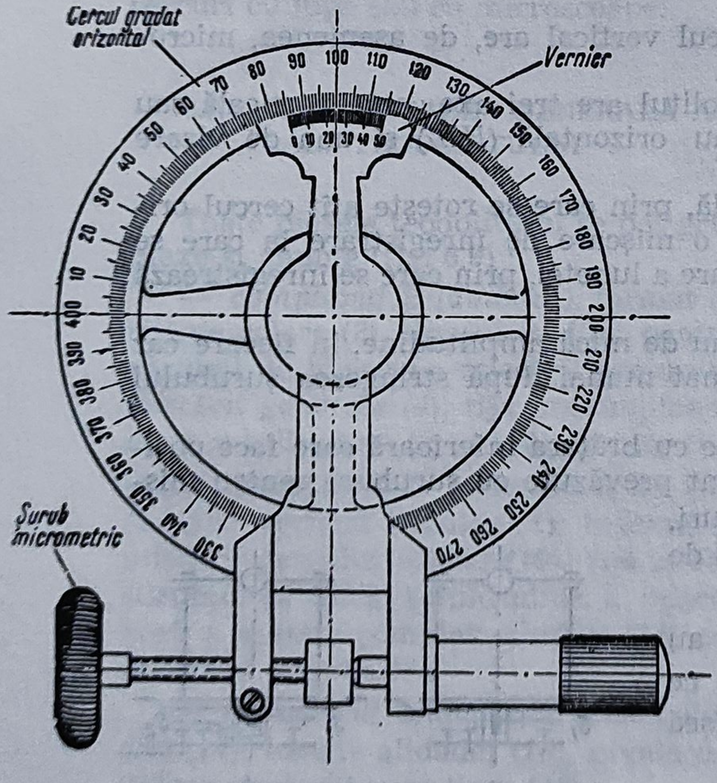


Fig. 6.11. Cercul orizontal.

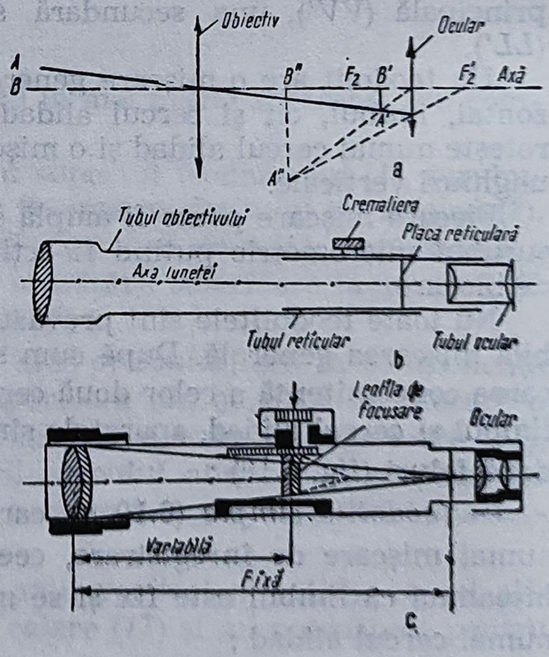


Fig. 6.12. Luneta topografică :
a — schema optică a lunetei ; *b* — luneta topografică de tip clasic ; *c* — luneta topografică cu lentilă de focusare.

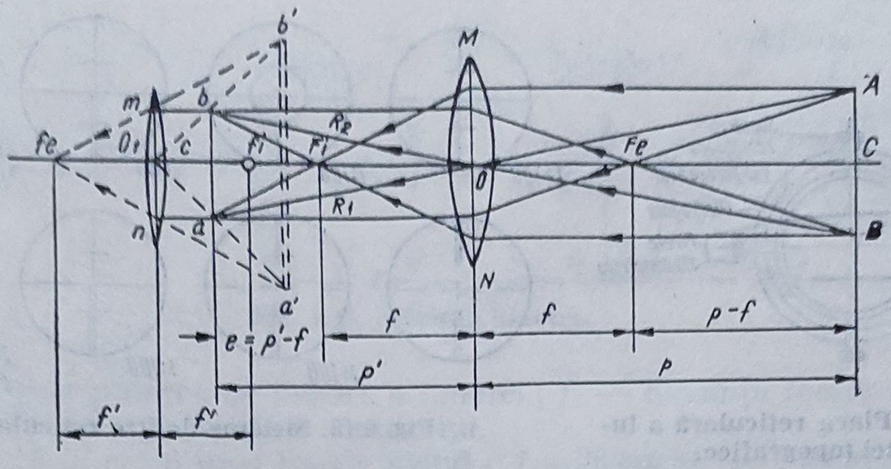


Fig. 6.13. Formarea imaginii în lunetă.

ocular, mărită astfel încît semnalul este observat ca o imagine virtuală și răsturnată, mărită față de imaginea dată de obiectiv.

Inițial, luneta a fost formată din trei tuburi : ocular, reticular și obiectiv, după piesele montate în fiecare din ele (fig. 6.12, *b*). Ulterior, tubul reticular a fost eliminat, fiind înlocuit cu o lentilă de focusare, care a preluat funcția de alungire sau scurtare a lunetei. Lunetele utilizate în prezent (fig. 6.12, *a*) sînt formate numai din două tuburi : obiectiv și ocular.

Luneta utilizată la aparatele topografice este pe tipul conceput de K e p l e r și realizează imagini răsturnate ale obiectelor vizate.

Așa cum se poate vedea în figura 6.13, un semnal *AB* observat prin lunetă are o primă imagine *ab* dată de obiectiv. Imaginea dată de obiectiv este preluată de ocular, în final rezultînd o imagine virtuală și răsturnată a obiectului vizat, *a'b'*.

În construcția lunetei se deosebesc mai multe părți componente.

Obiectivul. Constă dintr-o lentilă convergentă de sticlă obișnuită (*crown-glass*) și una sau două lentile divergente de cristal (*flint-glass*).

Întregul sistem optic este fixat în partea din față a tubului obiectiv și se comportă, în ansamblu, ca o lentilă convergentă.

Reticulul. Constă dintr-o lamă de sticlă fixată într-o ramă circulară prin intermediul a patru șuruburi (fig. 6.14). Pe lamă sînt gravate două fire, unul vertical și altul orizontal. Cele două fire se numesc *reticulare*. Ele pot fi simple sau duble, după cum instrumentul este destinat vizelor medii sau lungi. În cazul semnalelor îndepărtate, imaginea acestuia se prinde între firele reticulare (fig. 6.15).

La unele aparate, pe lîngă firele reticulare mai există două sau patru fire, orizontale sau verticale și care se utilizează la măsurarea indirectă a distanțelor. Aceste fire sînt denumite stadimetrice.

Poziția lamei nu este rigidă, ea putînd fi deplasată cu ajutorul celor patru șuruburi astfel încît intersecția firelor să se găsească pe axul lunetei. Deplasarea centrului firelor reticulare față de axul lunetei dă naștere la eroarea de colimație, unghiul format de linia de vizare cu axul lunetei.

Lentila de focusare. Este o lentilă divergentă amplasată între obiectiv și placa reticulară. Poziția acestei lentile este variabilă. Ea poate fi deplasată de-a lungul axei lunetei cu ajutorul unui șurub exterior. Lentila de

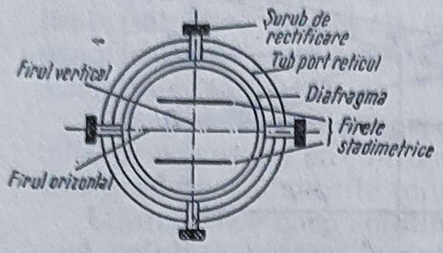


Fig. 6.14. Placa reticulară a lunetei topografice.

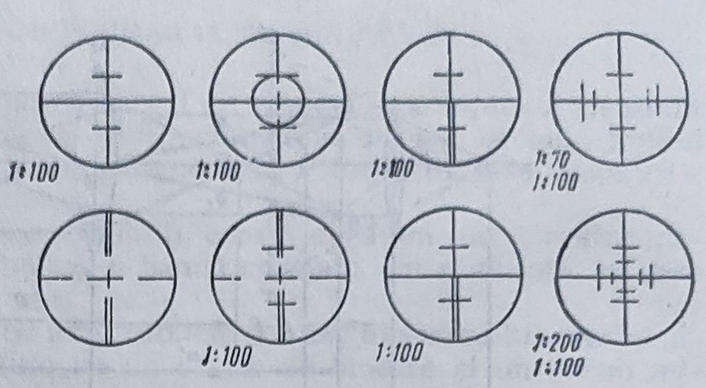


Fig. 6.15. Sisteme de fire reticulare.

focusare are rolul să aducă imaginea obiectului vizat în planul firelor reticulare, operație care se numește *focusare interioară*.

Ocularul. Este sistemul optic fixat în tubul ocular și care are rolul de a prelua și de a mări imaginea semnalului dată de obiectiv. El este format din 2 lentile convergente, plan convexe, formînd un sistem acromatic, care se comportă în ansamblu ca o lentilă convergentă. După poziția celor două lentile componente se disting două feluri de oculare :

— *oculare pozitive* (sau *de tip Ramsden*) la care cele două lentile au convexitatea una spre cealaltă, iar placa reticulară în afara ocularului, spre obiectiv (fig. 6.16, *a*) ;

— *oculare negative* (sau *de tip Huygens*) care au convexitatea lentilelor îndreptată în același sens, spre obiectiv (fig. 6.16, *b*) și la care placa reticulară este amplasată între cele două lentile.

Ocularul pozitiv asigură o mărire mai puternică, în timp ce ocularul negativ dă imagine mai clară și mai luminoasă.

Puterea de mărire a lunetei. Denumită mai simplu *mărirea lunetei* (sau *grosisment*) este raportul dintre mărimea imaginii obținute în lunetă și mărimea imaginii văzută cu ochiul liber, sau raportul dintre distanța focală a obiectivului și cea a ocularului (fig. 6.17). Înseamnă că mărirea lunetei se poate scrie într-o relație de forma :

$$M = \frac{f_1}{f_2},$$

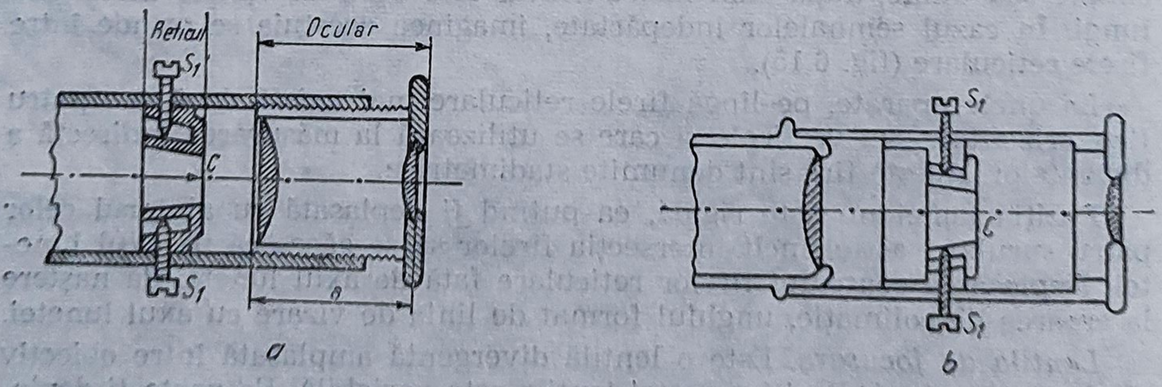


Fig. 6.16. Tipuri de oculare :
a — pozitiv ; *b* — negativ.

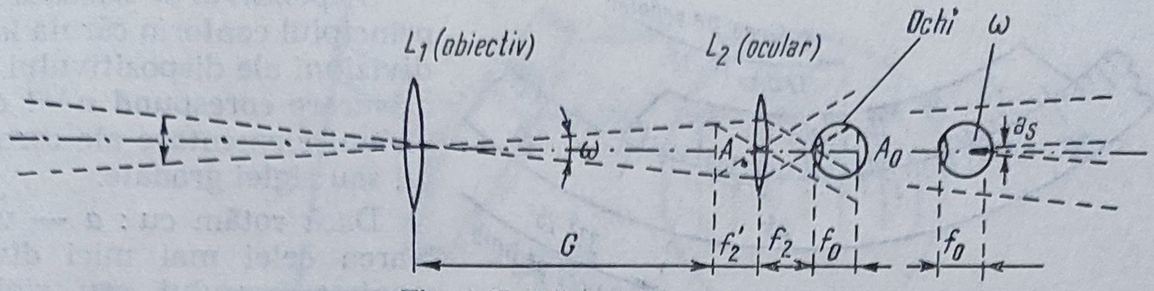


Fig. 6.17. Mărirea lunetei.

în care : M este puterea de mărire a lunetei ; f_1 — distanţa focală a obiectivului ; f_2 — distanţa focală a ocularului.

Rezultă că în cazul unei lunete avînd : $f_1 = 36$ cm şi $f_2 = 1{,}5$ cm, puterea de mărire va fi : $M = \frac{36}{1{,}5} = 24$ ori.

Cîmpul lunetei. Este unghiul format de deschiderea reticulului (figura 6.18) şi se exprimă sub forma unei relaţii de forma :

$$\mu = \frac{200^{cc}}{M},$$

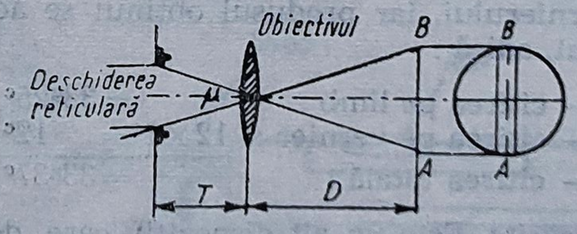
în care : μ este cîmpul lunetei exprimat în secunde ; M — puterea de mărire a lunetei.

Înseamnă că lunetele cu putere mare de mărire vor avea un cîmp mai mic, şi invers. Lunetele cu cîmp mare de vizare, deci cu putere mică de mărire, prezintă avantajul că obiectul vizat se *poate prinde mai repede în lunetă.*

Dispozitive de citire pe cercurile gradate. La citirea gradaţiilor pe cercurile teodolitelor sînt folosite, la aparatele considerate de construcţie clasică, două sisteme : vernierul şi scăriţa, prin acestea mărindu-se exactitatea de citire.

Vernierul este un dispoztiv, conceput de fizicianul francez *Pierre Vernier* (1580—1637), prin intermediul căruia se măreşte precizia de citire pe un instrument de măsurare (fig. 6.19).

Fig. 6.18. Cîmpul lunetei.



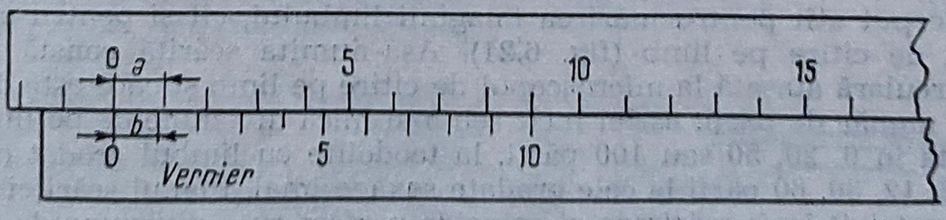


Fig. 6.19. Vernierul linear.

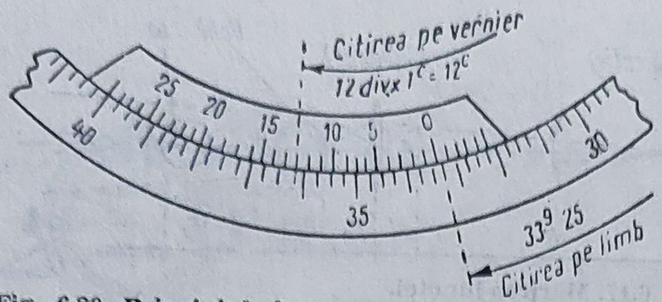


Fig. 6.20. Principiul de construcție și citirea cu ajutorul vernierului.

Dispozitivul se bazează pe principiul conform căruia la n diviziuni ale dispozitivului de măsurare corespund n—1 diviziuni elementare ale cercului sau riglei gradate.

Dacă rotăm cu : a — valoarea celei mai mici diviziuni a cercului sau riglei gradate ; b — valoarea celei mai mici diviziuni a dispozitivului de măsurare (vernier); n — numărul de diviziuni de pe dispozitivul de măsurare, principiul vernierului se poate transpune într-o relație de forma :

$$nb=(n-1)a, \text{ sau } b=a-\frac{a}{n}.$$

Precizia unui vernier fiind $p=a—b$, înseamnă că se poate scrie :

$$p=a-b=a-a+\frac{a}{n}=\frac{a}{n}.$$

Din această relație rezultă că diferența dintre o diviziune de pe instrumentul de măsurare și o diviziune de pe vernier este egală cu raportul dintre cea mai mică diviziune a acestuia și numărul diviziunilor de pe vernier.

Același principiu a fost aplicat și la construirea teodolitelor, evident, în această situație fiind vorba de verniere circulare. Modul de determinare a preciziei, ca și citirea, sînt însă aceleași ca și în cazul vernierului linear.

Astfel, în cazul situației prezentate în figura 6.20, avem următoarele date : $a=25^c$; $n=25$, de unde $p=\frac{a}{n}=\frac{25^c}{25}=1^c$.

Conform regulei de citire pe vernier, se iau mai întîi gradațiile întregi pînă la zero al vernierului, în cazul de față 33^g25^c , după care se numără diviziunile vernierului pînă la cea care este în prelungire cu una de pe limb. Numărul de diviziuni de pe vernier se înmulțește cu precizia de citire a vernierului, iar produsul obținut se adaugă la citirea făcută pe limbul gradat, adică :

— citirea pe limb : $=33^g25^c$
— citirea pe vernier : $12\times1^c=12^c$
— citirea totală : $=33^g37^c$

Scăriță. Este un alt dispozitiv care, de fapt, este un microscop cu scăriță conceput atît pentru mărirea imaginii limbului, cît și pentru a crește precizia de citire pe limb (fig. 6.21). Așa-numita scăriță constă dintr-o placă circulară atașată la microscopul de citire pe limb și care este divizată într-un număr de părți, astfel încît cea mai mică diviziune de pe limb este împărțită în 0, 20, 50 sau 100 părți, la teodolite cu limbul gradat centesimal și 6, 12, 30, 60 părți la cele gradate sexagesimal. Planul scăriței este în așa fel potrivit încît mărimea ei coincide perfect cu o diviziune de pe cer-

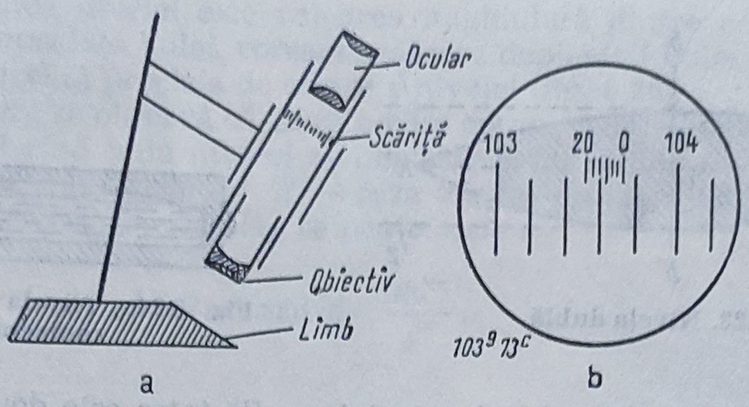


Fig. 6.21. Microscopul cu scăriță :
a — schema microscopului ; *b* — scărița și citirea.

cul gradat. Precizia scăriței se obține cu aceeași relație folosită și în cazul vernierului. În cazul exemplului din figura 6.21, datele pentru obținerea preciziei sînt : $a=20^c$, $n=10$, iar $p=\frac{a}{n}=\frac{20^c}{10}=2^c$.

Înseamnă că citirea, în cazul dat, va fi 103^g75^c.

Citirea pe scăriță se face asemănător cu aceea de pe vernier. Pentru aceasta se citesc pe limb gradațiile întregi pînă la zero al scăriței. In continuare se urmărește pe scăriță cîte diviziuni depășesc ultima diviziune de pe limb și rezultatul se înmulțește cu precizia scăriței.

Dispozitive de calare ale teodolitului. Orizontalizarea diferitelor părți componente ale teodolitului, și îndeosebi a cercului orizontal, poartă numele de *calare*. Ea se realizează cu ajutorul nivelelor denumite de unii autori și *libele*.

Nivelele se grupează în două categorii, după forma lor : *torice* (sau cilindrice) și *sferice*.

Nivela torică. Constă dintr-un tub de sticlă de forma unui cilindru curb (fig. 6.22), de unde și denumirea. În interiorul tubului de sticlă, închis ermetic la cele două extremități, este introdus un lichid volatil (eter, alcool sau sulfură de carbon), lăsîndu-se un mic spațiu, în care se adună vaporii lichidului. Acest spațiu poartă denumirea de *bula nivelei*. Ca elemente de bază ale nivelei deosebim :

— raza de curbură a tubului, care poate fi de 10—60 m, de aceasta depinzînd, după cum se va vedea ulterior, sensibilitatea nivelei ;

— directricea nivelei (T—T') care este tangenta la tor în punctul maxim de curbură, cînd nivela este orizontală.

Pe fața superioară tubul este prevăzut cu o serie de linii paralele trasate din 2 în 2 mm ; două dintre ele, cele centrale, sînt mai lungi și servesc ca repere pentru orizon-

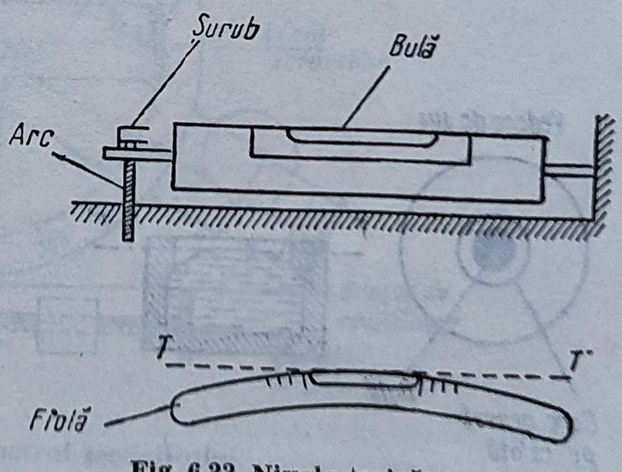


Fig. 6.22. Nivela torică.

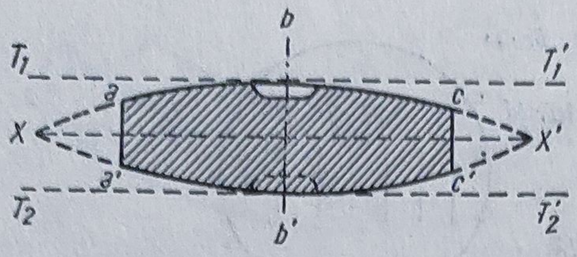


Fig. 6.23. Nivela dublă.

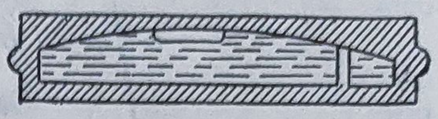


Fig. 6.24. Nivela cu cameră de compensare.

talizare. În momentul cînd bula nivelei se află între cele două repere, suprafața pe care este așezată nivela este orizontală.

Nivelele torice sînt de mai multe feluri. Se cunosc următoarele tipuri :

— nivela *fixă*, care este montată rigid pe un aparat și prin intermediul căreia se orizontalizează limbul sau linia 0—200^g a cercului vertical ;

— nivela *independentă*, care se utilizează pentru controlul orizontalității unor suprafețe ;

— nivela *reversibilă*, care are forma unui butoiaș, cu dublă curbură (fig. 6.23), cu gradații pe ambele părți. Acest tip de nivelă este utilizat pe unele aparate folosite în nivelmentul geometric ;

— nivela *cu cameră de compensare*, care are la corpul nivelei o mică gîtuitură ce separă o despărțitură, care comunică cu corpul central al nivelei (fig. 6.24).

La toate tipurile de nivele tubul este acoperit, pentru a fi protejat de lovituri, de o carcasă metalică, rămînînd liberă numai zona pe care sînt marcate gradațiile și reperele pentru calare.

Nivelele fixe sînt prinse de suprafața de orizontalizare prin intermediul a 1—2 șuruburi, prin care se poate regla poziția lor și care se numesc *șuruburi de rectificare*.

Nivela sferică. Este folosită pentru calarea aproximativă a teodolitelor. Ea constă dintr-o fiolă cu suprafața din interior a părții de sus șlefuită în formă sferică și este montată, de asemenea, într-o carcasă metalică.

Ca repere pentru orizontalizare, nivela are trasate 1—2 cercuri, poziția de calare fiind realizată atunci cînd bula nivelei este plasată în centrul cercului de calare (fig. 6.25).

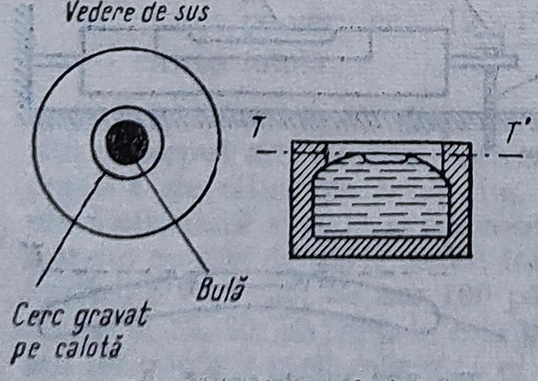


Fig. 6.25. Nivela sferică.

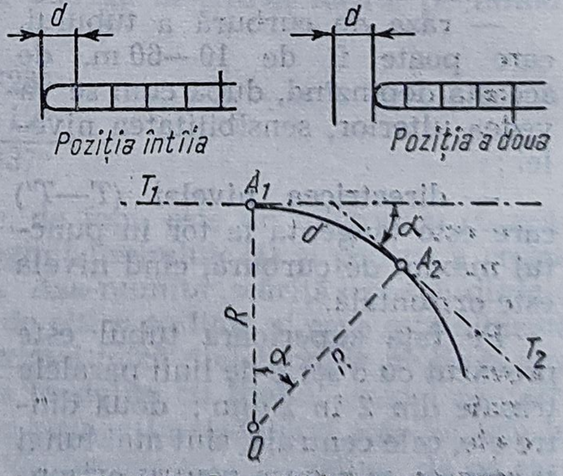


Fig. 6.26. Sensibilitatea nivelei.

Sensibilitatea nivelei este valoarea unghiulară dintre cele două plane tangente la suprafața bulei, corespunzătoare deplasării bulei cu o diviziune și ea caracterizează precizia de calare a nivelei (fig. 6.26).

De pe figură se observă că, dacă notăm cu : α — unghiul format de poziția directricei cînd bula nivelei se deplasează cu lungimea unei gradații ; d — lungimea unei gradații ; R — raza torului din care face parte nivela, din sectorul de cerc $O—A_1—A_2$, se poate scrie :

$$d = R \cdot \alpha, \text{ sau } d = \frac{R\alpha^{cc}}{\rho^{cc}},$$

de unde :

$$\alpha^{cc} = \frac{d}{R}\rho^{cc}, \text{ în care } \rho^{cc} = 636\,620^{cc}.$$

Cercul vertical. Este o parte componentă de bază a ansamblului de piese denumit *eclimetru* și este atașat la teodolit pentru măsurarea unghiurilor verticale. El este format din două părți (fig. 6.27) :

— un cerc complet, avînd o bandă cromată sau argintată pe care sînt înscrise gradațiile unui cerc în sistem sexagesimal sau centesimal și care se rotește odată cu mișcarea lunetei, fiind montat rigid de axul secundar ;

— o lamă concentrică cu cercul vertical propriu-zis, prevăzută la extremități cu cîte un reper sau vernier și care poate fi adusă în poziție orizontală cu ajutorul unei nivele de calare. Această poziție se realizează pentru linia care unește reperele sau zerourile vernierelor.

Luneta, și odată cu ea și cercul vertical, are o mișcare în plan vertical, fiind posibilă o mișcare largă sau macrometrică și una fină sau micrometrică.

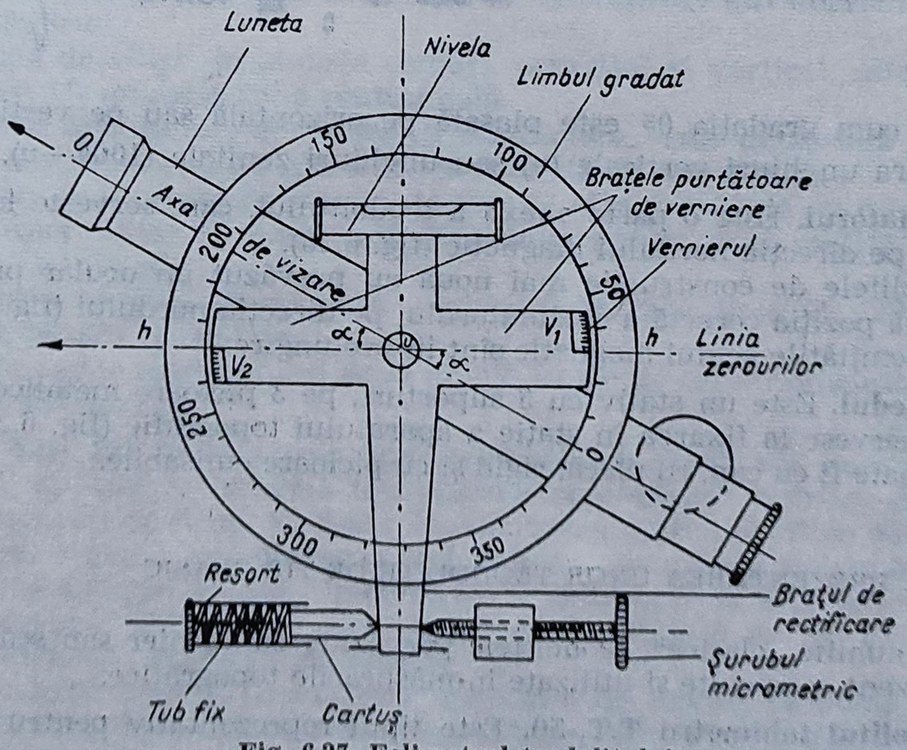
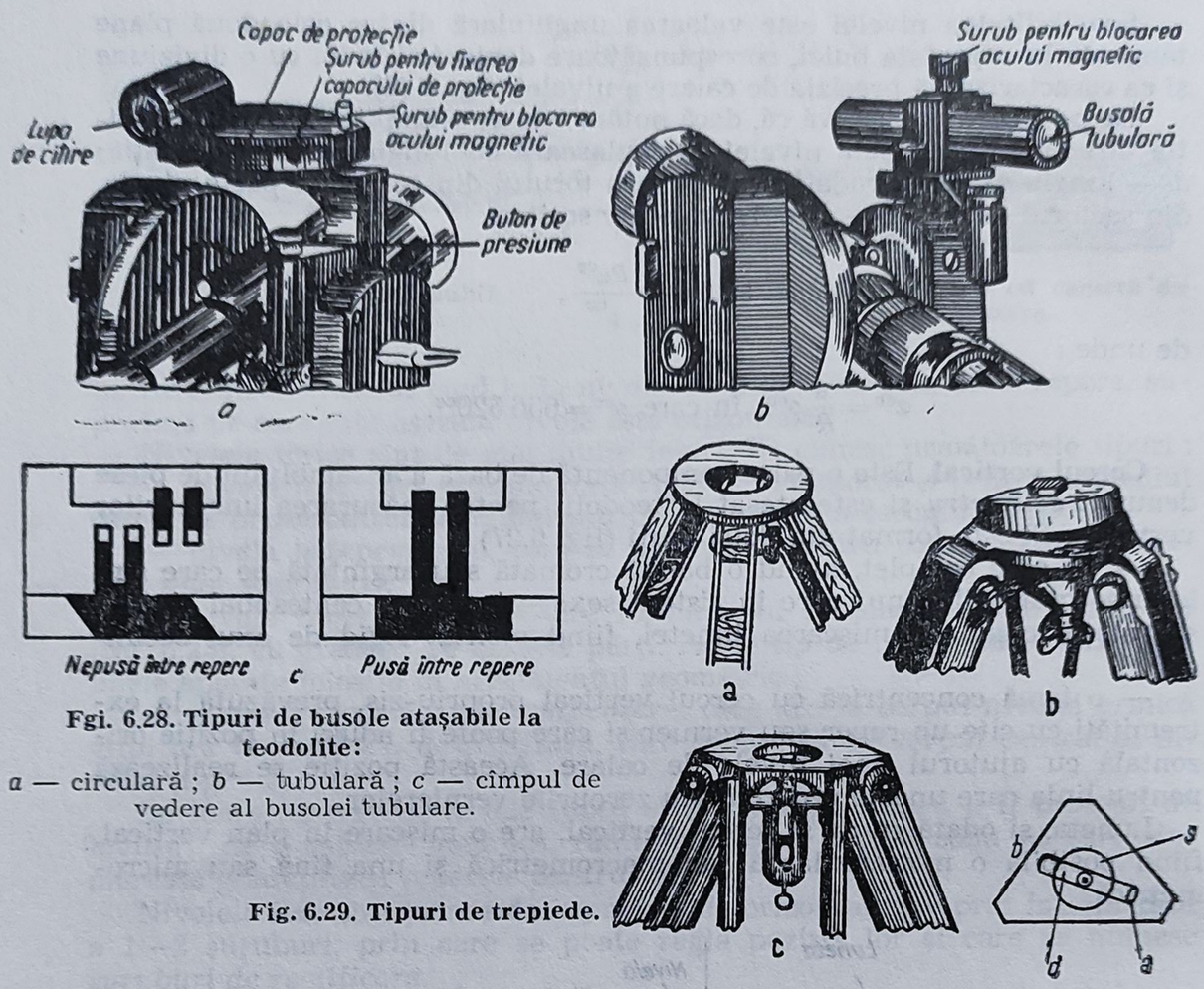


Fig. 6.27. Eclimetrul teodolitului.



Fgi. 6.28. Tipuri de busole atașabile la teodolite:

a — circulară ; *b* — tubulară ; *c* — cîmpul de vedere al busolei tubulare.

Fig. 6.29. Tipuri de trepiede.

După cum gradația 0^g este plasată pe orizontală sau pe verticală, se pot măsura unghiuri verticale (v) sau unghiuri zenitale ($100^g—v$).

Declinatorul. Este o parte anexă a teodolitului, care servește la orientarea lui pe direcția nordului magnetic (fig. 6.28).

Teodolitele de construcție mai nouă au prevăzut un ocular prin care se observă poziția corectă a declinatorului pe direcția nordului (fig. 6.28, c), cînd extremitățile acului magnetic sînt în prelungire.

Trepiedul. Este un stativ cu 3 suporturi, pe 3 picioare metalice sau de lemn și servesc la fixarea în stație a aparatului topografic (fig. 6.29). Trepiedul poate fi cu cap, cu placă, rigid și cu picioare culisabile.

6.1.3.4. PREZENTAREA UNOR TEODOLITE DE TIP CLASIC

Deși numite „clasice", teodolitele prevăzute cu vernier sau scăriță sînt și în prezent construite și utilizate în măsurările topografice.

Teodolitul tahimetru T.T.-50. Este tipul reprezentativ pentru teodolitele prevăzute cu vernier (fig. 6.30).

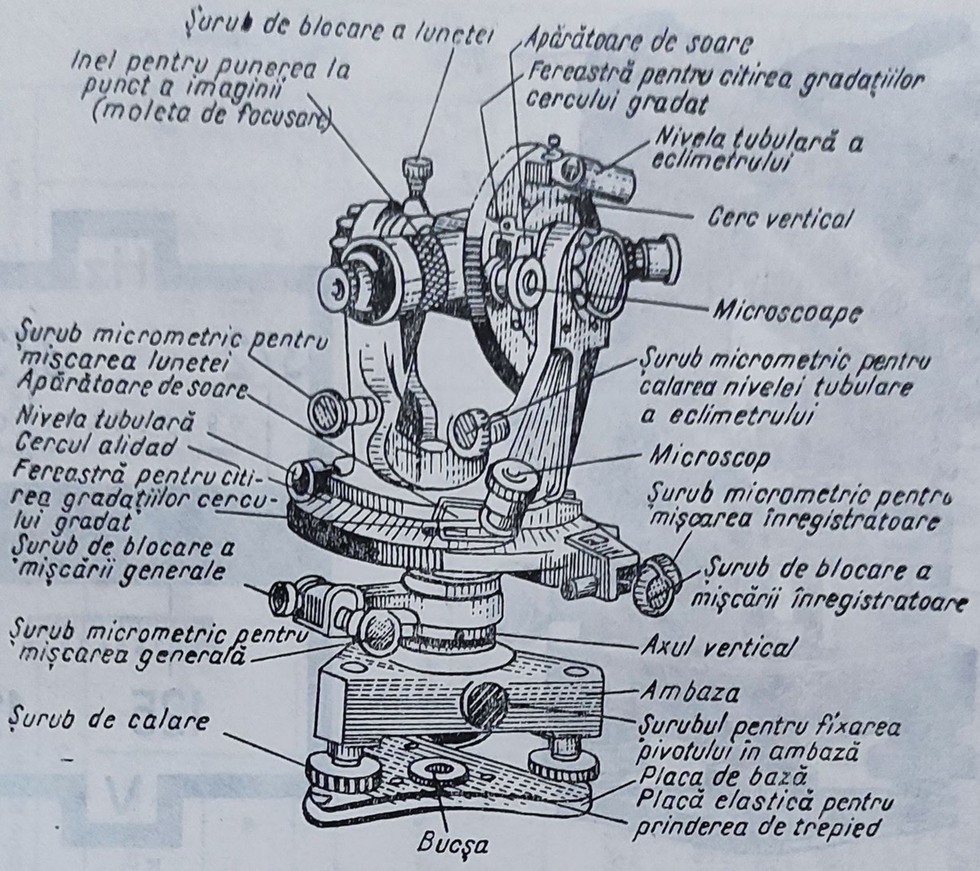


Fig. 6.30. Teodolitul tahimetru T.T-50.

Acesta este un teodolit repetitor prevăzut cu mișcare generală și mișcare înregistratoare. Fiecare mișcare poate fi realizată atît micrometric, cît și macrometric.

Precizia de citire, la ambele cercuri, orizontal și vertical, este aceeași și egală cu 1^c, gradația fiind centesimală.

Ambaza aparatului, de formă triunghiulară, este detașabilă ceea ce permite centrarea lui, înainte de montarea părții superioare.

Luneta are o putere de mărire de 25× și este prevăzută cu o lentilă de focusare care poate fi manevrată prin intermediul unei molete, plasate concentric cu luneta.

Pe cercul vertical se măsoară unghiuri verticale, linia $0^g - 200^g$ fiind așezată în poziție orizontală.

Pentru calare aparatul are două nivele torice pe cercul orizontal și una pentru cercul vertical.

Theo 030. Tot în categoria aparatelor de tip clasic dar care poate fi considerat și modern datorită introducerii centralizării citirilor este teodolitul construit de firma K. Zeiss Jena sub denumirea de Theo 030. Acest teodolit are o formă mai modernă, avînd totuși atît o mișcare generală, cît și o mișcare înregistratoare. Trecerea de la o mișcare la alta se realizează prin intermediul unei cleme care poate bloca limbul (*8* pe fig. 6.31). Ambaza teodolitului este fixată de aparat.

Caracteristic acestui aparat este utilizarea de cercuri de sticlă, imaginea gradațiilor fiind adusă printr-un sistem optic format din prisme și lentile într-un ocular, plasat în paralel cu luneta (fig. 6.32).

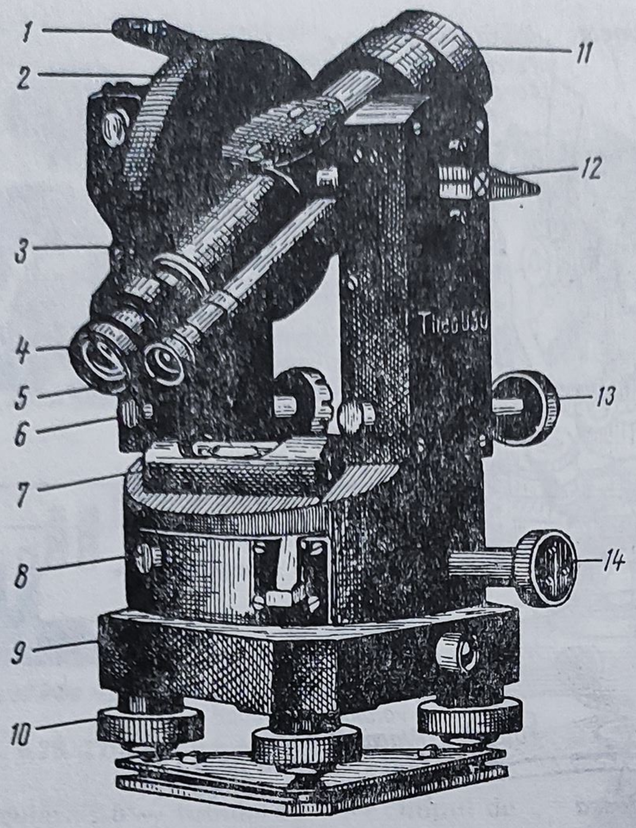


Fig. 6.31. Teodolitul tahimetru Theo 030 :
1 — oglinda retrovizoare a nivelei cercului vertical ; *2* — cercul vertical ; *3* — moleta de focusare a imaginii ; *4* — ocularul lunetei ; *5* — ocularul microscopului de efectuare a citirilor la micrometru ; *6* — șurubul de mișcare a nivelei cercului vertical ; *7* — nivela cercului orizontal ; *8* — clema de trecere de la mișcarea generală la mișcarea de înregistrare ; *9* — ambaza ; *10* — șuruburi de calare ; *11* — obiectivul lunetei ; *12* — clema de fixare a mișcării lunetei în plan vertical ; *13* — șurub de mișcare fină în plan vertical ; *14* — șurub de mișcare fină în plan orizontal ; *15* — șurubul de fixare a teodolitului în ambază.

Fig. 6.32. Exemplu de citire la teodolitul Theo 030 :
a — la cercul orizontal : $373^{g}13^{c}30^{cc}$; *b* — la cercul vertical : $125^{g}77^{c}50^{cc}$.

Ca dispozitiv de citire, pentru ambele cercuri este utilizată scărița plasată într-un microscop de citire cu o precizie de 1^{c}. În figura 6.32 se dau exemple de citire la cele două cercuri, cel orizontal, notat cu *Hz*, și cel vertical, notat cu *V*.

Puterea de mărire a lunetei este de 25×, iar distanța minimă de vizare de 2,1 m.

Întrucît în unitățile productive se găsesc numeroase teodolite, de construcții și caracteristici diferite, în tabelul 6.1 prezentăm principalele date, după A. Costăchel și colaboratorii, asupra principalelor aparate de precizie mică și mijlocie utilizate în prezent.

Tabelul 6.1

Cîteva caracteristici ale unor teodolite de precizie mică și mijlocie

Nr. crt.	Tipul teodolitului	Firma constructoare	Luneta				Cercurile gradate					Datele nivelelor				Greutăți			Înălțimea, mm
							Diametru		Citiri										
									Valoarea diviziunii scalei										
			Mărirea M	Diam. liber al obiect. mm	Lungimea mm	Dist. min. de vizare m	Cerc orizontal mm	Cerc vertical mm	H	V	Dispozitivul de citire	Nivela cere alidad, "	Nivela cerc vertic., "	Nivela lunetei, "	Nivela sferică, '	Aparat, kg	Ambalaj, kg	Trepied, kg	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	05	F.W.-Breithaupt & Sohn Kassel	15	20	145	2,2	96	65	1°(1^g)	1°(1^g)	Vernier	45	—	30	10	2,2	1,6	3,5	200
2	TM-1	U.R.S.S.	18	27	115	2,0	80	60	1′	1′	Vernier	60	40	—	10	2,2	2,3	3,8	210
3	KT-1	Ertel. erk. München	18	25	145	1,8	95	70	10′(20^c)		Lupă cu fir	40	—	40	—	2,3	1,9	4,1	207
4	4138-C	Filotechnica Salmoiraghi Milano	22	27	128	1,3	80	57	5′(5^c)	10′(10^c)	Microscop cu fir	—	—	30	10	2,4	0,9	5,7	220
5	Micro-optic transit	Hilger & Watts Londra	10	25	116	1,5	75	75	5′(10^c)	15′(10^c)	Microscop cu fir	120	—	—	—	3,2	3,2	5,4	200
6	TE-E4	MOM Budapesta	16	25	120	1,5	74	70	5′(5^c)	5′(5^c)	Microscop cu scăriță	—	30	—	5	3,4	1,1	4,6	185
7	Theo 120	VEB Carl Zeiss Jena R.D.G.	16	32	125	0,9	62	62	10′(10^c)	10′(10^c)	Microscop cu fir	120	—	120	—	2,8	3,6	5,0	240
8	ST-2	Hilger & Watts Londra	25	40	180	2,5	114	102	20″	20″	Vernier	40	30	—	—	6	3,2	5,4	343
9	TE-E1	MOM Budapesta	28	30	186	1,7	120	90	20″(1^c)	20″(1^c)	Vernier	50	20	20	6	5,7	1,9	4,8	285
10	T t	Askania Werke Berlin—Mariendorf	30	45	165	1,5	90	70	20″(1^c)	20″(1^c)	Micrometru optic	20	—	—	10	4,6	2,2	5,0	255

Tabelul 6.1 (continuare)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
11	FT IA	Otto Fennel & Kassel	30	40	175	1,2	90	70	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	Microscop cu scăriță	40	—	30	8	4,0	4,0	7,0	275
12	4150-NI	Filotehnica Salmoiraghi Milano	30	40	172	2,4	90	70	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	Microscop cu scăriță	30	30	—	10	4,6	2,9	7,2	310
13	DKM-1	Kern& Co Aarau	20	30	120	0,9	50	50	10″	(10ᶜ)	Micrometru optic	30	30	—	—	1,8	1,0	3,4	140
14	TE-D2	MOM Budapesta	24	40	175	2,0	77	68	1′(2ᶜ)	1′(2ᶜ)	Microscop cu scăriță	30	30	—	6	4,6	2,5	5,1	240
15	Th-3	Feintechnik Oberkochen	25	35	152	1,8	78	70	0,05′(0,1ᶜ)	0,05′ (0,1ᶜ)	Microscop cu scăriță	30	—	—	15	3,5	3,5	6,0	250
16	T1. A	Wild Heerbrugg *AG* Elveția	27	40	150	1,5	73	65	20″	(1ᶜ)	Micrometru optic	30	—	—	8	5,0	2,0	5,6	245
17	T 16	„	28	40	150	1,5	79	79	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	Microscop cu scăriță	30	20	—	8	4,7	2,0	5,6	265
18	Theo 020	VEB Carl Zeiss Jena R.D.G.	25	35	195	2,1	96	74	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	„	30	—	—	8	4,3	4,4	5.6	240
19	T 1	Wild Heerbrugg *AG* Elveția	27	40	150	1,3	75	65	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	„	30	—	—	8	4,8	1,7	5,0	240
20	T 16	„	28	40	150	1,4	79	79	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	„	30	—	—	8	4,5	1,7	5,6	245
21	Redta002	VEB Carl Zeiss Jena R.D.G.	25	42	310	2,5	114	114	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	„	30	30	—	8	6,5	6,2	5,6	235
22	Dahlta 010	„	25	46	225	3,0	96	96	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	„	30	30	—	8	4,7	3,1	5,8	280
23	Dahlta 020	„	25	40	—	3,0	94	94	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	„	30	30	—	8	4,4	5,6	4,7	213
24	Thea 030	„	25	35	195	1,9	—	—	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	„	30	30	—	8	4,4	5,6	4,7	213
25	R.D.H.	Wild Herbrugg *AG* Elveția	25	45	—	1,7	—	—	1′(1ᶜ)	1′(1ᶜ)	„	30	30	—	—	7,1	5,6	5,0	—

6.1.4. TEODOLITE MODERNE

Teodolitele cu gradațiile practicate direct pe limb, ca și cele care au introduse o scăriță în cîmpul microscopului sau alte dispozitive (de genul microscopului cu pieptene), s-au dovedit a fi insuficiente pentru asigurarea preciziei solicitate teodolitelor. Ca urmare, constructorii de teodolite au introdus soluții noi prin care, alături de o precizie mai mare de citire, pe cercuri, au fost aduse și alte perfecționări teodolitelor de construcție clasică.

6.1.4.1. CENTRALIZAREA CITIRILOR

Constituie una din realizările de seamă în construcția teodolitelor. Pentru aceasta cercurile nu au mai fost confecționate din metal, ci din sticlă, pentru transmiterea imaginilor, într-un ocular anume prevăzut fiind introduse o serie de lentile și prisme.

În figura 6.33 este prezentat mersul razelor de lumină pentru centralizarea citirilor, la teodolitul Wild T_2, universal, caracteristic prin faptul că aduce concomitent, prin suprapunere, două zone opuse ale cercurilor gradate.

De pe figură se poate observa că atît limbul, notat cu *A* și *B*, cît și eclimetrul, constau din cîte un singur cerc, confecționat din sticlă.

Pentru aducerea gradațiilor în ocularul de observare a lor (*14*), raza de lumină pătrunde în teodolit printr-o prismă sau lentilă (*1* și *1'*), este deviată de o prismă (*2—2'*) triunghiulară, concentrată de o lentilă convergentă (*3—3'*) și introdusă în teodolit.

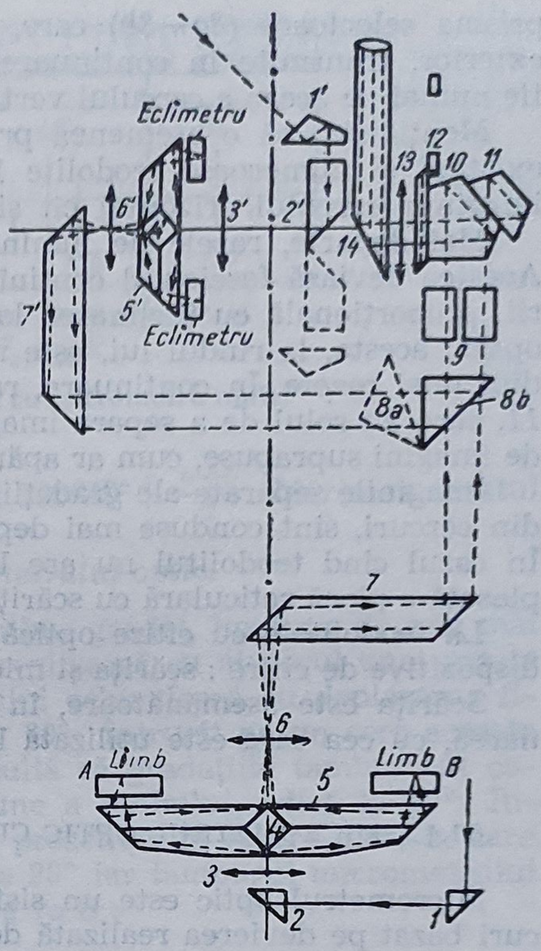


Fig. 6.33. Secțiune prin sistemul optic al teodolitului cu centralizare a citirilor și cu micrometrul optic :
1, 1' — prisme sau oglinzi prin care pătrunde lumina în aparat ; *2, 2'* — prisme care transmit lumina ; *3, 3'* — lentile convergente pentru condensarea luminii ; *4, 4'* — prisme distribuitoare de lumină și imagini ; *5, 5'* — prisme transmițătoare de imagini ; *6, 6'* — lentile convergente ; *7, 7'* — prisme deviatoare ; *8, 8'* — prismă inversoare pentru cercul vertical ; *9, 9'* — lamele cu fețe paralele ; *10, 11* — sistem de prisme separatoare și redresoare ; *12* — micrometru cu prisma lui ; *13* — lentila ; *14* — prismă cu rolul de a aduce imaginile în cîmpul microscopului.

În continuare, raza de lumină este preluată de o prismă romboidală (*4—4'*) și trimisă în direcții diametral opuse. Prin reflectare în fețele prismei mari (*5—5'*) și față de suprafața exterioară, argintată a cercurilor, razele de lumină, purtînd de această dată gradațiile de pe cercuri, revin la prisma romboidală, de unde sînt reflectate în afara cercurilor. Trecînd prin cîte o lentilă convergentă pentru formarea imaginii (*6—6'*), razele de lumină sînt deviate de o prismă deviatoare (*7—7'*) și ajung la

prisma selectoare (*8a—8b*) care, printr-o rotire cu un șurub montat în exterior, transmite în continuare fie numai imaginea cercului orizontal, fie numai pe aceea a cercului vertical.

Menționăm că o asemenea prismă se află numai la unele teodolite, existînd și numeroase teodolite la care se transmite, concomitent, atît imaginea cercului orizontal cît și imaginea cercului vertical.

Mai departe, razele de lumină trec prin lamelele plan paralele (*9*). Acestea deviază fasciculul conținînd gradațiile cercurilor, mărimea devierii, proporțională cu înclinarea lamelelor, putîndu-se citi pe micrometrul optic ; acesta, la rîndul lui, este manevrabil de la exterior, prin intermediul unei rozete. În continuare, razele de lumină trec prin prismele *10* și *11*, care au rolul de a separa imaginile gradațiilor diametral opuse, în loc de imagini suprapuse, cum ar apărea fără aceste prisme.

Imaginile separate ale gradațiilor diametral opuse, de pe unul sau altul din cercuri, sînt conduse mai departe, prin lentila *13*, în microscopul *14*. În cazul cînd teodolitul nu are lame plane paralele, în ocular (*14*) este plasată o placă reticulară cu scăriță.

La teodolitele cu citire optică centralizată se întîlnesc două tipuri de dispozitive de citire : scăriță și microscopul optic.

Scăriță este asemănătoare, în ceea ce privește construcția și funcționarea, cu cea care este utilizată la teodolitele de tip clasic.

6.1.4.2. MICROMETRUL OPTIC CU COINCIDENȚĂ

Micrometrul optic este un sistem optic de citire a gradațiilor pe cercuri bazat pe devierea realizată de lamele plan paralele, mărimea devierii fiind înregistrată pe un tambur în exterior.

Pentru explicarea principiului de citire cu ajutorul micrometrului optic, vom lua cercul orizontal cu centrul în C (fig. 6.34, *a*). Prin sistemul de centralizare se aduc în microscop puncte diametral opuse ale limbului, astfel încît cele două arce se comportă ca și cînd ar face parte din două cercuri tangente, unul cu centrul în C și al doilea cu centrul în C'. Considerînd două puncte diametral opuse de pe cercul C, A și B, ele vor fi observate în dispozitivul de citire ca A și B'. La o deplasare a cercului egală cu un unghi α, punctul A se va deplasa în A_1, iar B' în B'_1, în microscopul de citire observîndu-se o mărime dublă, adică 2α (fig. 6.34, *b*).

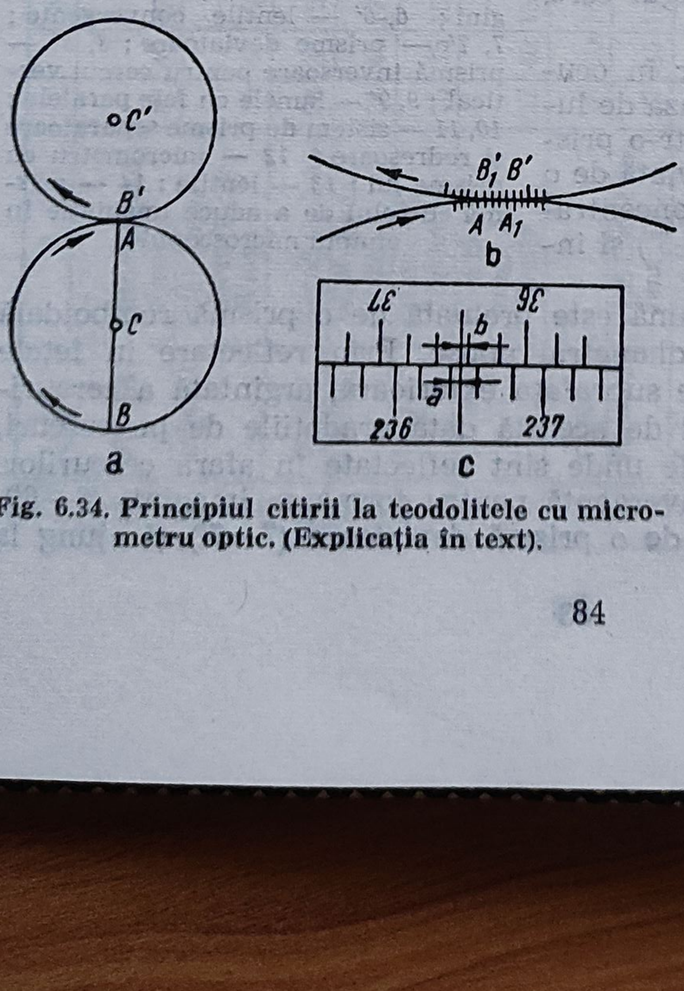


Fig. 6.34. Principiul citirii la teodolitele cu micrometru optic. (Explicația în text).

Rezultă că în dreptul reperului *i* (fig. 6.34, *c*), pe un cerc gradat centesimal și împărțit în 5 părți, ceea ce face ca cea mai mică diviziune a cercului să fie de 20^c se va citi :

— pe cercul așezat normal : $236^g40^c + a$;

— pe cercul așezat invers : $36^g40^c + b$.

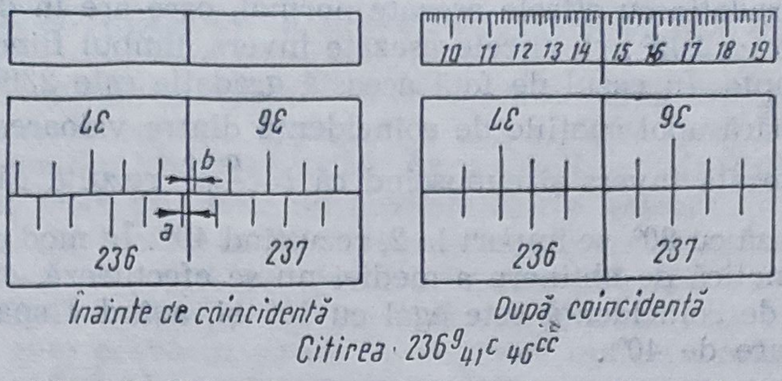


Fig. 6.35. Citirea la un teodolit cu micrometru optic.

Aceasta înseamnă că citirea va fi de $236^g40^c + \frac{a+b}{2}$. Mărimea acestui spațiu $\left(\frac{a+b}{2}\right)$ se citește cu ajutorul *micrometrului optic.*

Micrometrul optic constă dintr-un tambur gradat, împărțit de cele mai multe ori în 500 părți, a cărui rotire se realizează cu ajutorul unei rozete exterioare. O rotire completă a tamburului echivalează cu deplasarea firului *i* de la o diviziune la alta, adică cu 20^c. Întrucît pe un cerc aceasta corespunde unei jumătăți din unghi, rezultă că gradațiile tamburului corespund la 1/2 din cea mai mică diviziune a limbului, adică la 10^c. Înseamnă că în cazul micrometrului optic prezentat în figura 6.35, la care cea mai mică diviziune a cercului este de 20^c iar tamburul micrometrului este împărțit în 500 părți, precizia de citire va fi :

$$p = \frac{10^c}{500} = \frac{1\,000^{cc}}{500} = 2^{cc}.$$

Pentru a face citirea pe tambur se manevrează rozeta exterioară. Cînd rozeta micrometrului este rotită, lamele plan paralele deviază razele de lumină încărcate cu gradațiile unuia sau altuia din cercuri, iar mărimea devierii se înregistrează pe tamburul gradat. Înseamnă că pentru efectuarea citirii trebuie efectuată coincidența gradațiilor cercului așezat normal cu cel așezat invers, ceea ce corespunde lui $\frac{a+b}{2}$, mărime care se înregistrează pe tambur.

Pentru efectuarea citirii sînt două procedee.

Primul procedeu se bazează pe folosirea reperului și constă din următoarele etape :

— se citesc pe cercul așezat normal gradațiile întregi, grade și fracțiuni de cîte 20^c pînă în dreptul reperului ; în cazul exemplului din figura 6.35, *b* : 236^g40^c ;

— se face citirea pe micrometrul optic cunoscînd că prima cifră reprezintă minute, iar a doua zeci de secunde, după care se numără spațiile de cîte 2^{cc} pînă la reper, adică 1^c46^{cc}.

— citirea finală va fi $236^g41^c46^{cc}$.

Al doilea procedeu diferă numai în ceea ce privește citirea pe cerc. Pentru aceasta se procedează în felul următor :

— se ia gradația cu cifrele așezate normal, care are în dreapta pe cea de care diferă cu 200^g, cu cifrele așezate invers, limbul fiind gradat de la stînga la dreapta. În cazul de față această gradație este 236^g ;

— se numără apoi spațiile de coincidență dintre valoarea așezată normal și cea așezată invers și cunoscînd că $i = \frac{a+b}{2}$ rezultă că cele 4 spații care echivalează cu 80^c se împart la 2, rezultînd 40^c. În mod curent această operație aritmetică de obținere a mediei nu se efectuează, ci se consideră că un spațiu de coincidență este egal cu 10^c și, avînd 4 spații, se ajunge la ceeași valoare de 40^c.

Citirea pe tamburul micrometrului optic se efectuează în același mod arătat la primul procedeu.

6.1.4.3. DISPOZITIVUL DE CENTRARE OPTICĂ

Prin „centrarea" unui teodolit se înțelege operația prin care axul vertical al aparatului este adus pe verticala punctului din care trebuie măsurate unghiurile. La teodolitele clasice operația se realizează cu ajutorul unui fir cu plumb care se prinde de un cîrlig amplasat sub platforma trepiedului, în continuarea axului vertical al aparatului.

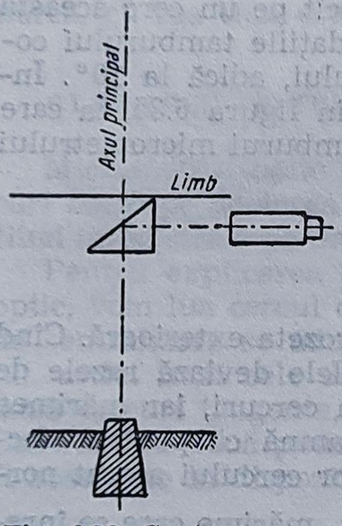


Fig. 6.36. Centrarea optică.

Deoarece acest procedeu de centrare a aparatului este dificil în cazul existenței curenților atmosferici, la aparatele moderne centrarea se realizează pe cale optică (fig. 6.36).

În acest scop, pe linia axului vertical, sub cercul orizontal, s-a introdus o prismă triunghiulară pe care imaginea reperului de pe teren, țăruș sau bornă este adusă într-o mică lunetă.

Se consideră că aparatul este centrat în momentul cînd, prin intermediul mișcării de translație, intersecția firelor reticulare ale lunetei de centrare optică sau cerculetul, se proiectează pe cuiul țărușului sau al bornei.

6.1.4.4. ALTE PERFECȚIONĂRI ADUSE TEODOLITELOR MODERNE

În afara perfecționărilor menționate (centralizarea citirilor, introducerea micrometrului optic și a dispozitivului de centrare optică), la teodolitele moderne au fost aduse și alte îmbunătățiri.

Astfel, pentru mărirea lunetei, s-au introdus teleobiective sau alte sisteme optice care realizează acest obiectiv prin diferite sisteme de lentile sau oglinzi parabolice, prin care lungimea lunetei se micșorează, obținîndu-se în același timp o putere de mărire sporită.

Trepiedele sînt în cea mai mare parte cu picioare extensibile, iar greutatea lor a fost, de asemenea, redusă.

6.1.4.5. PREZENTAREA UNOR TIPURI DE TEODOLITE MODERNE

În dotaţia unităţilor care se ocupă cu măsurările topografice există o mare varietate de aparate topografice din această categorie. În cele ce urmează prezentăm caracteristicile unora mai frecvent utilizate.

Teodolitul Theo 010. Este un teodolit de tip universal, avînd mişcarea generală şi posibilitatea rotirii independente a cercului pentru introducerea unei anumite citiri cu ajutorul unui şurub special. Este construit de firma VEB Carl Zeiss din Jena — R.D. Germană (fig. 6.37).

Aparatul este prevăzut cu un micrometru optic cu coincidenţă manevrat cu ajutorul unei rozete exterioare (*13*) care acţionează asupra plăcilor plan paralele.

Aparatul are ambele cercuri gradate sexagesimal sau centesimal, fiecare gradaţie avînd linii duble.

Citirea se face centralizat cu ajutorul unui ocular (*4*) plasat paralel cu luneta.

În acest ocular este adusă imaginea cercului orizontal sau a celui vertical, după cum este manevrată rozeta corespunzătoare (*14*, din figura 6.37).

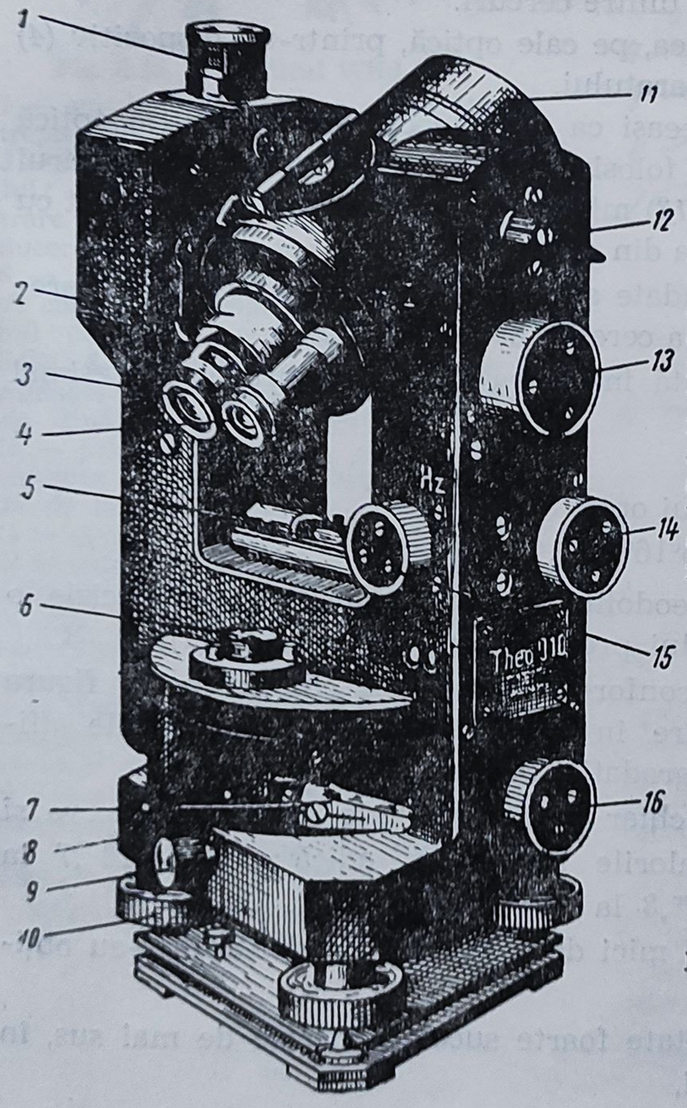


Fig. 6.37. Teodolitul universal Theo 010 :

1 — prisma nivelei de calare ; *2* — moleta de focusare a imaginii ; *3* — ocularul, lunetei ; *4* — ocularul microscopului de efectuare a citirilor ; *5* — nivela torică ; *6* — nivela sferică ; *7* — clema de blocare a lunetei în plan orizontal ; *8* — ambaza ; *9* — şurubul de fixare a teodolitului în ambază ; *10* — şurub de calare ; *11* — obiectivul lunetei ; *12* — clema de fixare a mişcării lunetei, în plan vertical ; *13* — tamburul micrometrului optic ; *14* — rozeta de aducere în microscopul de citire a imaginii cercului orizontal sau vertical ; *15* — şurubul de mişcare fină a lunetei ; *16* — şurubul de mişcare în plan orizontal a lunetei.

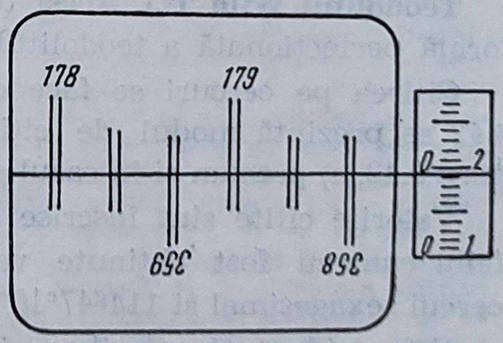


Fig. 6.38. Exemplu de citire la teodolitul Theo 010 :

— la cercul gradat 178° 50′
— la micrometru 0′21″,0
178°50′21″,0

Precizia de citire a micrometrului optic este de 2^{cc} (fig. 6.38).

Pentru efectuarea citirii se face mai întîi coincidența gradațiilor de pe cercul pe care se citește unghiul căutat, orizontal sau vertical. Citirea se face folosind unul din procedeele descrise. Astfel, citirea pe cercul orizontal prezentat în figura 6.38, cu gradație sexagesimală, va fi :

— citirea pe cerc : 178°50′ ;

— citirea pe tambur : 0°0′21″,

rezultînd citirea finală de 178°50′21″.

Teodolitul Wild T 2. Acest teodolit este, de asemenea, de tip universal, permițînd introducerea gradației dorite pe limb și avînd mișcare generală și de înregistrare (fig. 6.39).

Citirea se face, de asemenea, în mod centralizat, lumina fiind dirijată în interiorul aparatului printr-o oglindă (*3*) pentru iluminarea cercului orizontal și o alta (*18*) pentru iluminarea cercului vertical, în același timp putîndu-se citi numai pe cercul orizontal sau numai pe eclimetru, un șurub exterior (*13*) acționînd asupra unei prisme care aduce în ocular imaginea unuia sau altuia dintre cercuri.

Centrarea se face, de asemenea, pe cale optică, printr-un dispozitiv (*4*) montat sub cercul orizontal al aparatului.

Caracteristica aparatului, aceeași ca și la teodolitele cu citire optică centralizată anterior, constă în folosirea unui micrometru optic a cărui imagine este adusă în ocularul (*12*) microscopului de citire concomitent cu cea a imaginilor gradațiilor unuia din cercuri.

Cercurile aparatului sînt gradate sexagesimal sau centesimal, livrarea unui tip sau a altuia făcîndu-se la cererea beneficiarului.

În figura 6.40 este prezentată imaginea unui cerc gradat centesimal la care citirea este următoarea :

— pe cercul gradat : $3^{g}40^{c}$;

— pe tamburul micrometrului optic $5^{c}16^{cc}$.

Rezultă o citire finală de $3^{g}45^{c}16^{cc}$.

Teodolitul Wild T 3. Acest teodolit este un aparat de mare precizie, o formă perfecționată a teodolitului prezentat anterior (fig. 6.41).

Citirea pe cercuri se face conform procedeelor cunoscute. In figura 6.42 se prezintă modul de citire în cazul gradației sexagesimale (figura 6.42, *a*) precum și în cazul gradației centesimale.

Valorile citite sînt înscrise chiar pe figură unde se poate observa și felul cum au fost obținute valorile respective, adică : 166°41′18″,7 la cercul sexagesimal și $114^{g}47^{c}10^{cc},3$ la cercul centesimal.

Este evident că valorile mai mici decît precizia teodolitului s-au obținut prin aproximare.

În afara teodolitelor prezentate foarte succint, în cele de mai sus, în producție se găsesc și alte tipuri.

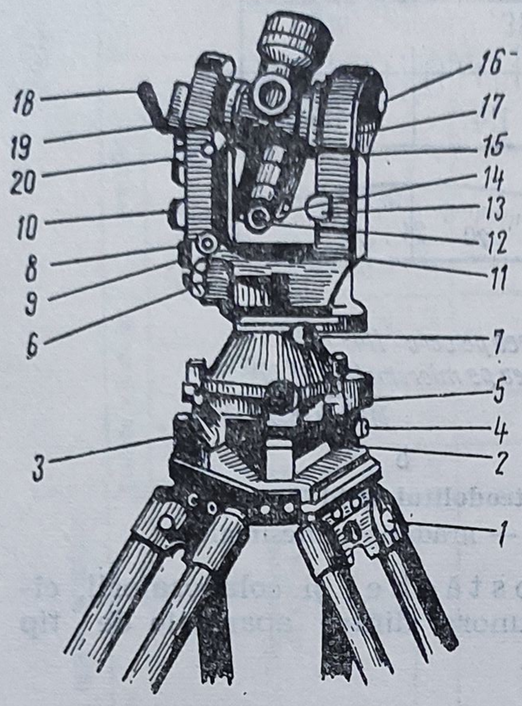


Fig. 6.39. Teodolitul Wild-T 2 :

1 — şuruburi de fixare a picioarelor trepiedului ; *2* — şuruburi de calare ; *3* — oglinda pentru luminarea limbului ; *4* — ocularul sistemului de centrare optică ; *5* — buton pentru introducerea gradaţiei dorite pe limb ; *6* — şurubul micrometric al nivelei de contact a eclimetrului ; *7* — şurubul de blocare a alidadei faţă de limb ; *8* — şurubul de fină mişcare a alidadei faţă de limb ; *9* — şurubul de fină mişcare a eclimetrului ; *10* — prisma reversibilă pentru observarea coincidenţei imaginilor bulei de la nivela cercului vertical ; *11* — nivela de calare ; *12* — ocularul microscopului ; *13* — rozeta ce controlează transmiterea imaginii gradaţiilor la microscop ; *14* — moleta ocularului lunetei pentru reglajul optic al claritătii firelor reticulare ; *15* — moleta pentru reglajul optic al imaginii formată de obiectiv ; *16* — rozeta ce acţionează asupra lamelelor cu feţe plan paralele şi asupra micrometrului ; *17* — lăcaşul micrometrului ; *18* — oglinda pentru luminarea eclimetrului ; *19, 20* — şurubul de blocare a mişcării eclimetrului.

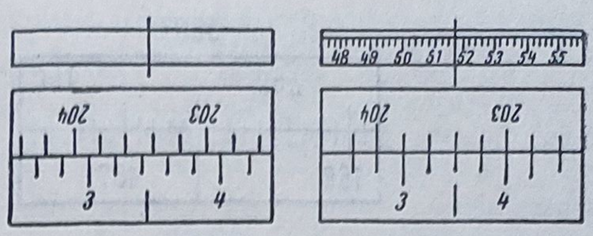


Fig. 6.40. Citirea gradaţiilor la teodolitul Wild-T 2 :

$4^{g}45^{c}16^{cc}$

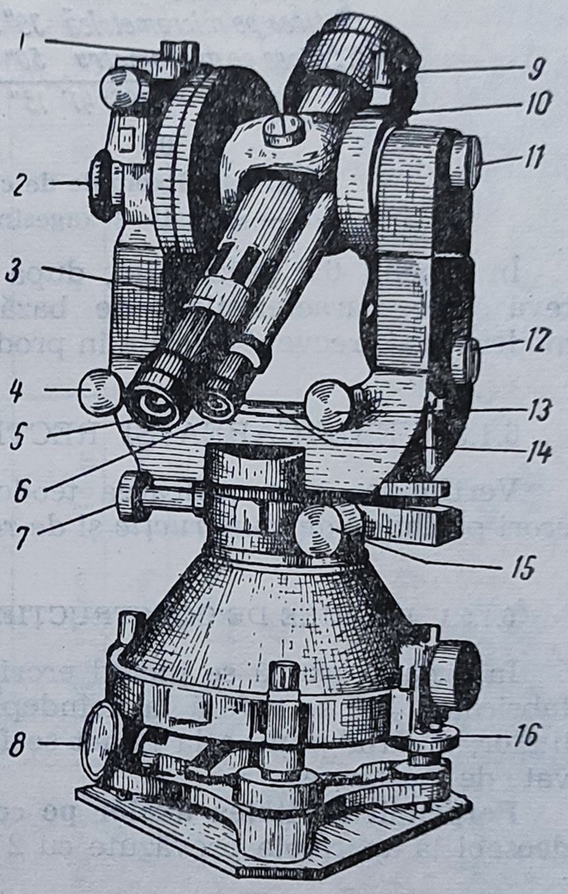


Fig. 6.41. Teodolitul Wild-T 3 :

1 — prisma nivelei cercului vertical ; *2* — oglinda cercului vertical ; *3* — moleta de focusare ; *4* — şurubul de mişcare fină a nivelei cercului vertical ; *5* — ocular ; *6* — ocularul microscopului micrometrului ; *7* — şurub de fixare a mişcării cercului orizontal ; *8* — oglinda cercului orizontal ; *9* — şurubul de fixare a mişcării lunetei în plan vertical ; *10* — şurubul de alegere a oglinzilor ; *11* — rozeta micrometrului ; *12* — şurub de punere în evidenţă a cercului orizontal sau vertical ; *13* — şurub de mişcare fină a lunetei în plan vertical ; *14* — nivelă tubulară ; *15* — şurub de mişcare fină a cercului orizontal ; *16* — şurub de calare.

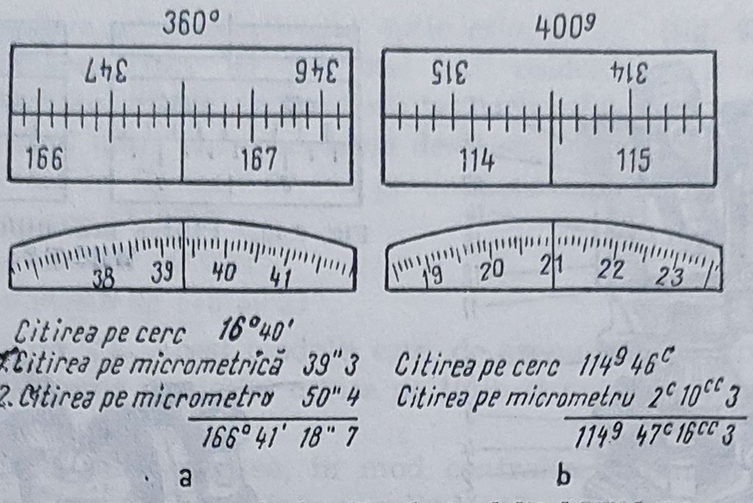


Fig. 6.42. Exemple de citire la teodolitul Wild-T 3 :
a — gradație sexagesimală ; *b* — gradație centesimală.

În tabelul 6.2 prezentăm, după A. Costăchel și colaboratorii, cîteva dintre caracteristicile de bază ale unora dintre aparatele de tip modern mai frecvent folosite în producție.

6.1.5. VERIFICAREA ȘI RECTIFICAREA TEODOLITELOR

Verificarea și rectificarea teodolitelor are în vedere două grupe de erori posibile : *de construcție* și *de reglaj*.

6.1.5.1. ERORILE DE CONSTRUCȚIE

În această grupă se includ erorile care se datoresc unor defecțiuni de fabricație. Ele se referă la neîndeplinirea unor condiții ale axelor teodolitelor, a căror punere la punct se face prin adoptarea unor metode adecvate de măsurare.

Perpendicularitatea axelor pe cercuri. Această condiție se verifică îndeosebi la aparatele prevăzute cu 2 cercuri orizontale, limb și cerc alidad.

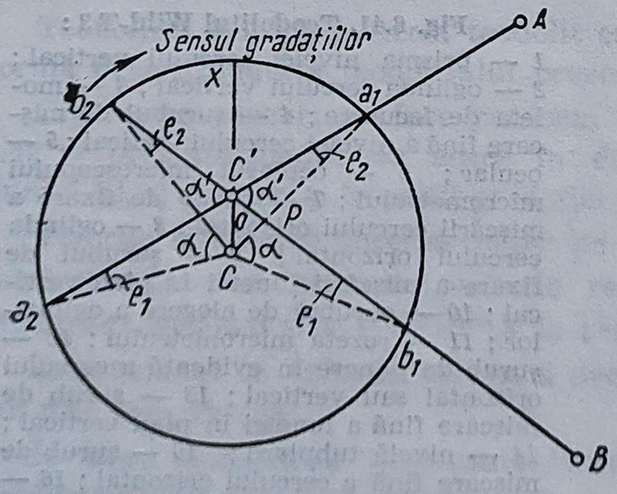


Fig. 6.43. Eroarea de excentricitate a alidadei.

Practic, îndeplinirea acestei condiții se verifică observînd dacă cele două cercuri sînt la același nivel. Toleranța pentru acest fel de eroare, de 10—12', este suficient de mare pentru ca eventualele abateri de acest gen să fie considerate neglijabile.

Excentricitatea cercului alidad. Axul principal al aparatului trebuie să treacă atît prin centrul limbului cît și prin cel al cercului alidad. Deplasarea centrului limbului față de axul principal constituie eroarea de excentricitate a alidadei (fig. 6.43).

Tabelul 6.2

Cîteva caracteristici ale unor teodolite de mare precizie

Nr. crt.	Tipul teodolitului	Firma constructoare	Luneta				Cercurile gradate					Datele nivelelor				Greutăți			Înălțimea, mm
			Mărirea, *M*	Diam. liber al obiect. mm	Lungimea, mm	Dist. min. de vizare mm	Diam. Cerc oriz. mm	Diam. Cerc vertic. mm	Valoarea diviziunii scalei *H*	Valoarea diviziunii scalei *V*	Dispozitivul de citire	Nivela cerc alidat "	Nivela cerc vertic. "	Nivela lunetei "	Nivela sferică '	Aparat, kg	Ambalaj, kg	Trepied, kg	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	**TU**	Askania, Werke Berlin Mariendorf	30	45	165	1,5	90	70	1″(2^{cc})	Idem	Micrometru optic	20	—	—	10	4,6	2,2	4,3	255
2	**FLT 3**	Otto Frenel &Co Kassel	30	40	175	1,3	107	107	—	—	"	20	—	—	—	—	—	—	—
3	4 200	Filotechnica Salmoiraghi Milano	30	40	172	2,5	90	90	1″(2^{cc})	Idem	"	20	—	—	10	6,1	5,2	7,2	310
4	**Micro-optic 2**	Hilger & Watts Londra	28	41	165	1,8	98	76	1″(5^{cc})	"	"	20	20	—	—	6,3	4,1	6,2	280
5	**DKM 2**	Kern & Co, Aarau	30	45	170	1,7	75	70	1″(2^{cc})	"	"	20	20	—	—	3,6	1,8	5,3	200
6	**TE-B1**	MOM Budapesta	30	45	174	2,0	93	60	1″	"	"	20	20	—	6	5,5	3,7	6,2	235
7	**T1**	Wild-Heerbrugg *AG* Elveția	27	40	145	1,3	90	70	6″(10^{cc})	"	"	20	30	—	—	4,9	1,7	5,0	240
8	**T 2**	„	28	40	150	1,5	90	70	1″(2^{cc})	"	"	20	30	—	8	5,6	2,0	5,6	240
9	**Theo 010**	VEB Carl Zeiss Jena R.D.G.	31	53	135	2,0	84	60	(1″2^{cc})	"	"	20	20	—	8	5,3	5,0	5,6	280
10	**Wild T4**	Heerbrugg *AG* Elveția	65	60	—	—	250	145	0,1″	0,2″	"	—	—	—	—	—	—	—	—

Pentru a ne da seama de influența acestei erori asupra preciziei de măsurare a unui unghi vom considera situația din figura 6.43 în care, cu un teodolit avînd centrul limbului în C, iar al alidadei în C', se măsoară unghiul α format de aliniamentele $\overline{OA}$ și $\overline{OB}$.

Înseamnă că în loc să se citească unghiul real α se va citi un unghi α', afectat de o eroare $\varepsilon = \alpha - \alpha'$.

Din triunghiurile a_1PC' și b_1PC se poate observa că :

$$\alpha' + e_1 = \alpha + e_2,$$

de unde :

$$\varepsilon = \alpha - \alpha' = e_1 - e_2.$$

Din prelungirea liniei care unește cele două centre C și C' pînă la circumferință rezultă punctul X, gradația limbului fiind de la stînga la dreapta.

Aplicînd teorema sinusurilor în triunghiurile a_1CC' și b_1CC', rezultă relațiile :

$$\frac{e}{\sin e_1} = \frac{O - a_1}{\sin (x - a_1)}, \text{ sau } \frac{e}{O - a_1} = \frac{\sin e_1}{\sin (X - a_1)},$$

și

$$\frac{e}{\sin e_2} = \frac{O - b_1}{\sin (X - b_1)}, \text{ sau } \frac{e}{O - b_1} = \frac{\sin e_2}{\sin (X - b_1)}.$$

Întrucît $O - a_1 = Ob_1 = r$, se poate scrie :

$$\frac{e}{r} = \frac{\sin e_1}{\sin (X - a_1)} \text{ și } \frac{e}{r} = \frac{\sin e_2}{\sin (X - b_1)}.$$

Din relațiile de mai sus se scot e_1 și e_2 :

$$\sin e_1 = \frac{e}{r} \cdot \sin (X - a_1)$$

$$\sin e_2 = \frac{e}{r} \cdot \sin (X - b_1)$$

și, întrucît e_1 și e_2 au valori mici, se pot înlocui sinusurile prin arcele lor :

$$e_1 = \frac{e}{r} \cdot \rho \cdot \sin (X - a_1)$$

$$e_2 = \frac{e}{r} \cdot \rho \cdot \sin (X - b_1).$$

În aceste relații $\rho = 636\,620^{cc}$.

Înseamnă că eroarea ε va lua forma :

$$\varepsilon = e_1 - e_2 = \frac{e}{r} \cdot \rho [\sin (X - a_1) - \sin (X - b_1)]$$

Expresia va avea mărimea maximă :

$$\varepsilon = \frac{2e}{r} \cdot \rho$$

pentru $\sin(X-a_1)-\sin(X-b_1)=2$, ceea ce se întîmplă atunci cînd

$$\sin(X-a_1)=1,$$

deci $X-a_1=100^g$ și

$$\sin(X-b_1)=-1,$$

deci $X-b_1=300^g$,

adică atunci cînd citirile a_1 și b_1 sînt diametral opuse.

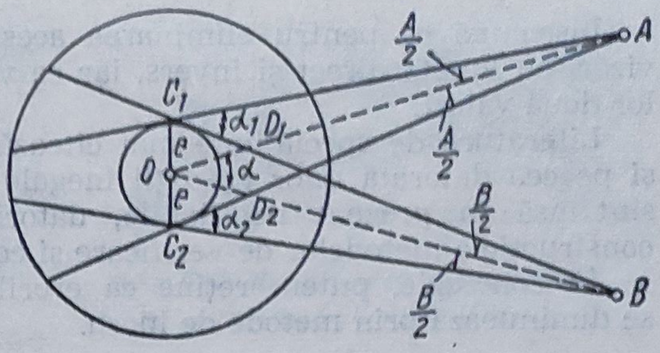


Fig. 6.44. Eroarea de excentricitate a lunetei.

Determinarea erorii se face citind la cele două verniere și făcînd diferența de citiri care trebuie să fie de 200^g sau 180°. O depășire a acestei valori reprezintă eroarea de excentricitate a alidadei.

Pentru eliminarea acestei erori se citește la ambele verniere sau microscoape și se consideră ca bună valoarea medie a celor două citiri. Acest lucru este corect deoarece :

$\alpha=\alpha'+e_1-e_2$ de la prima vizare la care $\alpha'=b_1-a_1$

$\alpha=\alpha'+e_2-e_1$ de la a doua vizare la care $\alpha'=b_2-a_2$,

iar prin adunare se obține :

$$2\alpha=\alpha'+\alpha' \text{ sau } \alpha=\frac{\alpha'+\alpha'}{2} \text{ și, înlocuind, } =\frac{b_1+b_2}{2}-\frac{a_1+a_2}{2}.$$

Excentricitatea lunetei. Această eroare apare atunci cînd axa de vizare a lunetei nu intersectează axul principal al teodolitului, adică axa lunetei nu se află pe axa verticală a aparatului. Înseamnă că axa lunetei descrie în timpul mișcării ei un cerc concentric cu limbul, avînd ca rază eroarea de excentricitate a lunetei, iar planele de viză vor fi tangente la acest cerc (fig. 6.44).

Pentru a aprecia mărimea erorii și modalitatea de eliminare a ei, vom considera că s-a măsurat unghiul AOB, obținîndu-se în prima poziție, cu cercul vertical în stînga, unghiul $\alpha_1=AC_1B$, iar în a doua poziție a lunetei, cu cercul vertical în dreapta, unghiul $\alpha_2=AC_2B$.

Din triunghiurile AD_1C_1 și OD_1B se deduce că :

$$\alpha_1+\frac{A}{2}=\alpha+\frac{B}{2},$$

iar din triunghiurile BC_2D_2 și OD_2A că :

$$\alpha_2+\frac{B}{2}=\alpha+\frac{A}{2}.$$

Din adunarea celor două relații, obținute anterior, rezultă :

$$\alpha_1+\alpha_2+\frac{A}{2}+\frac{B}{2}=2\alpha+\frac{A}{2}+\frac{B}{2}, \text{ de unde: } \alpha=\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}.$$

Înseamnă că pentru eliminarea acestei erori este necesar să se facă vizări cu luneta direct și invers, iar ca valoare a citirii să se ia media celor două valori.

Literatura de specialitate mai citează în grupa erorilor de construcție și pe cea datorată unor gradații inegale pe cercuri. Asemenea defecțiuni sînt însă în prezent neglijabile, datorită perfecționării tehnologiei de construcție a metodelor de verificare și control.

În concluzie, putem reține că erorile de construcție ale teodolitelor se diminuează prin metode de lucru.

6.1.5.2. ERORILE DE REGLAJ

În această categorie de erori intră acelea care se datoresc dereglării unor anumite părți ale aparatelor, datorate de obicei uzurii aparatelor și care se pot elimina fie prin adoptarea unor metode corespunzătoare de lucru, fie prin corectarea defecțiunilor, operație care în mod curent este numită *rectificare*.

Verificarea condițiilor care determină erori ce se pot elimina prin rectificare se face în ordinea care se indică în cele ce urmează.

Verticalizarea axului principal. Această primă condiție se referă la verticalitatea axului principal care, fiind prin construcție perpendicular pe cercul orizontal, constă din a verifica orizontalizarea limbului.

Înseamnă că verificarea acestei condiții se realizează prin controlul nivelei de calare care asigură orizontalizarea suprafeței cercului orizontal, ceea ce este sinonim cu verificarea nivelei de calare.

Operația de verificare a nivelei de calare se face în felul următor (fig. 6.45) :

— se aduce nivela de calare între două șuruburi de calare ;

— se calează nivela în această poziție, manipulînd în sens contrar cele două șuruburi de calare (fig. 6.45, *a*) ;

— se așază nivela de calare în cea de a doua poziție, printr-o rotire a lunetei în poziție inversă (fig. 6.45, *b*) ;

— se observă pe fiola nivelei de calare deplasarea bulei de aer în a doua poziție.

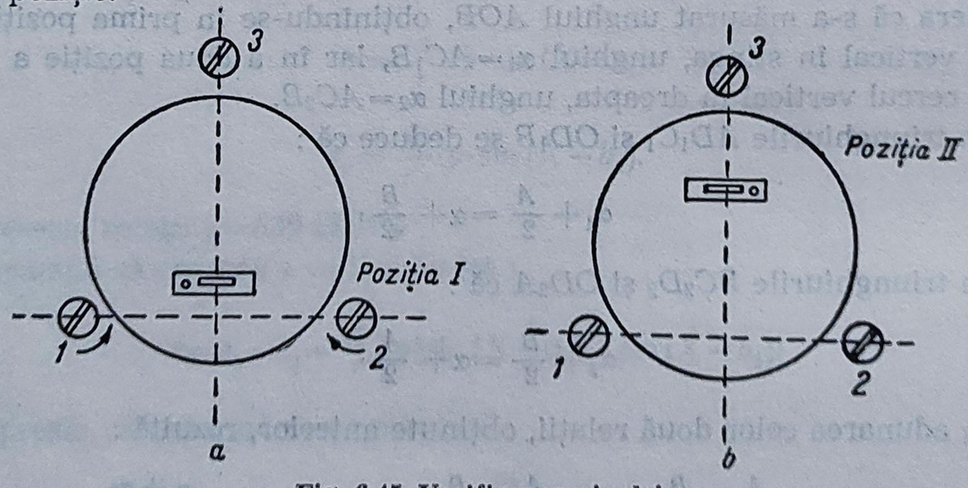


Fig. 6.45. Verificarea nivelei :
a — poziția I ; b — poziția II.

Dacă bula nivelei de aer se menţine între repere în poziţia a doua, înseamnă că nivela este reglată. În caz contrar, nivela este dereglată şi atunci se citeşte numărul de diviziuni cu care bula de aer este deplasată în cea de a doua poziţie. Această deplasare corespunde cu unghiul 2α (figura 6.46).

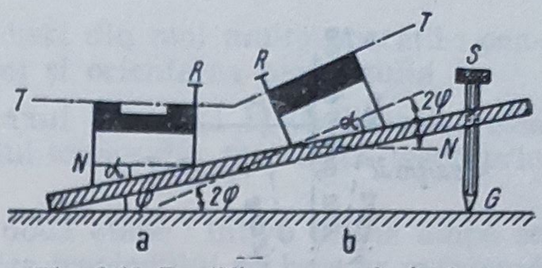


Fig. 6.46. Rectificarea unei nivele :
a — poziţia I ; *b* — poziţia II.

Înseamnă că pentru a veni între repere suportul trebuie deplasat cu unghiul α, iar cealaltă jumătate a dereglării trebuie rectificată de la şurubul *R* al nivelei de calare.

Această verificare trebuie făcută de mai multe ori în cursul aceleiaşi zile deoarece, prin manipulare, mai apar unele dereglări ale axului vertical.

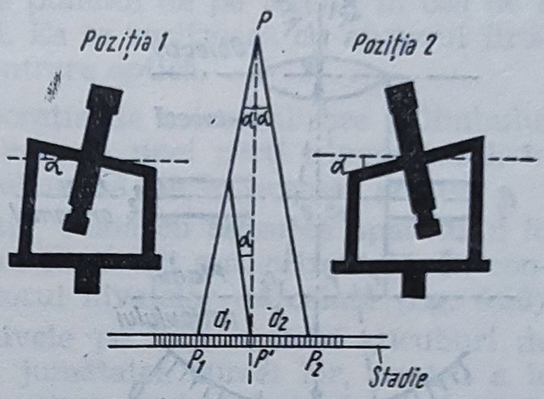


Fig. 6.47. Eroarea de orizontalitate a axului secundar.

Perpendicularitatea axului secundar pe cel vertical. Această condiţie se verifică după ce este asigurată verticalitatea axului principal şi ea se reduce, în final, la verificarea orizontalităţii axului secundar.

Verificarea orizontalităţii axului secundar se face prin vizarea la un semnal instalat la o distanţă de 50—100 m de punctul în care se aşază aparatul, cu luneta în ambele poziţii (fig. 6.47).

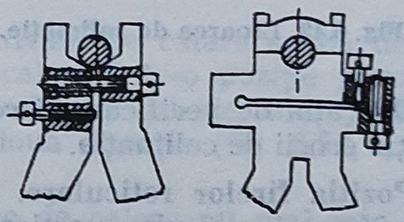


Fig. 6.48. Dispozitive de orizontalizare a axului secundar.

Vizarea se face la un punct oarecare, situat ceva mai sus de orizontala locului, iar apoi prin coborîrea lunetei la o miră amplasată orizontal, pe aceeaşi direcţie cu punctul vizat, citindu-se pe miră gradaţia corespunzătoare firului vertical pentru ambele poziţii ale lunetei.

În cazul cînd în urma celor două vizări nu se obţine aceeaşi citire pe miră, înseamnă că axa secundară a aparatului nu este orizontală şi ea trebuie rectificată.

Operaţia de rectificare se efectuează cu ajutorul dispozitivelor de orizontalizare (fig. 6.48) cu care sînt prevăzute unele aparate. Atît în acest caz, cît şi în situaţia cînd aparatele nu sînt prevăzute cu asemenea dispozitive, operaţia de rectificare se efectuează în ateliere de specialitate.

Perpendicularitatea axei de vizare a lunetei pe axul secundar. Această verificare se referă, de fapt, la realizarea a două condiţii :

— axa de vizare a lunetei să întîlnească axa verticală ;

— axa de vizare a lunetei să fie perpendiculară pe axa secundară.

Prima condiţie este, de fapt, o verificare constructivă şi ea a fost prezentată sub denumirea de *excentricitate* a lunetei.

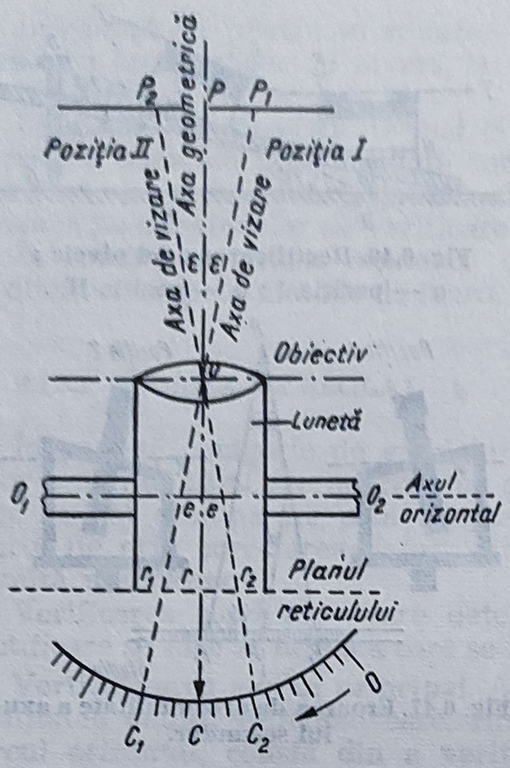


Fig. 6.49. Eroarea de colimație.

Mai importantă este realizarea celei de a doua condiții care dă naștere la așa-numita *eroare de colimație* (figura 6.49), adică unghiul format de axa geometrică cu cea de vizare a lunetei.

Pentru identificarea și eliminarea acestei erori, după controlul și realizarea celoralte condiții de reglaj, se instalează aparatul într-un punct oarecare, precum și un jalon la o distanță de 50—100 m, la care se vizează cu luneta în ambele poziții. Între citirile efectuate în urma vizării cu cele două poziții ale lunetei trebuie să apară o diferență de $\pm 200^g$. O diferență în plus sau în minus față de 200^g, respectiv de 180°, reprezintă eroarea de colimație.

Rectificarea se face de la placa reticulară, rotind șuruburile plăcii reticulare cu jumătate din mărimea deplasării (2ε), cealaltă jumătate din deplasare efectuîndu-se cu ajutorul șurubului micrometric al mișcării cercului alidad.

Operația de verificare și rectificare se repetă de 2—3 ori, pînă la dispariția erorii de colimație.

Poziția firelor reticulare. Această condiție se verifică prin verticalitatea firului reticular vertical sau orizontalitatea celui orizontal.

Controlul poziției firului vertical se face prin vizarea la un fir cu plumb așezat la o distanță de 10—12 m de aparat.

Firele reticulare fiind perpendiculare unul pe altul (prin construcție), condiția de poziție a firelor reticulare se poate verifica urmărind cu firul reticular orizontal un punct oarecare prin rotirea lentă a mișcării cercului alidad. Eventuala rectificare se face tot cu ajutorul șuruburilor de rectificare ale plăcii reticulare.

6.2. METODE DE MĂSURARE A UNGHIURILOR CU TEODOLITUL

6.2.1. OPERAȚII PRELIMINARE

La măsurarea de unghiuri orizontale sau verticale este necesar ca teodolitul să fie așezat în stație, adică în punctul care constituie vîrful unghiului sau unghiurilor. Este evident că înainte de a se trece la măsurarea de unghiuri, teodolitul trebuie verificat și rectificat.

Instalarea în staţie a teodolitului constă din mai multe operaţii : centrare, calare, punerea la punct a lunetei şi orientarea teodolitului.

Centrarea. Este operaţia prin care axul principal al teodolitului este adus în coincidenţă cu verticala punctului topografic, marcat pe teren prin ţăruş sau bornă.

Operaţia de centrare se execută în două etape : într-o primă etapă se face centrarea aproximativă prin aşezarea trepiedului pe care se montează numai ambaza (în cazul cînd este detaşabilă), astfel încît axul principal al aparatului să fie cît mai apropiat de punctul de pe teren ; în cea de a doua etapă se face centrarea definitivă. Ea se realizează cu ajutorul firului cu plumb sau al dispozitivului de centrare optică.

Calarea. Prin calare se înţelege operaţia de orizontalizare a limbului şi, în general, aducerea în poziţie de lucru a unei părţi a aparatului, în cazul de faţă a unei suprafeţe care trebuie să fie în această poziţie.

Calarea se face mai întîi aproximativ, odată cu aşezarea aparatului în staţie, căutîndu-se ca suprafaţa limbului să fie cît mai orizontală. In continuare se face calarea exactă cu ajutorul nivelelor de calare (fig. 6.50).

În acest scop se aduce una din nivele pe linia a două şuruburi de calare, verificate astfel încît să fie la jumătatea cursei lor, pentru a le putea manevra în ambele sensuri. Se rotesc apoi cele două şuruburi în sens invers unul faţă de altul, pînă cînd bula de aer este adusă între repere (fig. 6.50, *a* — poziţia *I*).

În cazul cînd aparatul are o singură nivelă de calare se dă drumul uneia dintre mişcări, se aduce nivela de calare într-o poziţie perpendiculară pe prima şi se acţionează de la al treilea şurub de calare, aducînd bula de aer între repere şi pe cea de a doua direcţie (fig. 6.50, *a*, poziţia *II*).

La teodolitele prevăzute cu două nivele de calare nu mai este necesară rotirea aparatului. După calarea primei nivele, adusă pe linia a două şuruburi, cu ajutorul acestor şuruburi se manevrează al treilea şurub de calare, aducîndu-se între repere bula de aer a celei de a doua nivele, plasată, prin construcţie, perpendicular pe direcţia celeilalte (fig. 6.50, *b*).

După calarea aparatului se verifică dacă prin această operaţie nu s-a dereglat centrarea.

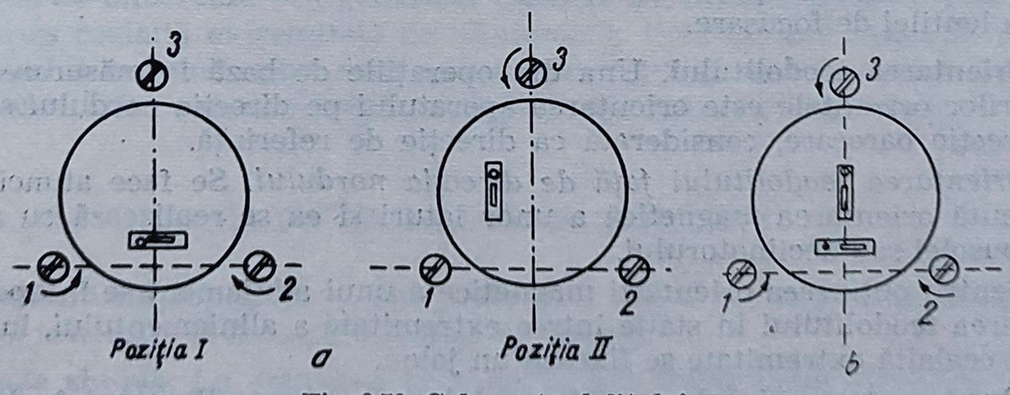


Fig. 6.50. Calarea teodolitului :
a — la aparatele cu o singură nivelă de calare ; *b* — la aparatele cu două nivele de calare.

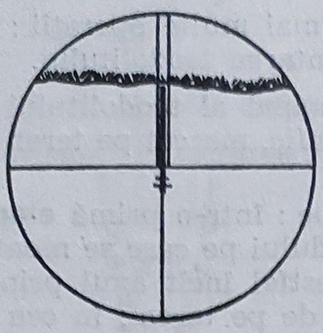


Fig. 6.51. Vizarea unui semnal baliză.

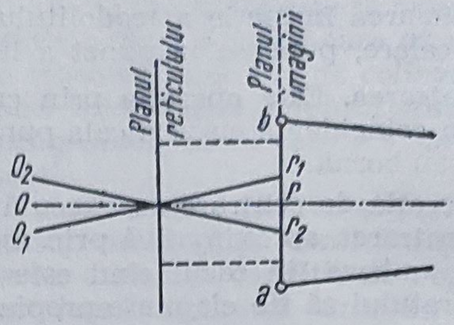


Fig. 6.52. Paralaxa optică.

Punerea la punct a lunetei. Prin operaţia de punere la punct a lunetei se realizează claritatea firelor reticulare şi a imaginii obiectului vizat.

Claritatea firelor reticulare se realizează prin rotirea ocularului, adaptînd distanţa de la acest sistem optic pînă la placa reticulară, în raport cu acuitatea vizuală a ochiului operatorului. Pentru observarea mai clară a firelor luneta se îndreaptă către un fond deschis.

Claritatea imaginii obiectului vizat se face de cîte ori se schimbă distanţa de la aparat şi pînă la obiectul vizat. Operaţia se realizează cu ajutorul moletei sau şurubului de focusare, care deplasează lentila de focusare, pentru a aduce imaginea obiectului vizat în planul firelor reticulare.

Vizarea punctelor se face mai întîi aproximativ, cu ajutorul sistemului ţel-cătare, eventual colimator, sau privind pe deasupra lunetei. În continuare se manevrează mişcarea generală sau de înregistrare, precum şi mişcarea lunetei în plan vertical, astfel ca intersecţia firelor reticulare să se proiecteze pe semnal astfel :

— la jalon, pe baza lui sau cît mai aproape de sabot ;
— la baliză, la fluturele de sus (fig. 6.51) ;
— la piramidă, la lada neagră sau la cilindrul antifazic.

Se verifică apoi claritatea imaginii mişcînd uşor ochiul în dreptul ocularului, adică din O_1 în O_2 (fig. 6.52). În cazul cînd imaginea obiectului pare să se deplaseze odată cu mişcarea capului, din r_1 în r_2, atunci are loc eroarea de paralaxă optică. Această eroare se elimină prin mişcarea lentilei de focusare.

Orientarea teodolitului. Una din operaţiile de bază la măsurarea unghiurilor orizontale este orientarea aparatului pe direcţia nordului sau pe o direcţie oarecare, considerată ca direcţie de referinţă.

Orientarea teodolitului faţă de direcţia nordului. Se face atunci cînd se caută orientarea magnetică a unor laturi şi ea se realizează cu ajutorul busolei sau declinatorului.

Pentru obţinerea orientării magnetice a unui aliniament se începe prin aşezarea teodolitului în staţie într-o extremitate a aliniamentului, în timp ce în cealaltă extremitate se fixează un jalon.

După centrare şi calare se fixează busola sau declinatorul în lăcaşul rezervat în acest scop. Se face apoi coincidenţa zerourilor, operaţie prin care zero al limbului se aduce în dreptul diviziunii zero a vernierului

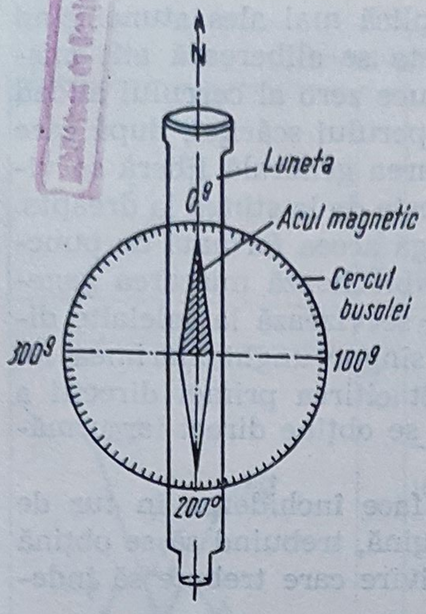


Fig. 6.53. Orientarea aparatului cu busola.

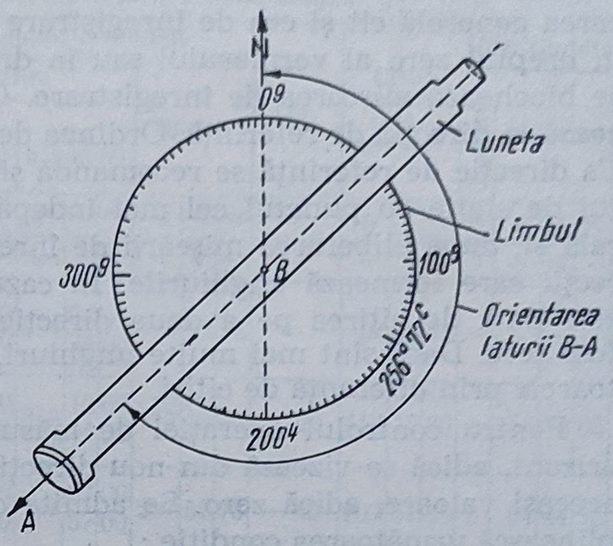


Fig. 6.54. Orientarea aparatului pe o direcție cunoscută.

sau în dreptul reperului scăriței, folosind mișcarea de înregistrare, după care blocînd această mișcare și eliberînd-o pe cea generală se rotește aparatul pînă cînd acul magnetic se oprește pe direcția reperelor (linia 0—200 sau 0—180° a gradațiilor) busolei (fig. 6.53).

Se blochează mișcarea generală, în acest fel zero al limbului rămîne fixat pe direcția nordului magnetic și se eliberează mișcarea cercului alidad, vizîndu-se la cealaltă extremitate a aliniamentului.

Valoarea care se citește pe limb reprezintă orientarea magnetică a aliniamentului considerat, adică unghiul format de aliniamentul respectiv cu direcția nordului magnetic.

Orientarea teodolitului pe o direcție dată. Se face atunci cînd este cunoscută din alte măsurători orientarea unei laturi (fig. 6.54).

Valoarea orientării se introduce în aparatul instalat la o extremitate de aliniament, la vernierul I, după care se blochează mișcarea de înregistrare și se eliberează cea generală. Cu această valoare în aparat se vizează către cealaltă extremitate de aliniament. Prin această operație zero al aparatului este îndreptat spre direcția nordului și, în consecință, toate vizele care se fac reprezintă chiar orientări ale laturilor respective.

6.2.2. MĂSURAREA UNGHIURILOR ORIZONTALE

În măsurările topografice sînt practicate patru metode : cea simplă, repetiția, reiterația și metoda orientărilor directe.

Metoda simplă. La aplicarea metodei se pot folosi două procedee :

— cu zerourile în coincidență ;

— prin diferență de citiri.

Procedeul cu zerourile în coincidență. Se aplică mai ales atunci cînd trebuie măsurat un singur unghi. Pentru aceasta se eliberează atît mișcarea generală cît și cea de înregistrare și se aduce zero al cercului alidad în dreptul zero al vernierului sau în dreptul reperului scăriței, după care se blochează mișcarea de înregistrare. Cu mișcarea generală liberă se vizează la direcția de referință. Ordinea de vizare este de la stînga la dreapta. Ca direcție de referință se recomandă să se aleagă aceea formată de punctul de stație cu punctul cel mai îndepărtat. Se blochează mișcarea generală și, după eliberarea mișcării de înregistrare, se vizează la celelalte direcții care formează unghiurile. În cazul unui singur unghi mărimea lui este dată de citirea pe a doua direcție, întrucît citirea primei direcții a fost zero. Dacă sînt mai multe unghiuri, primul se obține direct iar următoarele prin diferență de citiri.

Pentru controlul operației de măsurare se face închiderea în tur de orizont, adică se vizează din nou direcția de origină, trebuind să se obțină aceeași valoare, adică zero. Se admite o nepotrivire care trebuie să îndeplinească următoarea condiție :

$$e_t \leqslant T,$$

în care : e_t reprezintă eroarea de neînchidere în tur de orizont, iar T — toleranța prescrisă de instrucțiuni pentru închiderea în tur de orizont și care se poate calcula cu ajutorul relației :

$$T = p\sqrt{n},$$

în care : p este precizia dispozitivului de citire al teodolitului ; n — numărul de direcții observate.

Eventuala nepotrivire, mai mică decît toleranța, se repartizează în progresie aritmetică la citirile efectuate.

Controlul se mai realizează și prin vizarea cu luneta în poziția a doua.

Procedeul prin diferență de citiri se practică mai ales atunci cînd trebuie măsurate mai multe unghiuri, situație mai frecvent întîlnită, și atunci cînd teodolitele nu au mișcare generală.

Modul de lucru este același ca și la primul procedeu, mărimea unghiurilor deducîndu-se din diferența citirilor (fig. 6.55).

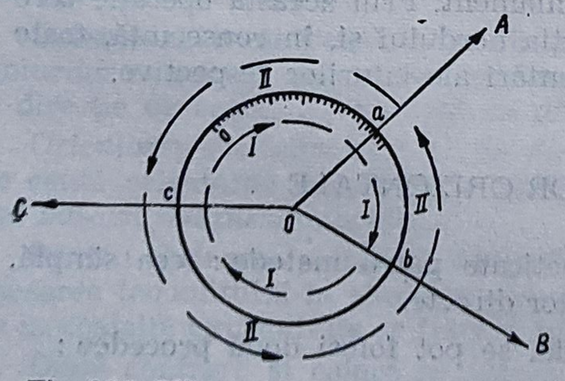


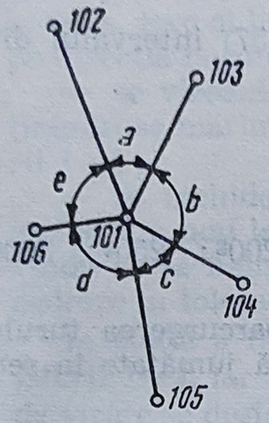
Fig. 6.55. Măsurarea unghiurilor orizontale prin diferență de citiri.

În tabelul 6.3 este prezentat un exemplu de înscriere a citirilor de pe teren și de obținere a unghiurilor în cazul utilizării metodei simple.

Metoda repetiției. Această metodă se aplică atunci cînd trebuie cunoscută mărimea unui unghi cu o precizie mai mare. Ea constă din măsurarea unghiului, de mai multe ori, pe porțiuni succesive ale cercului orizontal. Prin aceasta se re-

Tabelul 6.3

Calculul unghiurilor măsurate prin metoda simplă

Schița	Stația	Viza	Unghiuri orizontale: Citite p_1 a lunetei g	c	cc	Citite p_2 a lunetei g	c	cc	Medii g	c	cc	Cor. cc	Citiri medii compensate g	c	cc	Ung. căutate: Denumire	Valoarea g	c	cc
1	2	3	—	4	—	—	5	—	—	6	—	7	—	8	—	9	—	10	—
	101	102	54	34 00 34 00		254	33 00 34 00		54	33	75	—	54	33	75	—	—	—	—
		103	113	12 00 13 00		313	13 00 14 00		113	13	00	−20	113	12	80	a	58	79	05
		104	207	58 00 59 00		7	57 00 57 00		207	57	75	−40	207	57	35	b	94	44	55
		105	265	04 00 03 00		65	03 00 04 00		265	03	50	−60	265	02	90	c	57	45	55
		106	370	40 00 41 00		170	41 00 41 00		370	40	75	−80	370	39	95	d	105	37	05
		102	54	35 00 35 00		254	34 00 35 00		54	34	75	−100	54	33	75	e	33	93	80

duc eventualele erori de gradare a cercului orizontal sau de punctare pe semnal (fig. 6.56).

Se recomandă ca citirea să se facă după prima măsurare, pentru a avea mărimea orientativă a unghiului și după terminarea tuturor repetițiilor. Mărimea unghiului se obține prin împărțirea citirii finale la numărul de repetiții.

Metoda reiterației. Această metodă constă în măsurarea unuia sau mai multor unghiuri de mai multe ori, de fiecare dată schimbîndu-se originea de măsurare pe limb. Fiecare parcurgere a turului de orizont poartă denumirea de *reiterație* (sau *serie*, termen pentru care metodei i se mai spune și „a seriilor").

Practic, metoda reiterației reprezintă o sumă de măsurări simple.

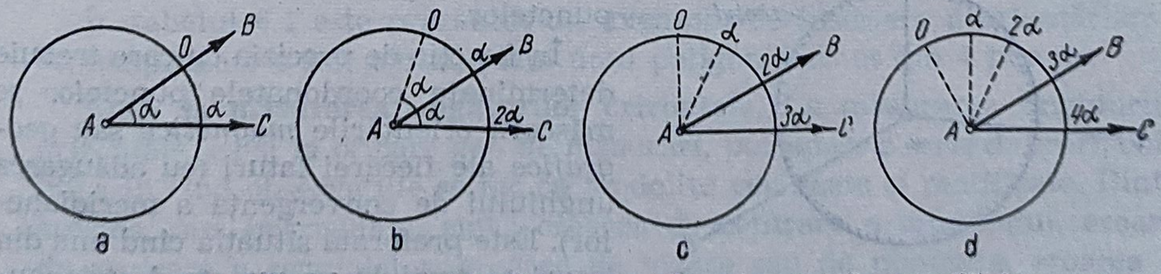


Fig. 6.56. Măsurarea unghiurilor orizontale prin metoda repetiției:
a — repetiția I ; *b* — repetiția II ; *c* — repetiția III ; *d* — repetiția IV.

Numărul de reiteraţii stabilit de instrucţiuni pentru măsurările topografice este de 4, iar intervalul dintre origini se calculează cu ajutorul relaţiei :

$$C_0 = \frac{400^g}{n \cdot m} = \frac{360°}{n \cdot m},$$

în care C_0 este intervalul dintre originile a două măsurări succesive ; n — numărul de reiteraţii ; m — numărul de dispozitive de citire. La teodolitele cu citire optică centralizată m se consideră dublu, deoarece, deşi la microscop se face o singură citire, ea reprezintă, de fapt, media a 2 poziţii opuse de pe limb.

Înseamnă că pentru măsurările topografice (fig. 6.57) intervalul dintre originile de măsurare va fi :

$$C_0 = \frac{400^g}{4 \cdot 2} = 50^g,$$

iar originile de măsurare : 0^g; 50^g; 100^g; 150^g; 200^g; 250^g; 300^g; şi 350^g.

Se recomandă ca pentru jumătate din măsurări parcurgerea turului de orizont să se facă în sens direct, iar pentru cealaltă jumătate în sens invers.

La fiecare reiteraţie în parte se închide turul de orizont cu respectarea condiţiei de închidere impusă de instrucţiuni.

După executarea tuturor reiteraţiilor stabilite se calculează mediile citirilor, se compensează erorile, aşa cum s-a arătat la metoda simplă, şi se face media citirilor pentru fiecare direcţie. Din valorile obţinute pentru fiecare direcţie se calculează valorile unghiurilor, prin scăderea valorii unei direcţii din valoarea direcţiei următoare.

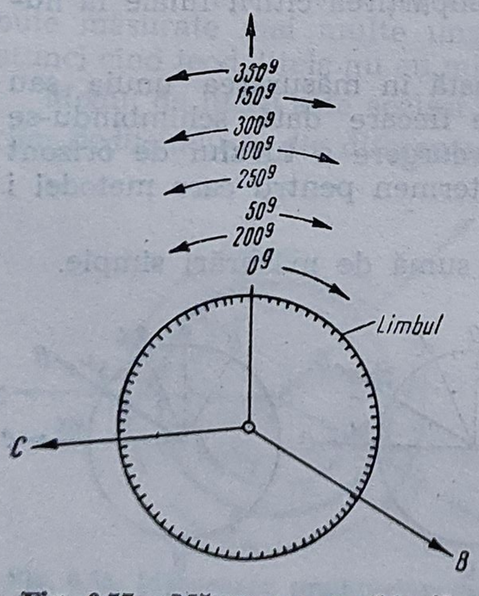


Fig. 6.57. Măsurarea unghiurilor prin metoda reiteraţiei.

Metoda orientărilor directe. Metoda se bazează pe relaţia care există între orientarea directă şi inversă a unei laturi, una obţinîndu-se din cealaltă prin adăugarea sau scăderea a 200^g, respectiv 180°.

Metoda prezintă avantajul că permite obţinerea directă a orientării laturilor, necesare în calculul coordonatelor punctelor.

În funcţie de precizia cu care trebuie determinate coordonatele punctelor se măsoară orientările *magnetice* sau *geografice* ale fiecărei laturi (cu adăugarea unghiului de convergenţă a meridianelor). Este preferată situaţia cînd una din laturi se sprijină pe puncte de triangulaţie sau de intersecţie şi, în consecinţă,

se poate calcula orientarea geografică a laturii inițiale (fig. 6.58).

Ordinea de lucru pentru poligonul prezentat în figura alăturată este următoarea :

— se determină orientarea laturii *1—4*, magnetic sau din coordonatele punctelor ;

— se instalează aparatul în stația *1*, se introduce valoarea orientării pe limb și se vizează cu mișcarea generală la punctul *4*. Prin aceasta, zero al limbului a fost adus pe direcția nordului ;

— se vizează la punctul *2*, obținîndu-se mărimea orientării laturii *1—2* ;

— se închide turul de orizont vizînd din nou la punctul *4*, observîndu-se ca neînchiderea să se încadreze în toleranță.

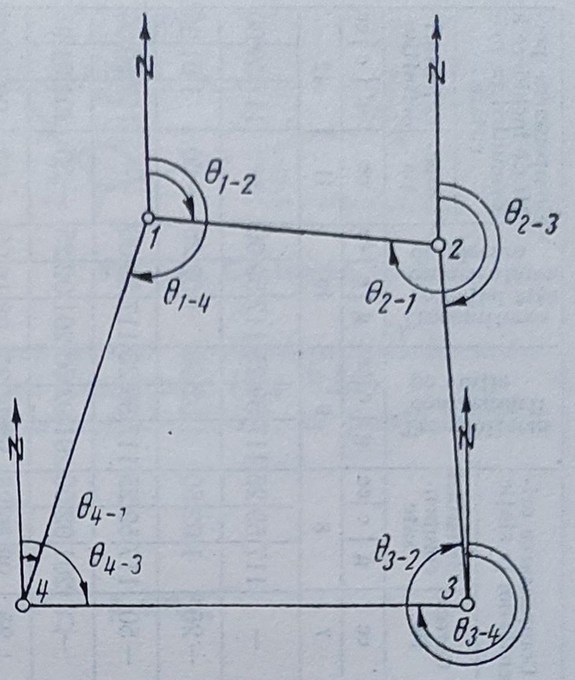


Fig. 6.58. Metoda orientărilor directe.

În stația a doua, cea din punctul *2*, se folosește orientarea inversă a laturii *1—2*, iar valoarea obținută se introduce în aparat. Celelalte operații de vizare se desfășoară în același mod ca și în prima stație.

Caracteristic metodei este faptul că, în urma observațiilor din ultima stație, există posibilitatea controlului închiderii drumuirii pe orientare, prin compararea orientării de plecare θ_{1-4}, cu orientarea de închidere θ_{4-1}, care, în cazul de față, este :

$$e_\theta = \theta_{4-1} - \theta_{1-4} \pm 200^g.$$

Această nepotrivire trebuie să fie mai mică decît toleranța care se calculează cu ajutorul relației :

$$T = 1^c 50^{cc} \sqrt{n},$$

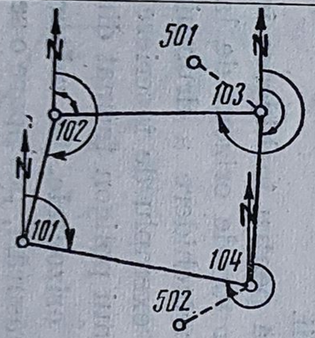
în care n reprezintă numărul de stații.

Valorile obținute se compensează pentru închiderea în tur de orizont, pentru transmiterea compensării în tur de orizont de la o stație la alta și pentru compensarea erorii de neînchidere a drumuirii pe orientare.

În tabelul 6.4 este prezentat un exemplu de înscriere a orientărilor și de compensare a lor pentru cazul unui poligon format din 4 puncte.

Erori la măsurarea unghiurilor orizontale. La măsurarea unghiurilor orizontale, ca și la oricare gen de măsurări, pot apare o serie de erori, chiar în cazul cînd observațiile se fac cu teodolite verificate și rectificate. Dintre acestea, mai importante, sînt : eroarea de centrare a aparatului, eroarea de centrare a semnalelor, eroarea de vizare sau de punctare, eroarea de citire a gradațiilor și eroarea de diviziune a limbului.

Măsurarea unghiurilor orizontale prin metoda orientărilor directe *Tabelul 6.4*

Schiţa	Punct staţionat	Punct vizat	Orientări citite: Poziţia I-a a lunetei $\frac{V_1}{V_2}$	Orientări citite: Poziţia a II-a a lunetei $\frac{V_1}{V_2}$	Orientări citite: Media	Compensarea orientărilor pe staţie: Corecţia	Compensarea orientărilor pe staţie: Orientări compensate	Transmiterea compensării pe staţie	Transmiterea corecţiei faţă de orientarea de plecare	Compensarea porţii de închidere a drumuirii pe orientare: Corecţia	Compensarea porţii de închidere a drumuirii pe orientare: Orientări definitive
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
			g | c | cc	g | c | cc	g | c | cc	cc	g | c | cc	g | c | cc	g | c | cc	cc	g | c | cc
		104	117 60 00 / 59 00	317 59 00 / 59 00	117 59 25	—	117 59 25	117 59 25	117 59 00	—	117 59 00
	101	102	1 03 00 / 03 00	201 03 00 / 02 00	1 02 75	−25	1 02 50	1 02 50	1 02 25	−30	1 01 95
		104	117 60 00 / 60 00	117 60 00 / 59 00	117 59 75	−50	117 59 25	117 59 25	117 59 00	—	117 59 00
		101	201 03 00 / 02 00	1 03 00 / 03 00	201 02 75	—	201 02 50	201 02 50	201 02 25	−30	201 01 95
	102	103	98 16 00 / 17 00	298 16 00 / 16 00	98 16 25	+25	98 16 25	98 16 25	98 16 00	−60	98 15 40
		101	201 02 00 / 02 00	1 02 00 / 03 00	201 02 25	+50	201 02 50	201 02 50	201 02 25	−30	201 01 95
		102	298 16 00 / 17 00	98 16 00 / 16 00	298 16 25	—	298 16 25	298 16 25	298 16 00	−60	298 15 00
	103	104	206 36 00 / 37 00	6 37 00 / 37 00	206 36 75	−25	206 36 50	206 36 50	206 36 25	−90	206 35 35
		102	298 17 00 / 17 00	98 16 00 / 17 00	298 16 75	−50	298 16 25	298 16 25	298 16 00	−60	298 15 40
		501	342 23 00 / 23 00	142 24 00 / 24 00	342 23 50	—	342 23 50	342 23 50	342 23 25	−60	342 22 65
	104	103	6 36 00 / 36 00	206 37 00 / 37 00	6 36 50	—	6 36 50	6 36 50	6 36 25	−90	6 35 35
		101	317 60 00 / 61 00	117 61 00 / 61 00	317 60 75	−25	317 60 50	317 60 50	317 60 25	−125	317 59 00
		103	6 36 00 / 37 00	206 37 00 / 38 00	6 37 00	−50	6 36 50	6 36 50	6 36 25	−90	6 35 35
		502	263 42 00 / 43 00	63 43 00 / 43 00	263 42 75	—	263 42 75	263 42 75	263 42 50	−90	263 41 60

Orientarea de plecare:

$$\theta_{101-104} = 117^g 59^c 00^{cc}$$

Toleranţa pentru închiderea în tur de orizont:

$$T_{101} = p\sqrt{n} = 1^c \sqrt{2} = 1^c 41^{cc}$$

$$T_{102} = p\sqrt{n} = 1^c \sqrt{2} = 1^c 41^{cc}$$

$$T_{103} = p\sqrt{n} = 1^c \sqrt{3} = 1^c 73^{cc}$$

$$T_{104} = p\sqrt{n} = 1^c \sqrt{3} = 1^c 73^{cc}$$

Toleranţa pentru închiderea drumuirii pe orientare:

$$T_\theta = 1^c 50^{cc} \sqrt{4} = 3^c 00^{cc}$$

$$e_\theta = +125^{cc}$$

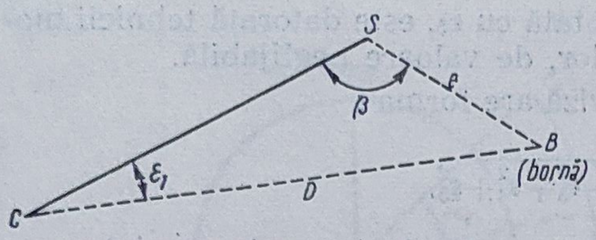


Fig. 6.59. Semnal excentric.

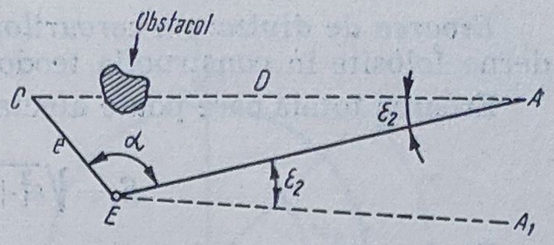


Fig. 6.60. Centrarea vizelor.

Eroarea de centrare a semnalelor apare atunci cînd semnalul la care se vizează nu se află pe verticala punctului topografic (fig. 6.59).

Prin aplicarea teoremei sinusurilor în triunghiul *CSB*, se poate scrie :

$$\frac{e}{\sin \varepsilon_1} = \frac{D}{\sin \beta},$$

de unde :

$$\sin \varepsilon_1 = \frac{e}{D} \sin \beta \text{ sau } \varepsilon_1 = \frac{e}{D} \cdot \rho \cdot \sin \beta,$$

iar cînd $\beta = 100^g$ devine :

$$\varepsilon_1 = \frac{e}{D} \cdot \rho,$$

în care ε reprezintă eroarea provocată de excentricitatea semnalului ; e — excentricitatea semnalului ; D — distanța de la stație la punctul vizat ; ρ — valoarea în secunde a unui radian = 636 620^{cc} = 206 265″.

Eroarea de centrare a aparatului apare atunci cînd centrarea s-a făcut neglijent sau cînd dificultăți de observare obligă la așezarea excentrică a aparatului (fig. 6.60). Unghiul ε_2, care reprezintă eroarea provocată de staționarea excentrică, se obține în același mod ca și în cazul erorii precedente, prin aplicarea teoremei sinusurilor în triunghiul *CEA*, ajungîndu-se la o relație de forma :

$$\varepsilon_2^{cc} = \frac{e}{D} \cdot \rho \sin \alpha,$$

iar pentru cazul cînd $\alpha = 100^g$ la :

$$\varepsilon_2^{cc} = \frac{e}{D} \cdot \rho.$$

Semnificația notațiilor este aceeași pentru ρ și D, e fiind în acest caz depărtarea față de punctul topografic al axei verticale a aparatului.

Eroarea de vizare se notează cu ε_3 și este invers proporțională cu puterea de mărire a lunetei, adică :

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{M}.$$

Eroarea de citire a gradațiilor, pe care o vom nota cu ε_4, este egală cu valoarea celei mai mici diviziuni ce se poate citi la dispozitivul cercului orizontal, adică :

$$\varepsilon_4 = p$$

Eroarea de divizare a cercurilor, notată cu e_5, este datorată tehnicii moderne folosite în construcția teodolitelor, de valoare neglijabilă.

Eroarea totală care poate afecta o viză are forma :

$$E_1=\sqrt{e_1^2+e_2^2+e_3^2+e_4^2+e_5^2}.$$

Eroarea care va afecta un unghi format din 2 vize, măsurat prin metoda simplă, va fi deci :

$$E_2=E_1\sqrt{2}.$$

În cazul cînd se folosește o metodă de măsurare repetată (n ori) a unui unghi, eroarea va fi :

$$E_n=\frac{E_1}{\sqrt{n}}.$$

6.2.3. MĂSURAREA UNGHIURILOR VERTICALE

Principiul și tehnica măsurării unghiurilor verticale. Cunoașterea mărimii unghiurilor verticale este necesară pentru reducerea distanțelor la orizont și pentru calculul, pe cale trigonometrică, a diferenței de nivel dintre puncte. După poziția liniei 0—200^g a cercului vertical, se pot măsura două feluri de unghiuri :

— verticale, cînd linia 0—200^g este orizontală și se măsoară unghiurile formate de vize cu orizontala locului ;

— zenitale, cînd linia 0—200^g este verticală și se măsoară unghiurile formate de vize cu verticala locului (fig. 6.61).

Înainte de a se citi pe cercul vertical se face calarea eclimetrului, prin aceasta linia zero a vernierelor aducîndu-se în poziție orizontală.

Pentru control și obținerea unei precizii mai mari este bine ca vizarea să se facă cu ambele poziții ale lunetei.

Verificarea și rectificarea eclimetrului. Obținerea de rezultate bune la măsurarea unghiurilor verticale este condiționată de funcționarea eclimetrului. Apare, deci, necesară verificarea și rectificarea lui.

Verificarea eclimetrului se referă la orizontalitatea liniei zero a vernierelor sau a reperelor cu ajutorul cărora se face citirea (fig. 6.62).

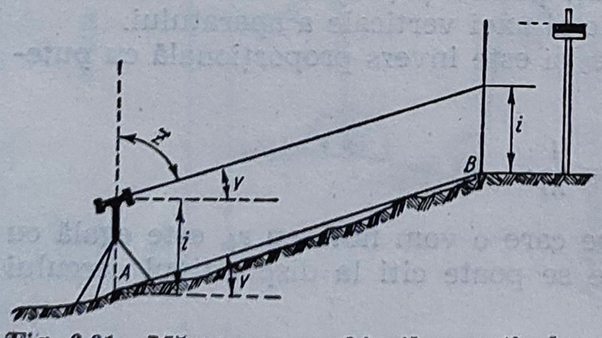


Fig. 6.61. Măsurarea unghiurilor verticale.

Pentru a constata existența unei erori de poziție a acestei linii se vizează, măsurîndu-se un unghi vertical oarecare, cu luneta în ambele poziții. Pot apare două situații :

— $\alpha_1=\alpha_2=\alpha$ și nu există eroare ;

— $\alpha_1\neq\alpha_2$ și atunci $\alpha=\alpha_1+e$; $\alpha=\alpha_2-e$.

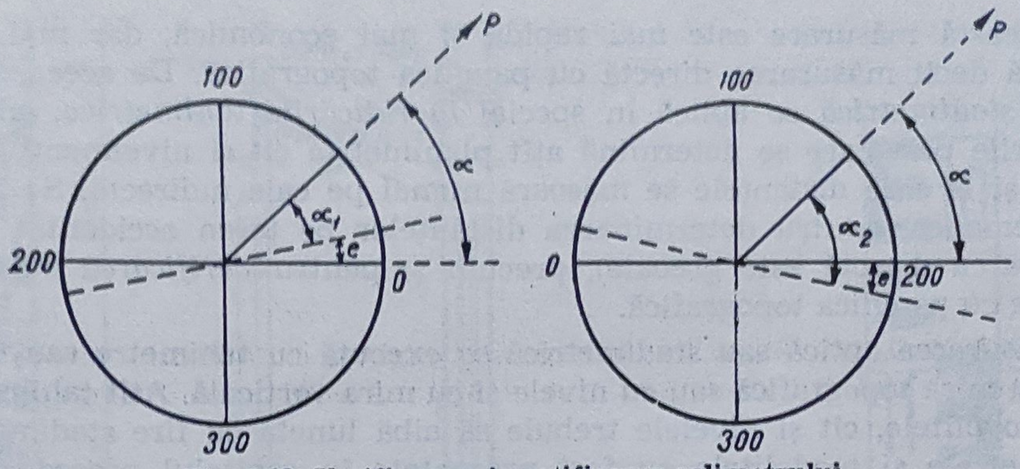


Fig. 6.62. Verificarea şi rectificarea eclimetrului.

Din adunarea şi efectuarea mediei rezultă :

$$2\alpha = \alpha_1 + e + \alpha_2 - e \text{ sau } \alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}.$$

Înseamnă că prin vizarea cu ambele poziţii ale lunetei se elimină eventuala eroare de poziţie a liniei zero a eclimetrului.

Pentru a avea siguranţa că unghiul vertical se măsoară corect chiar cu o singură vizare, este bine să se facă rectificarea eclimetrului, pentru care se procedează în felul următor :

— se măsoară un unghi vertical cu luneta în ambele poziţii, după a doua vizare blocîndu-se mişcarea lunetei ;

— se manevrează şurubul de calare al nivelei eclimetrului pînă cînd pe cerc se citeşte : $\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$, prin această operaţie dereglîndu-se poziţia bulei de aer ;

— se acţionează asupra şuruburilor de rectificare ale nivelei eclimetrului, aducîndu-se din nou bula de aer între repere.

Operaţiile se repetă de mai multe ori, pînă cînd prin vizarea cu ambele poziţii ale lunetei se obţine $\alpha_1 = \alpha_2$.

Capitolul 7.

MĂSURAREA INDIRECTĂ A DISTANŢELOR

7.1. MĂSURAREA STADIMETRICĂ A DISTANŢELOR

Măsurarea stadimetrică a distanţelor se face cu *tahimetrul* şi cu *mira topografică* sau *stadia,* fără a parcurge terenul de la o extremitate la cealaltă extremitate a fiecărei distanţe.

Această măsurare este mai rapidă și mai economică, dar mai puțin precisă decît măsurarea directă cu panglica topografică. De aceea, măsurarea *stadimetrică* se aplică în special *la ridicările tahimetrice*, adică la ridicările prin care se determină atît planimetria cît și nivelmentul terenului și la care distanțele se măsoară numai pe cale indirectă. Se aplică, de asemenea, pentru determinarea distanțelor pe teren accidentat (unde măsurarea directă este greoaie), precum și pentru *verificarea măsurării directe* cu panglica topografică.

Măsurarea optică sau stadimetrică se execută cu tahimetre sau teodolite, cu mira topografică sau cu nivele și cu mira verticală. Atît tahimetrele sau teodolitele, cît și nivelele trebuie să aibă luneta cu fire stadimetrice. Tahimetrele și teodolitele au fost prezentate în capitolul precedent, iar nivelele se vor studia la nivelmentul geometric.

7.1.1. MIRELE TOPOGRAFICE

Mirele topografice se confecționează din lemn uscat și au o lungime de 2 m, 3 m sau 4 m. Se acoperă cu vopsea în ulei pentru a fi protejate contra umezelii și uscăciunii, iar capetele se introduc în saboți metalici pentru a fi ferite de lovituri.

Pe o față se trasează diviziuni de cîte 1 cm, iar numerotarea lor se face din 10 în 10 cm (adică din decimetru în decimetru), notîndu-se fiecare decimetru cu două cifre : prima cifră pentru metri iar a doua, pentru decimetrul corespunzător.

Întrucît existau mai multe tipuri de mire, cu lungimi diferite și cu sisteme de gradație diferite, prin STAS 3618-58 s-a reglementat construirea mirelor verticale, prevăzîndu-se mira topografică obișnuită.

Mira topografică obișnuită. Se construiește din lemn ușor (molid, pin sau anin) și uscat. Are lungimea de 4 m și este alcătuită din două bucăți pliante de cîte 2 m care, prin intermediul unei balamale, se pot strînge în timpul transportului, sau se pot așeza în continuare, pentru lucru (fig. 7.1).

Fața mirei este acoperită cu vopsea albă în ulei, iar pe fondul alb sînt trasate diviziuni din cm în cm. Diviziunile de culoare albă de pe fondul mirei alternează, pe primul și pe al treilea metru, cu diviziuni de culoare neagră, iar pe al doilea și al patrulea metru cu diviziuni de culoare roșie.

Pentru a se citi ușor, diviziunile sînt grupate din decimetru în decimetru în mod alternativ, la stînga și la dreapta axei verticale a mirei.

La fiecare decimetru, primii cinci centimetri sînt grupați sub formă de *E*. Decimetrii sînt numerotați prin cîte două cifre, care reprezintă valoarea corespunzătoare a metrilor și a decimetrilor. Astfel, decimetrul al treilea de la primul metru se notează cu 03, iar decimetrul al șaptelea de la metrul al patrulea se notează cu 37. Numerele se scriu pe miră răsturnat, deoarece luneta instrumentului dă imagine răsturnată și, deci, în lunetă, se vor vedea normal.

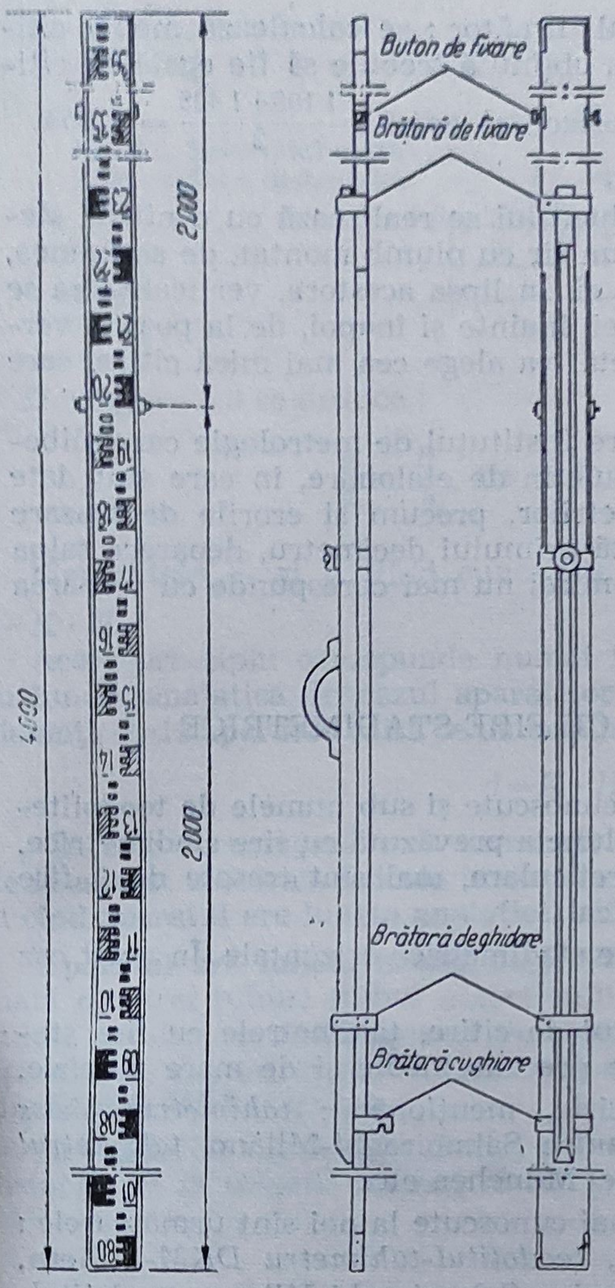


Fig. 7.1. Mira topografică de 4 m.

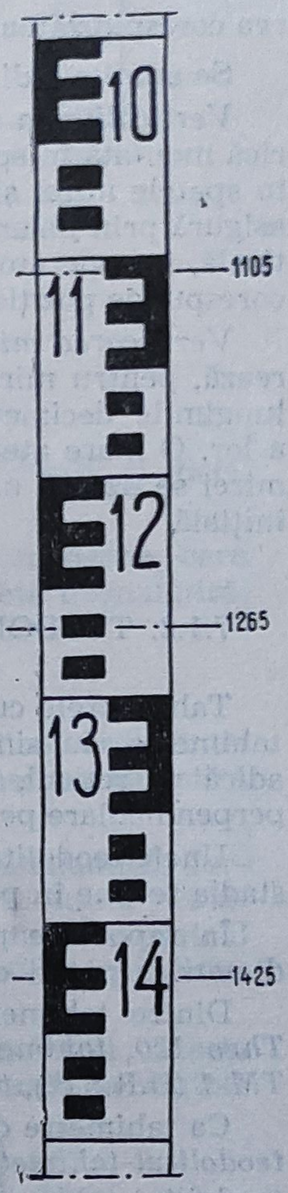


Fig. 7.2. Citirea pe mină.

Partea de jos a mirei, introdusă într-un sabot metalic, și numită *talpa mirei*, este cea care se așază pe repere sau pe pămînt și reprezintă *zero al mirei*.

Citirea pe miră în lunetă se face la firul reticular orizontal și la firele stadimetrice (fig. 7.2).

Imaginea fiind răsturnată, citirea se realizează de sus în jos. Se citesc metri, decimetri și centimetri, iar milimetri se apreciază din ochi. Astfel, în figura 7.2, citirile sînt următoarele :

— la firul reticular orizontal = 1 265 ;
— la firul stadimetric de sus = 1 105 ;
— la firul stadimetric de jos = 1 425.

Controlul citirilor se face în felul următor : se calculează media citirilor la firele stadimetrice și valoarea obținută trebuie să fie egală cu citirea corespunzătoare firului reticular orizontal, adică : $\frac{1\,105+1\,425}{2} = 1\,265$.

Se admite o diferență de 1—2 mm.

Verticalitatea mirelor în timpul lucrului se realizează cu o nivelă sferică montată în spatele mirei sau cu un fir cu plumb montat, de asemenea, în spatele mirei și la partea de sus a ei. În lipsa acestora, verticalitatea se asigură prin balansarea ușoară a mirei, înainte și înapoi, de la poziția verticală, iar operatorul, privind în lunetă, va alege cea mai mică citire, care corespunde poziției verticale a mirei.

Verificarea mirelor se face de către Institutul de metrologie care eliberează, pentru mirele verificate, un buletin de etalonare, în care sînt date lungimile decimetrilor și semidecimetrilor, precum și erorile de trasare a lor. O mare atenție trebuie acordată primului decimetru, deoarece talpa mirei se uzează ușor și, deci, zero al mirei nu mai corespunde cu valoarea inițială.

7.1.2. TEODOLITE-TAHIMETRE CU FIRE STADIMETRICE

Tahimetrele cu fire stadimetrice, cunoscute și sub numele de teodolite-tahimetre sau, simplu, *tahimetre*, au luneta prevăzută cu fire stadimetrice, adică pe reticul, în afară de firele reticulare, mai sînt trasate două fire perpendiculare pe firul reticular vertical.

Unele teodolite-tahimetre au firele stadimetrice orizontale. În acest caz stadia se ține în poziție orizontală.

În raport de precizia dispozitivului de citire, tahimetrele cu fire stadimetrice pot fi de mică precizie, de precizie medie și de mare precizie.

Dintre tahimetrele de mică precizie, menționăm : *tahimetrul Zeiss Theo 120*, *tahimetrul 4138-C Filotehnica* Salmoiraghi-Milano, *tahimetrul TM-1* (U.R.S.S.), *tahimetrul KT-1* Ertel München etc.

Ca tahimetre de precizie medie, mai cunoscute la noi sînt următoarele : *teodolitul-tahimetru Zeiss Theo 020*, *teodolitul-tahimetru DKM-1* Kern, *teodolitul-tahimetru 4150-NE Filotehnica* Salmoiraghi-Milano, *teodolitul-tahimetru T1-A* Wild, *teodolitul-tahimetru FT-1A* Otto Fennel etc.

Dintre teodolitele de mare precizie, prevăzute cu fire stadimetrice, menționăm : *Theo 010 Zeiss Jena*, *4200 Filotehnica* Salmoiraghi-Milano, *DKM-2 Kern*, *TE-B1 M.O.M.* etc.

7.1.3. MĂSURAREA STADIMETRICĂ A DISTANȚELOR PE TEREN ȘES

Măsurarea stadimetrică a distanțelor pe teren șes cu mira sau cu stadia verticală se bazează pe următorul principiu : numărul diviziunilor de pe miră cuprins între laturile unui unghi constant este proporțional cu distanța de la vîrful unghiului la miră (fig. 7.3).

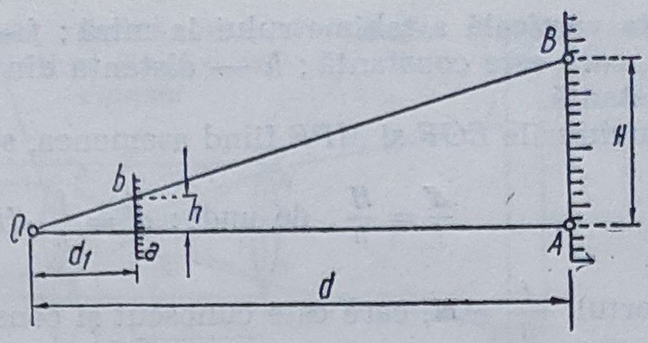


Fig. 7.3. Principiul măsurării optice a distanţelor.

Din figura 7.3 se deduce :

$$\frac{d}{d_1} = \frac{H}{h}, \text{ de unde: } d = \frac{d_1}{h} \cdot H.$$

Elementele d_1 şi h fiind cunoscute, se poate scrie : $\frac{d_1}{h} = K$ şi, deci, $d = K \cdot H$.

Acest principiu corespunde numai în cazul aparatelor moderne, care au luneta analatică. În cazul aparatelor vechi, care au luneta neanalatică, distanţa de la aparat la miră se determină cu formula :

$$d = K \cdot H + c.$$

În cele ce urmează vom demonstra relaţiile pentru calculul distanţei de la aparat la mira verticală în cazul cînd aparatul are luneta neanalatică şi cînd aparatul are luneta analatică.

Aparatul are luneta neanalatică. Vizînd cu o lunetă neanalatică, formată din trei tuburi (tubul obiectivului, tubul reticulului şi tubul ocularului) ,o miră verticală aşezată pe teren şes, la distanţa d faţă de centrul aparatului, şi trasînd razele pentru formarea imaginii, rezultă triunghiurile EGF şi MPF (fig. 7.4).

În figura 7.4 elementele d', d, f şi h au următoarele semnificaţii : d' este distanţa de la focarul lentilei obiectiv la miră ; d — distanţa orizontală

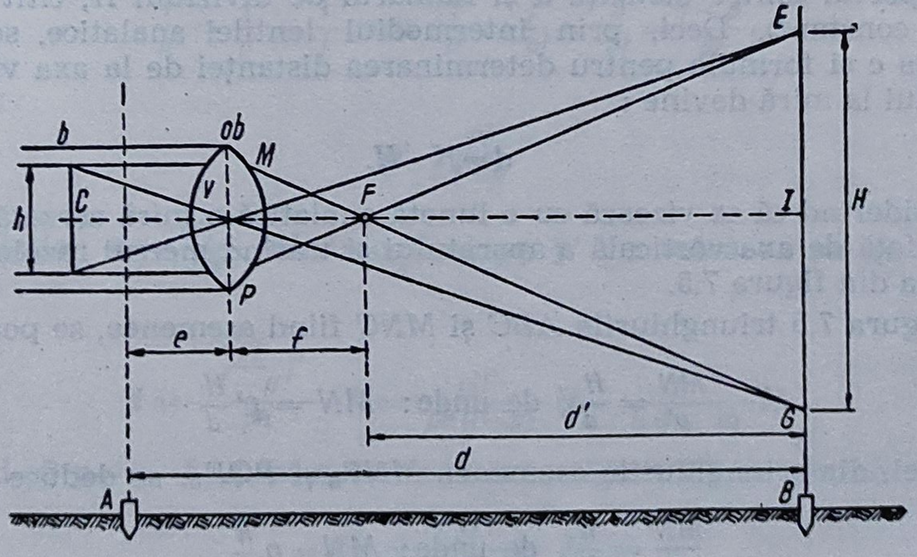


Fig. 7.4. Aparatul cu lunetă neanalatică.

de la axa verticală a tahimetrului la miră ; f — distanța focală a lentilei obiectiv, care este constantă ; h — distanța dintre firele stadimetrice, care este constantă.

Triunghiurile EGF și MPF fiind asemenea, se poate scrie :

$$\frac{d'}{f}=\frac{H}{h}, \text{ de unde: } d'=\frac{f}{h}\cdot H=K\cdot H.$$

Raportul $\frac{f}{h}=K$, care este cunoscut și constant, se numește *coeficient stadimetric* și are valoarea egală cu 100, adică lentila obiectiv se construiește astfel încît distanța ei focală să fie de 100 de ori mai mare decît distanța dintre firele stadimetrice. La unele teodolite și tahimetre vechi coeficientul K este 200 sau 50.

Din figura 7.4 reiese că distanța d de la axa verticală a aparatului la miră are valoarea :

$$d=d'+e+f.$$

Distanțele e și f, fiind cunoscute și constante, pot fi înlocuite cu o constantă c, adică $e+f=c$ și, în acest caz, formula devine :

$$d=d'+c=K\cdot H+c.$$

Constanta c are valori între 25—60 cm și este dată în notița tehnică a aparatului.

Formula stabilită ($d=K\cdot H+c$ pentru distanța de la centrul aparatului la miră) corespunde, așa cum rezultă din figura 7.4, numai în cazul *cînd aparatul are lunetă neanalatică, iar axa de vizare este perpendiculară pe miră.*

Aparatul are luneta analatică. Aparatele moderne au luneta topografică prevăzută cu o *lentilă de focusare interioară* numită și *lentilă analatică.*

Luneta analatică a fost inventată de italianul Porro care a introdus între obiectivul și ocularul lunetei o lentilă divergentă de focusare numită *lentilă analatică* (de la cuvîntul „anallato“ care înseamnă neschimbat, adică raportul dintre distanța d și numărul de diviziuni H, citit pe miră, rămîne constant). Deci, prin intermediul lentilei analatice, se elimină constanta c și formula pentru determinarea distanței de la axa verticală a aparatului la miră devine :

$$d=K\cdot H.$$

Considerînd că se vizează cu o lunetă analatică o miră așezată la o distanță d față de axa verticală a aparatului și trasînd mersul razelor, rezultă imaginea din figura 7.5.

În figura 7.5 triunghiurile ABC și MNC fiind asemenea, se poate scrie :

$$\frac{MN}{p'}=\frac{H}{d}, \text{ de unde: } MN=p'\frac{H}{d}.$$

La fel, din triunghiurile asemenea MNF_a și PQF_a, se deduce :

$$\frac{MN}{p}=\frac{h}{f'}, \text{ de unde: } MN=p\frac{h}{f'}.$$

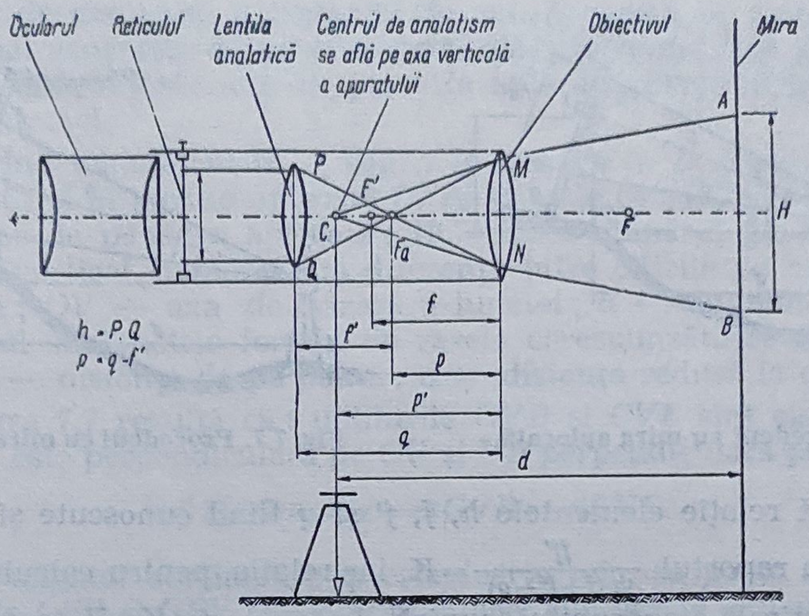


Fig. 7.5. Aparatul cu luneta analatică.

Rezultă că :

$$p' \frac{H}{d} = p \frac{h}{f'}, \text{ de unde: } d = \frac{p'f'}{ph} \cdot H.$$

Întrucît la luneta analatică centrul de analatism C există pe axa verticală a aparatului, rezultă că punctul C este imaginea virtuală a punctului F_a dată de obiectiv, iar punctul F_a se află între obiectiv și focarul său F'.

Deci, $p<f$ și, în acest caz, între lentilele MN și PQ are loc relația :

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}.$$

Din această relație se deduce :

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{p} - \frac{1}{f} \text{ sau } \frac{1}{p'} = \frac{f}{pf} - \frac{p}{pf} = \frac{f-p}{pf},$$

de unde :

$$p' = \frac{pf}{f-p}.$$

În relația : $d = \frac{p'f'}{ph} \cdot H$, înlocuind pe p' cu valoarea sa de mai sus, rezultă :

$$d = \frac{\frac{pf}{f-p} f'}{ph} \cdot H = \frac{pff'}{ph(f-p)} H = \frac{ff'}{h(f-p)} H.$$

Știind că $p=q-f'$, după cum se vede în figura 7.5, se obține :

$$d = \frac{ff'}{h(f+f'-q)} H.$$

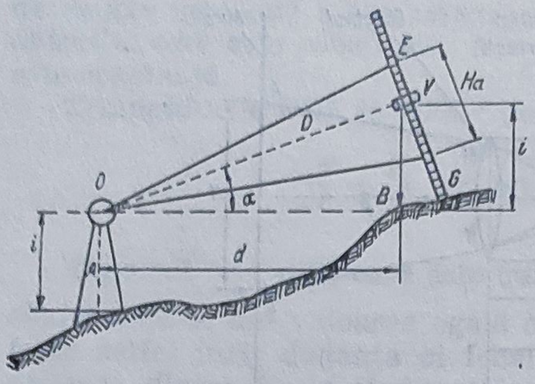


Fig. 7.6. Procedeul cu mira aplecată.

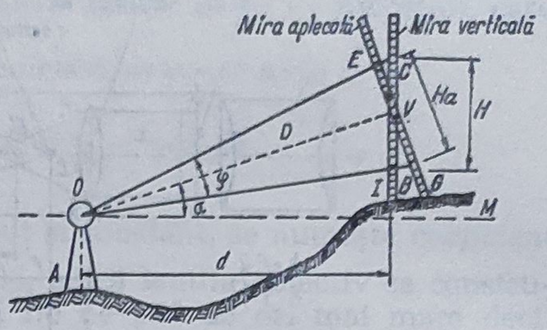


Fig. 7.7. Procedeul cu mira verticală.

În această relaţie elementele h, f, f' şi q fiind cunoscute şi constante, se poate nota raportul $\frac{ff'}{h(f+f'-q)}=K$, iar relaţia, pentru calculul distanţei de la axa verticală a aparatului la miră, devine : $d=K\cdot H$, în care $K=100$ la aparatele moderne.

În modul arătat, prin intermediul lentilei analatice, se elimină constanta c.

Se precizează că relaţia obţinută $d=K\cdot H$ este justă numai în cazul cînd luneta este analatică, iar axa de vizare este perpendiculară pe miră.

7.1.4. MĂSURAREA STADIMETRICĂ A DISTANŢELOR PE TEREN ÎNCLINAT

La măsurarea indirectă a distanţelor nu se ţine seama de felul pantei, ca la măsurarea directă cu panglica, ci se procedează la fel, atît pe teren cu pantă uniformă, cît şi pe teren cu pantă neuniformă.

În cazul precedent, la măsurarea optică a distanţelor pe teren şes, s-a precizat că mira trebuie ţinută perpendicular pe axa de vizare a lunetei. Această operaţie se poate realiza uşor pe teren şes, dar devine incomodă pe teren înclinat, deoarece, în acest caz, mira trebuie ţinută aplecată pentru a fi perpendiculară pe axa de vizare. Pentru a fi ţinută aplecată, adică perpendicular pe axa de vizare, mira trebuie să fie prevăzută cu un fir cu plumb şi cu un vizor care să culiseze pe ea (fig. 7.6).

În afară de aceasta, operatorul din A (de la aparat) trebuie să dirijeze luneta astfel ca axa de vizare să intersecteze mira la o distanţă verticală egală cu înălţimea aparatului, iar ajutorul din B (de la miră) trebuie să manevreze mira pînă ce firul cu plumb cade deasupra punctului B, iar prin vizor vede luneta aparatului îndreptată spre miră. Acest procedeu nu este nici practic şi nici economic.

De aceea, în mod practic, atît pe teren orizontal cît şi pe teren înclinat, mira se aşază în poziţie verticală. Pe teren înclinat, mira fiind ţinută în poziţie verticală, nu mai este perpendiculară pe axa de vizare a lunetei. În acest caz, este necesar să se stabilească formula pentru calculul distanţei de pe teren înclinat, cînd mira se ţine în poziţie verticală, fără a fi perpendiculară pe axa de vizare.

Operaţia de deducere a formulei de calcul constă în a stabili relaţia între numărul generator de pe mira verticală, perpendiculară pe orizontala locului, şi numărul generator de pe mira aplecată, perpendiculară pe axa de vizare a lunetei.

Considerînd tahimetrul în A (fig. 7.7) şi mira în B, aşezată în poziţie verticală (BC) şi în poziţie aplecată (EG), se vede că : $EG=Ha$ este numărul generator de pe mira aplecată ; $BC=H$ — numărul generator de pe mira ţinută vertical şi reprezintă diferenţa între citirile pe miră la firele stadimetrice ; OV — axa de vizare a lunetei ; α — unghiul de pantă ; φ — unghiul stadimetric format de razele corespunzătoare firelor stadimetrice ; D — distanţa de pe pantă ; d — distanţa redusă la orizont.

Din figura 7.7 rezultă că : unhiurile GVB şi CVE sînt egale şi opuse la vîrf ; GV este perpendiculară pe OV şi VB perpendiculară pe OM. Deci :

$$\sphericalangle MOV=\sphericalangle\alpha=\sphericalangle GVB=\sphericalangle CVE.$$

Întrucît unghiul stadimetric φ este foarte mic, se poate considera că triunghiurile CEV şi GBV sînt dreptunghice. Din aceste triunghiuri dreptunghice, rezultă :

$$EV=CV\cos\alpha \quad \text{şi} \quad GV=BV\cos\alpha,$$

sau :

$$EV+GV=(CV+BV)\cos\alpha.$$

Tot din figura 7.7 se vede că :

$$EV+GV=EG \quad \text{şi} \quad CV+BV=BC$$

Deci, $EG=BC\cos\alpha$ sau $Ha=H\cos\alpha$, adică numărul generator de pe mira aplecată, perpendiculară pe axa de vizare, este egal cu numărul generator de pe mira ţinută vertical, înmulţit cu cosinusul unghiului de pantă.

Rezultă că distanţa de pe teren înclinat, cu mira ţinută vertical, se obţine cu formula :

$$D=K\cdot H\cos\alpha.$$

Ştiind că $d=D\cos\alpha$, rezultă :

$$d=K\cdot H\cos^2\alpha.$$

Acestea sînt formulele cu care se calculează distanţa de pe pantă şi distanţa redusă la orizont cînd se determină numărul generator cu mira ţinută în poziţie verticală.

Determinînd pe teren numărul generator (H) cu teodolitul şi cu mira topografică, distanţa de pe pantă (D) şi distanţa redusă la orizont (d) se calculează cu ajutorul maşinilor de calcul şi cu ajutorul tabelelor trigonometrice (tabelele trigonometrice D. Ciurileanu, Ed. Tehnică, 1950 sau tabelele, mai vechi, ale lui G. Niculescu, editate în 1919, Jordan, Clouth etc.).

Atît distanța de pe pantă cît și distanța orizontală se pot obține, fără calcul, cu ajutorul tabelelor de coordonate topometrice D. Ciurileanu (Ed. Tehnică, 1953) sau cu tabelele, mai vechi — G. Sanfelici etc.

7.1.5. ERORI, PRECIZIE ȘI TOLERANȚE LA MĂSURAREA STADIMETRICĂ A DISTANȚELOR

7.1.5.1. ERORI

Erorile la măsurarea stadimetrică a distanțelor se produc din cauza aparatului, din cauza mirei și din cauza operatorului.

Erorile datorate aparatului. Erorile care se produc din cauza aparatului sînt următoarele : eroarea de punctare, eroarea de refracție atmosferică și eroarea datorată vibrației aerului.

Eroarea de punctare. Se produce în cazul cînd mira se află la o depărtare mai mare decît distanța pînă la care se poate citi precis cu ajutorul lunetei. În acest caz nu se pot aprecia corect fracțiunile din cea mai mică diviziune de pe miră datorită lunetei care nu are putere de mărire mare. Punctarea nefiind precisă, nici citirea pe miră nu este precisă ; de aceea se recomandă ca distanțele maxime să nu depășească 120 m.

Eroarea de refracție atmosferică. Are loc din cauza devierii razelor vizuale, de la miră la aparat, datorită fenomenului de *refracție atmosferică*. Aceasta influențează citirile pe miră făcute în apropierea pămîntului, și în special dimineața, producîndu-se erori de cîțiva mm. De aceea, se recomandă să se evite citirile în partea inferioară a mirei pînă la 50 cm de la pămînt, citind numai la firul stadimetric de sus și la firul nivelor (din mijloc), dublînd distanța aflată.

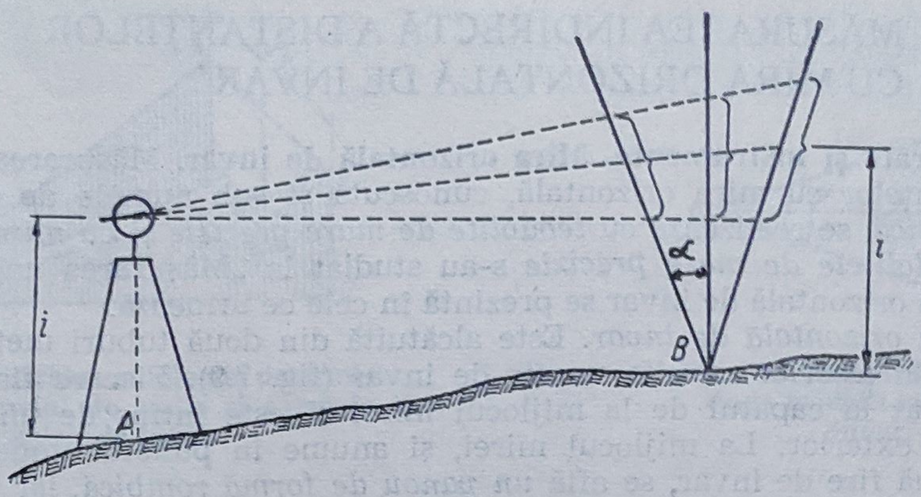
Eroarea datorită vibrației aerului. Se produce în zilele călduroase, vara și mai ales în timpul prînzului, cînd straturile de aer din apropierea pămîntului se încălzesc și se ridică de la sol, iar alte straturi mai reci le iau locul, producîndu-se astfel o mișcare perpetuă a aerului sub formă de ondulații. Aceste ondulații ale aerului au ca efect mișcarea cifrelor pe miră și, din această cauză, nu se pot citi corect, producîndu-se erori, care sînt cu atît mai mari cu cît mira se află mai departe, și anume sînt proporționale cu patratul distanței de la aparat la miră. Eroarea datorată vibrației aerului se poate micșora, vizînd mira la distanțe mici.

Erorile datorate mirei. Erorile care se produc din cauza mirei sînt următoarele : eroarea de gradație și eroarea de verticalitate a mirei.

Eroarea de gradație se produce în cazul cînd gradațiile nu s-au executat în mod egal. Se admite o toleranță de 0,5 mm la 1 dm.

Eroarea de gradație mai are loc și datorită scurtării sau lungirii mirei sub influența uscăciunii sau umidității aerului.

În afară de erorile arătate, datorate aparatului, se mai produc și următoarele : eroarea datorită grosimii firelor stadimetrice și eroarea provocată de stabilirea imprecisă a coeficientului stadimetric. De aceea, înainte de a fi folosită, mira trebuie etalonată.



Fgi. 7.8. Eroarea de verticalitate a mirei.

Eroarea de verticalitate a mirei se produce cînd mira nu este ţinută vertical, fiind aplecată înainte sau înapoi (fig. 7.8).

Din figura 7.8 rezultă că se obţine o distanţă mai mare decît cea reală, atît în cazul cînd mira se află aplecată înainte, cît şi în cazul cînd este aplecată înapoi. Eroarea de verticalitate se înlătură aşa cum s-a arătat la „mirele topografice".

Erorile datorate operatorului. Din cauza operatorului neatent, cu vederea slabă sau fără experienţă, se pot produce erori : eroarea de punctare pe miră şi eroarea de apreciere a fracţiunilor de centimetri şi eroarea de măsurare a unghiului vertical.

7.1.5.2. PRECIZIE ŞI TOLERANŢE

Precizia măsurării distanţelor pe cale optică. Depinde de precizia cu care se obţine numărul generator H, ca diferenţă între citirile făcute la firele stadimetrice, precum şi de precizia şi mărimea unghiului de pantă. De aceea, eroarea totală la măsurarea optică a distanţelor este proporţională cu eroarea medie pătratică rezultată la determinarea numărului generator. Eroarea medie pătratică, pentru distanţa de 100 m, poate fi cuprinsă între ± 10 cm şi ± 20 cm, în funcţie de mărirea unghiului de pantă.

Toleranţele la măsurarea optică a distanţelor. Se obţin prin dublarea erorii medii pătratice, rezultînd, pentru 100 m, toleranţa de 20 cm cînd unghiul de pantă este mic, pînă la 5^g, şi toleranţa de 40 cm în cazul unghiurilor mari de pantă, pînă la 25^g.

Întrucît eroarea medie pătratică creşte odată cu distanţa şi unghiul de pantă, se recomandă ca măsurarea pe cale optică să se facă pe distanţe pînă la 150 m şi, numai în cazuri cînd nu se cere precizie mare, pînă la 300 m.

7.2. MĂSURAREA INDIRECTĂ A DISTANŢELOR CU MIRA ORIZONTALĂ DE INVAR

Aparate şi instrumente. Mira orizontală de invar. Măsurarea indirectă a distanţelor cu mira orizontală, cunoscută şi sub numele de *măsurarea paralactică*, se realizează cu *teodolite de mare precizie* şi cu *mira de invar*.

Teodolitele de mare precizie s-au studiat la „Măsurarea unghiurilor", iar mira orizontală de invar se prezintă în cele ce urmează.

Mira orizontală de invar. Este alcătuită din două tuburi metalice prevăzute în interior cu cîte un fir de invar (fig. 7.9). Fiecare fir de invar este fixat la capătul de la mijlocul mirei şi este întins de un resort la capătul exterior. La mijlocul mirei, şi anume în punctul unde se leagă cele două fire de invar, se află *un panou de formă rombică*, iar la capătul exterior fiecare fir este prevăzut cu cîte un *panou cu reper de formă triunghiulară*. Distanţa de la reperul central, de formă rombică, la fiecare reper exterior, de formă triunghiulară, este egală cu 1 m, astfel că mira, între panourile exterioare, are lungimea de 2 m.

Mira de invar se instalează pe un trepied, prin intermediul ambazei, la fel ca la teodolitele moderne. Orizontalizarea mirei pe trepied se face cu ajutorul şuruburilor de calare de la ambază şi cu o nivelă sferică, montată pe miră, în partea centrală a acesteia.

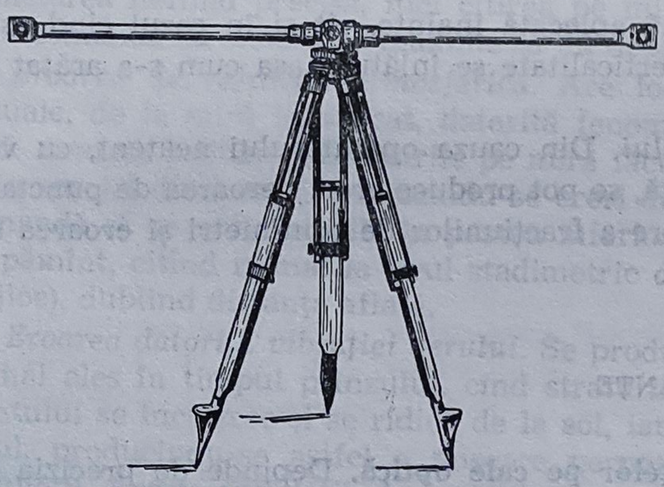


Fig. 7.9. Mira orizontală de invar.

Pe unul din braţe, şi anume în stînga nivelei sferice, se află un *colimator* cu ajutorul căruia se aşază mira perpendicular pe axa de vizare a lunetei, adică perpendicular pe direcţia distanţei de măsurat.

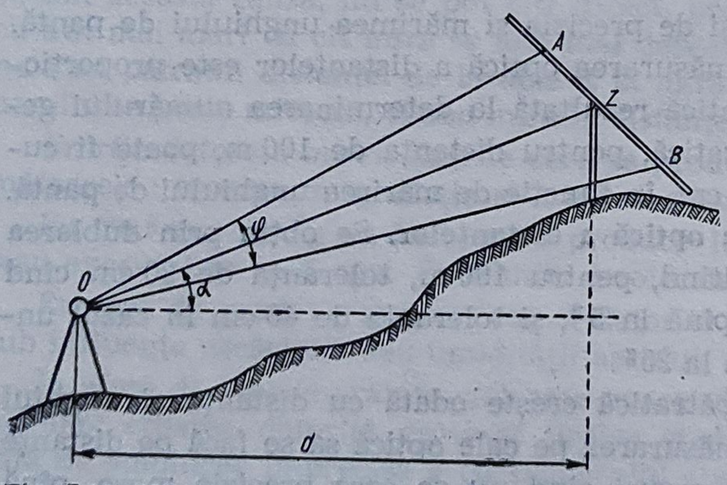


Fig. 7.10. Măsurarea indirectă a distanţelor cu mira orizontală de invar.

Metoda de măsurare. Se aşază teodolitul într-o extremitate, iar mira orizontală de invar în cealaltă extremitate a distanţei (fig. 7.10). Se centrează şi se calează atît teodolitul cît şi mira orizontală de invar, în punctele respective. După calarea teodolitului, operatorul vizează cu luneta reperul central, de formă rombică, de pe miră şi blochează alidada şi luneta. Apoi ajutorul, privind prin colimator

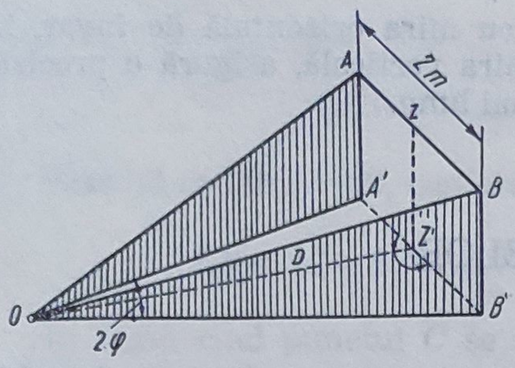


Fig. 7.11. Unghiul paralactic determinat de punctul de stație și capetele mirei de invar.

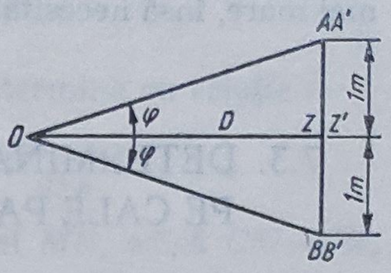


Fig. 7.12. Distanța orizontală de la teodolit la mira de invar.

rotește mira în plan orizontal, pînă ce vizează luneta teodolitului, aducînd astfel mira perpendicular pe direcția distanței de măsurat. Verifică dacă bula nivelei sferice se păstrează între repere. În caz că bula s-a deplasat, calează nivela sferică, acționînd șuruburile de calare de la ambaza mirei, avînd grijă, totodată, ca axa de vizare a colimatorului să coincidă cu axa de vizare a lunetei teodolitului.

După așezarea mirei perpendicular pe axa de vizare a lunetei teodolitului, se deblochează alidada și se măsoară unghiul paralactic φ format de vizele la panourile triunghiulare de la capetele mirei orizontale de invar.

Unghiul paralactic φ este unghiul diedru sub care se vede, din stație, distanța dintre cele două panouri triunghiulare de la capetele mirei (figura 7.11). Proiectînd pe planul orizontal punctele A, Z, B în A', Z', B', rezultă triunghiul dreptunghic $OZ'A'$ și triunghiul dreptunghic $OZ'B'$ (figura 7.12).

Distanța OZ' reprezintă chiar proiecția orizontală a distanței de la teodolit la miră. Din figura 7.12 rezultă :

$$d = \frac{AB}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = 1 \text{ m} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \cdot$$

Aceasta este formula cu care se calculează distanța orizontală de la teodolit la mira orizontală de invar.

Precizia măsurării și toleranțe. Din formula $d = \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$ rezultă că precizia măsurării distanțelor cu mira orizontală de invar depinde de precizia cu care se măsoară unghiul paralactic φ. Din experiențele efectuate cu un teodolit care are precizia de citire egală cu 2^{cc}, rezultă că, la măsurarea unghiului paralactic sub care se vede mira orizontală „Bala“ de 2 m, se poate comite o eroare medie de 3^{cc}. Potrivit acestei erori unghiulare de 3^{cc}, s-au calculat, pentru distanțele : 50, 80, 100, 150 și 200 m, erorile liniare medii corespunzătoare : 0,6 ; 1,6 ; 2,2 ; 5,4 și 9,7 cm.

Toleranțele la măsurarea distanțelor cu mira orizontală de invar rezultă prin dublarea erorilor lineare medii, adică pentru distanța de 100 m toleranța este egală cu 4,8 cm, iar pentru distanța de 200 m toleranța are valoarea de 19,4 cm.

Se constată că măsurarea distanţelor cu mira orizontală de invar, în comparaţie cu măsurarea distanţelor cu mira verticală, asigură o precizie mai mare, însă necesită un timp de lucru mai lung.

7.3. DETERMINAREA DISTANŢELOR PE CALE PARALACTICĂ

Distanţele care nu se pot măsura direct cu precizie suficientă, datorită condiţiilor de teren, se pot determina pe cale paralactică.

În acest caz se alege o bază ajutătoare numită *baza paralactică*, între capetele sau la un capăt al laturii ce urmează să fie determinată. Se măsoară, cu precizie, baza ajutătoare precum şi unghiurile paralactice, adică unghiurile sub care se vede baza paralactică din extremităţile laturii. Baza paralactică se măsoară direct, cu panglica, sau cu mira orizontală de invar, iar unghiurile cu teodolite care au precizia de citire egală cu 1^{cc} sau 2^{cc}.

Baza paralactică se află între capetele distanţei. Fie distanţa AB care trebuie determinată şi baza paralactică MN care se măsoară (fig. 7.13).

Locul bazei MN se alege astfel ca suma unghiurilor paralactice a şi b să nu fie mai mică de 40^g. În locul ales, C, se ridică o perpendiculară pe latura AB, cu echerul cu prisme sau cu teodolitul, obţinînd baza paralactică MN, care nu trebuie să fie mai mică de 1/3 din lungimea distanţei ce se determină. Se măsoară baza paralactică MN. Se staţionează cu teodolitul în punctele A şi B şi se măsoară unghiurile paralactice a şi b, sub care se vede baza MN, precum şi unghiurile c, $a—c$, d şi $b—d$, pe care le formează latura AB cu vizele la extremităţile bazei.

Cu elementele măsurate pe teren se determină lungimea laturii AB. Formula pentru calculul laturii AB se stabileşte în felul următor :

În triunghiul AMN, aplicînd teorema sinusurilor, rezultă :

$$\frac{AM}{MN} = \frac{\sin e}{\sin a}, \text{ de unde: } AM = MN \frac{\sin e}{\sin a}$$

şi în care :

$$e = 100^g - (a - c).$$

deci :

$$AM = MN \frac{\sin [100^g - (a-c)]}{\sin a} = MN \frac{\cos (a-c)}{\sin a}.$$

Din triunghiul ACM se deduce :

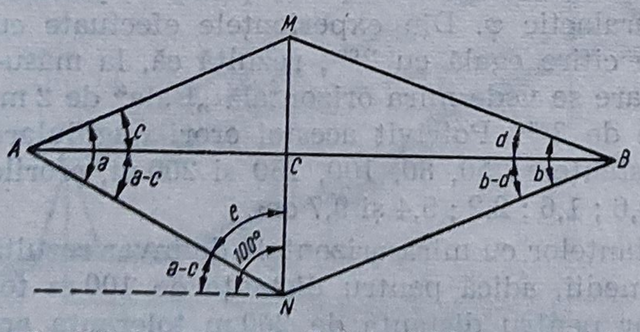


Fig. 7.13. Baza paralactică se află între capetele distanţei.

$$AC = AM \cos c = MN \frac{\cos (a-c) \cos c}{\sin a}.$$

În mod analog se determină BM şi BC, obţinînd :

$$BM = MN \frac{\sin [100^g - (b-d)]}{\sin b} = MN \frac{\cos (b-d)}{\sin b}$$

și :

$$BC = BM \cos d = MN \frac{\cos(b-d)\cos d}{\sin b}.$$

Rezultă că latura AB, conform figurii 7.13, se determină cu relația :

$$AB = AC + BC = MN \frac{\cos(a-c)\cos c}{\sin a} + \frac{\cos(b-d)\cos d}{\sin b}.$$

În cazul cînd punctul C se află la centrul bazei MN, adică $CM = CN$, atunci unghiurile c și d au valorile $c = \frac{a}{2}$ și $d = \frac{b}{2}$, iar relația pentru latura AB devine :

$$AB = MN \frac{\cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}}{\sin a} + \frac{\cos\frac{b}{2}\cos\frac{b}{2}}{\sin b}$$

sau :

$$AB = MN \frac{\cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}}{2\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}} + \frac{\cos\frac{b}{2}\cos\frac{b}{2}}{2\sin\frac{b}{2}\cos\frac{b}{2}}$$

sau :

$$AB = \frac{MN}{2}\left(\operatorname{ctg}\frac{a}{2} + \operatorname{ctg}\frac{b}{2}\right).$$

Baza paralactică se află la un capăt al distanței. În cazul cînd baza paralactică MN este perpendiculară pe AB, în punctul B, iar cele două părți ale ei BM și BN sînt egale, distanța AB se obține cu relația :

$$AB = \frac{MN}{2} \operatorname{ctg}\frac{a}{2}.$$

Baza paralactică se află la un capăt al distanței și numai într-o parte a acesteia. În cazul cînd vizibilitatea pentru măsurarea unghiului paralactic este asigurată în capătul distanței, numai într-o parte a acesteia, atunci în punctul B se ridică o perpendiculară pe AB și se măsoară baza paralactică BC și unghiul paralactic $BAC = e$ (fig. 7.14).

Din triunghiul ABC, rezultă :

$$AB = BC \operatorname{ctg} e.$$

Baza paralactică se află la mijlocul distanței și numai într-o parte a acesteia. Dacă vizibilitatea, pentru măsurarea unghiului paralactic, este asigurată la mijlocul distanței și numai lateral, atunci în punctul C, ales pe AB, se ridică o perpendiculară CD, care se măsoară direct sau se determină cu mira orizontală de invar (fig. 7.15).

Din extremitățile A și B se măsoară, cu teodolitul, unghiurile paralactice $CAD = m$ și $CBD = n$.

Din figura 7.15, rezultă :

$$AC = CD \operatorname{ctg} m \quad \text{și} \quad CB = CD \operatorname{ctg} n,$$

deci :

$$AB = AC + CB = CD\,(\operatorname{ctg} m + \operatorname{ctg} n).$$

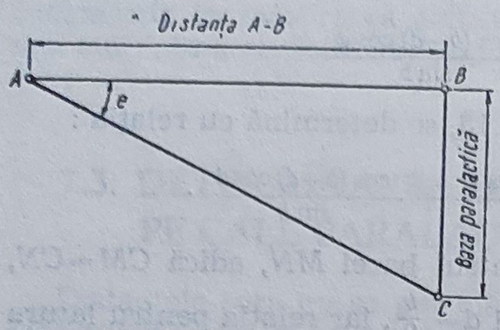


Fig. 7.14. Baza paralactică se află la un capăt al distanței și numai într-o parte a acesteia.

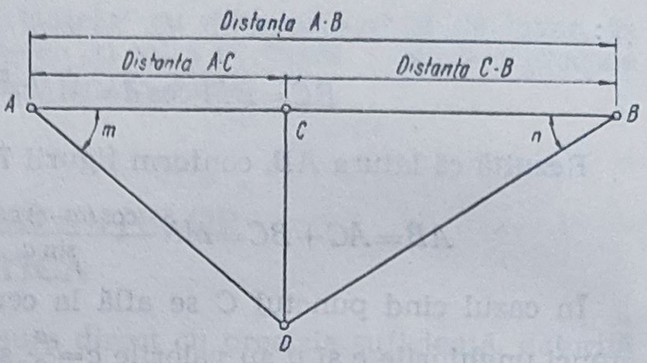


Fig. 7.15. Baza paralactică se află la mijlocul distanței și numai într-o parte a acesteia.

Se menționează că, în practică, se pot întîlni și alte cazuri care se rezolvă în mod asemănător.

7.4. TAHIMETRE AUTOREDUCTOARE

Tahimetrele prevăzute cu dispozitive speciale care dau direct distanțele reduse la orizont și diferențele de nivel se numesc *tahimetre autoreductoare*. Se cunosc mai multe tipuri de tahimetre autoreductoare și anume : cu diagramă, cu dublă imagine, cu triplă imagine, cu un fir stadimetric fix și unul deplasabil etc.

7.4.1. TAHIMETRE AUTOREDUCTOARE CU DIAGRAMĂ

Tahimetrele autoreductoare cu diagramă sînt prevăzute cu o lamă de sticlă pe care este gravată o diagramă. Această lamă gravată se află în interiorul aparatului, lîngă cercul vertical, și este solidară cu luneta. Odată cu înclinarea lunetei se înclină și lama gravată, iar imaginea diagramei este adusă în cîmpul lunetei prin intermediul unui sistem de prisme. Dintre tahimetrele autoreductoare cu diagramă, mai răspîndite la noi sînt următoarele : *Dahlta 020 Zeiss, Kern DK-RV* și *Wild RDS*.

Tahimetrul autoreductor Dahlta 020 Zeiss (fig. 7.16, *a*). Are următoarele caracteristici : luneta dă imaginea dreaptă. Pentru măsurarea unghiurilor orizontale și verticale, aparatul este prevăzut cu miscroscop cu scăriță, avînd precizia de 1^c. La aparat se poate atașa o planșetă specială, denumită *planșeta „Karti 250“*, care permite să se întocmească planul și să se traseze curbele de nivel pentru suprafața determinată în fiecare stație (fig. 7.16, *b*). Diagrama de pe lama de sticlă este formată din mai multe linii sau fire. În imaginea adusă de sistemul de prisme în cîmpul lunetei, unele fire apar permanent, iar altele variază după înclinarea lunetei. Firele care apar permanent sînt următoarele : firul vertical, firele stadimetrice, firul de distanță și firul de bază. Firele de înălțime, gravate cîte două pentru constantele ± 10, ± 20 și ± 100, apar după cum este înclinată luneta. Astfel, cînd luneta

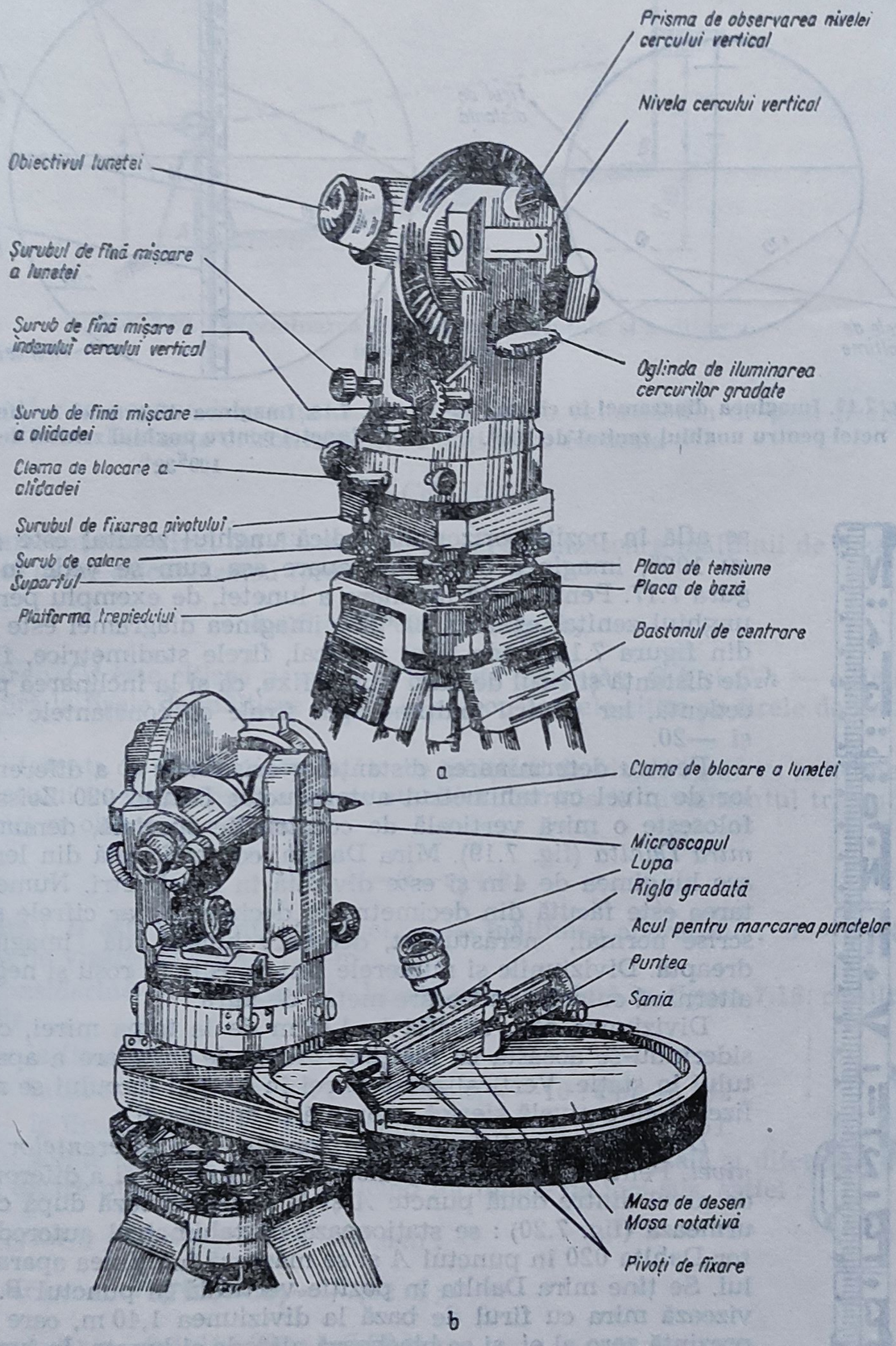


Fig. 7.16. Tahimetrul autoreductor Dahlta 020. (Explicaţia în text).

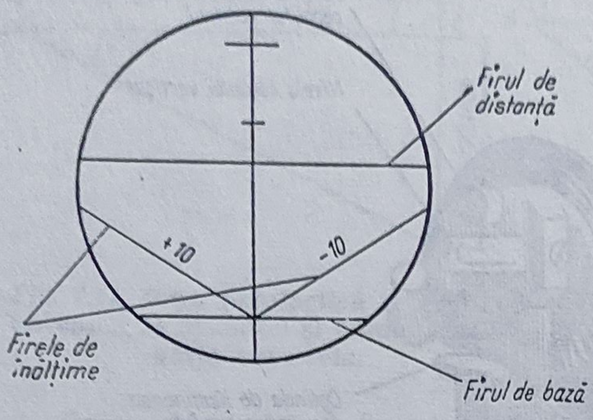


Fig. 7.17. Imaginea diagramei în cîmpul lunetei pentru unghiul zenital de 100^g.

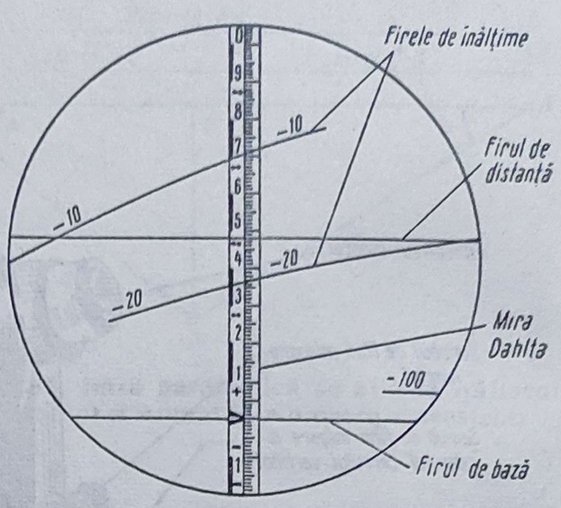


Fig. 7.18. Imaginea diagramei în cîmpul lunetei pentru unghiul zenital de 109^{g}32^c.

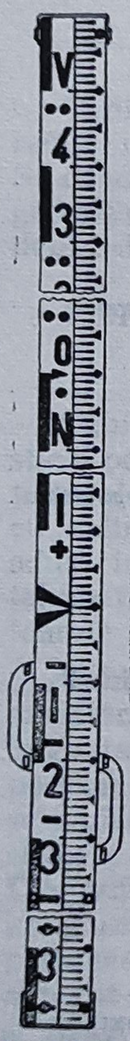


Fig. 7.19. Mira Dahlta.

se află în poziţie orizontală, adică unghiul zenital este egal cu 100^g, imaginea diagramei apare aşa cum se vede în figura 7.17. Pentru altă înclinare a lunetei, de exemplu pentru unghiul zenital egal cu 109^{g}32^c, imaginea diagramei este cea din figura 7.18, unde firul vertical, firele stadimetrice, firul de distanţă şi firul de bază rămîn fixe, ca şi la înclinarea precedentă, iar pentru înălţime apar firele cu constantele —10 şi —20.

Pentru determinarea distanţelor orizontale şi a diferenţelor de nivel cu tahimetrul autoreductor Dahlta 020 Zeiss se foloseşte o mîră verticală de construcţie specială, denumită *mira Dahlta* (fig. 7.19). Mira Dahlta, confecţionată din lemn, are lungimea de 4 m şi este divizată în centimetri. Numerotarea este făcută din decimetru în decimetru, iar cifrele sînt scrise normal, nerăsturnat, deoarece luneta dă imaginea dreaptă. Diviziunile şi numerele sînt vopsite în roşu şi negru, alternînd culorile pe fiecare metru de mîră.

Diviziunea zero se află la 1,40 m de la talpa mirei, considerîndu-se aceasta ca înălţime medie de instalare a aparatului în staţie. Verticalizarea mirei în timpul lucrului se realizează cu o nivelă sferică, montată în spatele ei.

Determinarea distanţelor orizontale şi a diferenţelor de nivel. Pentru determinarea distanţei orizontale şi a diferenţei de nivel dintre două puncte *A* şi *B* se procedează după cum urmează (fig. 7.20) : se staţionează cu tahimetrul autoreductor Dahlta 020 în punctul *A* şi se măsoară înălţimea aparatului. Se ţine mira Dahlta în poziţie verticală în punctul *B*. Se vizează mira cu firul de bază la diviziunea 1,40 m, care reprezintă zero al ei, şi se blochează alidada şi luneta. În lunetă apare imaginea diagramei suprapusă pe mîră. Pentru distanţă se citeşte pe mîră valoarea din dreptul firului de

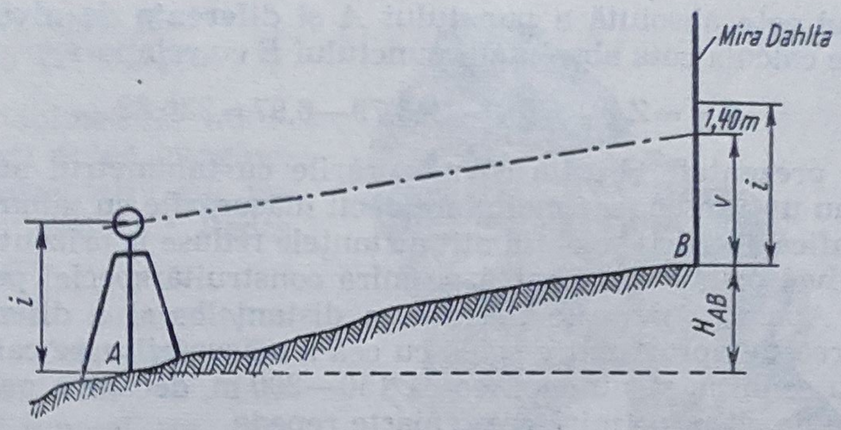


Fig. 7.20. Determinarea distanțelor orizontale și a diferențelor de nivel.

distanță, iar pentru diferența de nivel se citesc valorile din dreptul firelor de înălțime. Distanța orizontală (d) se obține cu formula :

$$d = Cd \cdot 100,$$

iar diferența de nivel (h) dintre A și B, corespunzătoare înălțimii de vizare la 1,40 m, se calculează cu formulele :

$$h = C_1h \cdot k_1 \quad \text{și} \quad h = C_2h \cdot k_2,$$

în care : Cd este citirea pe miră la firul de distanță ; C_1h și C_2h — citirile pe miră la firele de înălțime ; k_1 și k_2 — constantele citite pe firele de înălțime.

Diferența de nivel corespunzătoare înălțimii de vizare egală cu înălțimea aparatului în stație (așa cum este stabilită formula la nivelmentul trigonometric) se obține cu relația :

$$H = (i - v) + h,$$

în care : H este diferența de nivel ; i — înălțimea aparatului ; v — înălțimea de vizare pe miră = 1,40 m.

Considerînd că imaginea din lunetă este cea dată în figura 7.18, rezultă citirile :

— la firul de distanță : $Cd = 0{,}476$;

— la firul de înălțime cu constanta $k_1 = -10$: $C_1h = 0{,}702$;

— la firul de înălțime cu constanta $k_2 = -20$: $C_2h = 0{,}351$.

Cu aceste citiri pe miră se calculează distanța orizontală și diferența de nivel dintre punctele A și B, aplicînd formulele de mai sus, astfel :

$d_{AB} = Cd \cdot 100 = 0{,}476 \cdot 100 = 47{,}6$ m ;

$h = C_1h \cdot k_1 = 0{,}702(-10) = -7{,}02$ m ;

$h = C_2h \cdot k_2 = 0{,}351(-20) = -7{,}02$ m ;

$H_{AB} = (i - v) + h = 1{,}45 - 1{,}40 - 7{,}02 = -6{,}97$ m.

Cunoscînd cota absolută a punctului A și diferența de nivel dintre A și B, se poate calcula cota absolută a punctului B cu relația :

$$Z_B = Z_A + H_{AB} = 243{,}79 - 6{,}97 = 236{,}82.$$

Din cele prezentate rezultă că măsurările cu tahimetrul autoreductor Dahlta 020 au un randament mai mare decît măsurările cu tahimetrul și cu mira topografică, întrucît se obțin atît distanțele reduse la orizont cît și diferențele de nivel prin citire directă pe mira construită special pentru acest instrument. Aparatul permite măsurarea distanțelor și a diferențelor de nivel cu o precizie aproximativ egală cu cea a măsurărilor pe cale stadimetrică, însă cu condiția să nu depășească 150—200 m, deoarece peste această limită erorile de citire pe miră cresc foarte repede.

Se menționează că tahimetrul autoreductor Dahlta, împreună cu mira Dahlta, se pot folosi pentru măsurarea stadimetrică a distanțelor, calculînd distanța înclinată cu formula :

$$D = KH \cos \alpha,$$

în care : $K = 200$, H — diferența între citirile pe miră la firele stadimetrice.

7.4.2. TAHIMETRE AUTOREDUCTOARE CU DUBLĂ IMAGINE

Tahimetrele autoreductoare cu dublă imagine sau cu refracție permit numai obținerea distanțelor orizontale și folosesc mire orizontale de invar. Măsurarea distanțelor orizontale cu aceste autoreductoare se bazează pe obținerea unei imagini duble a diviziunilor de pe miră (fig. 7.21). Luneta aparatului este prevăzută cu o prismă (2) montată în fața obiectivului (1). Această prismă (2) acoperă numai parțial suprafața obiectivului. De aceea, fasciculul de raze, care vine din punctul P de pe miră și trece prin partea neacoperită a obiectivului, rămîne nedeviat, iar fasciculul de raze care pornește din același punct (P) de pe miră și traversează prisma (2) este deviat față de direcția primului fascicol cu un unghi constant (γ) și se vede pe miră în punctul M. Deci rezultă, pentru același punct P, două imagini : una în P și alta în M. Deplasarea imaginii P în M, egală cu segmentul S, se citește pe miră prin vizare cu luneta aparatului.

Distanța L de la aparat la miră rezultă din figura 7.21 :

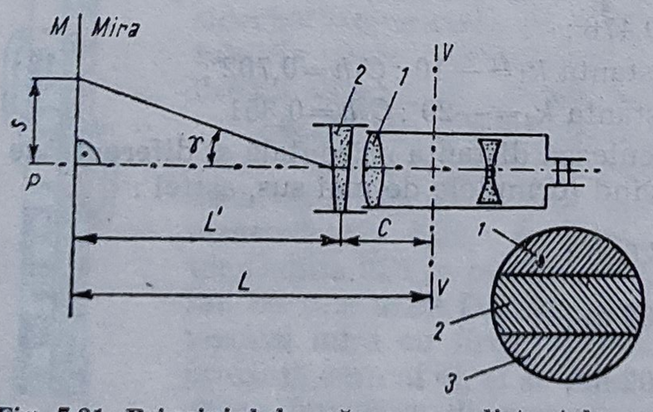


Fig. 7.21. Principiul de măsurare a distanțelor cu tahimetre autoreductoare cu dublă imagine.

$$L = L' + c = S \operatorname{ctg} \gamma + c,$$

în care : L' este distanța de la prisma (2) la mira orizontală ; c — constanta aparatului ; S — segmentul citit pe miră în funcție de L' ; $\gamma = 63^{c}66^{cc},2$, iar $\operatorname{ctg} \gamma = 100$.

Unghiul γ fiind constant, iar $c = 0$ (prin construcție), înseamnă că numărul generator S este cel care caracterizează distanța de la aparat la miră, iar formula devine :

$L = K \cdot S$, unde $K =$
$= \text{ctg}\, 63^{c}22^{cc},2 = 100.$

Dintre tahimetrele autoreductoare cu dublă imagine, cel mai reprezentativ este tahimetrul autoreductor Redta 002 Zeiss-Jena.

Tahimetrul autoreductor Redta 002 Zeiss-Jena (figura 7.22). Are, în fața obiectivului lunetei, un dispozitiv optico-mecanic, prin intermediul căruia se obține, cu precizie, distanța orizontală.

Dispozitivul optico-mecanic al lunetei (fig. 7.23) este format din două prisme K_1 și K_2, care se rotesc în sens invers (în planul lor), în mod automat, odată cu înclinarea lunetei, reducînd unghiul paralactic γ proporțional cu înclinarea. În afară de cele două prisme dispozitivul optico-mecanic al lunetei mai este prevăzut și cu un micrometru optic, cu placă plan paralelă. Placa plan-paralelă (P) este montată în fața jumătății superioare, iar cele două prisme rotative K_1 și K_2, în fața jumătății inferioare a obiectivului.

Odată cu înclinarea lunetei se rotesc și cele două prisme, care reduc unghiul paralactic γ proporțional cu unghiul de înclinare al lunetei, iar distanța înclinată (L) este redusă în mod automat la orizont.

Distanța orizontală se citește cu mare exactitate cu ajutorul micrometrului optic cu placă plan-paralelă, precum și cu ajutorul vernierelor de la mină.

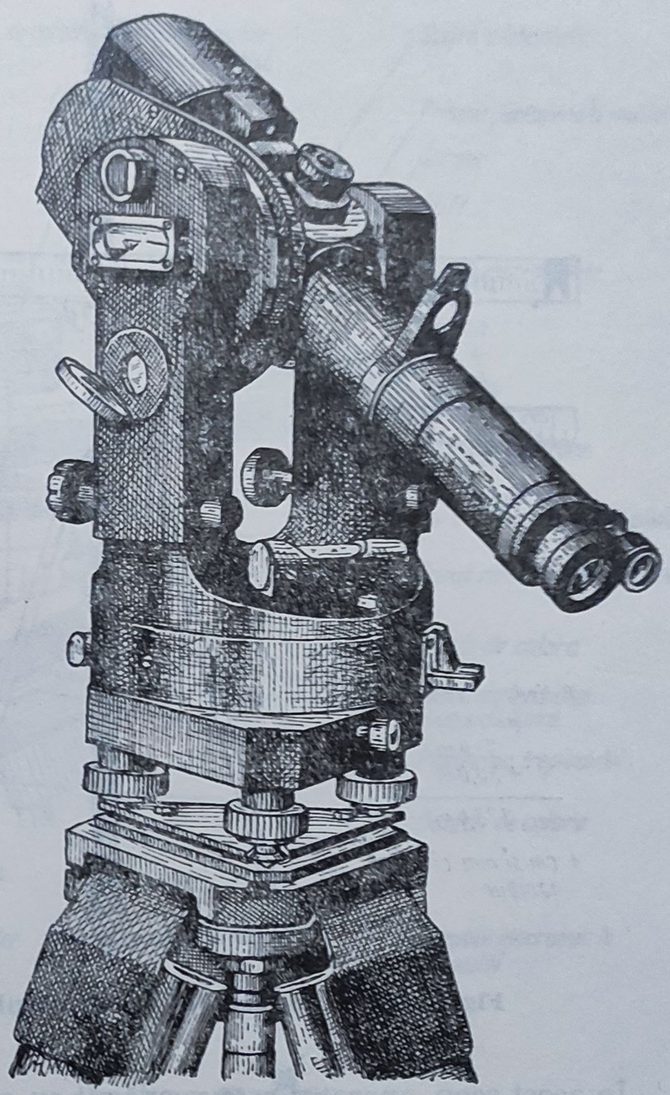


Fig. 7.22. Tahimetrul autoreductor Redta 002 Zeiss-Jena.

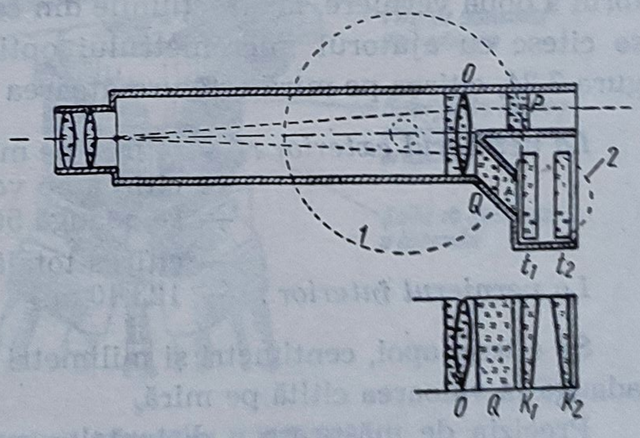


Fig. 7.23. Dispozitivul optic la tahimetrul autoreductor Redta 002.

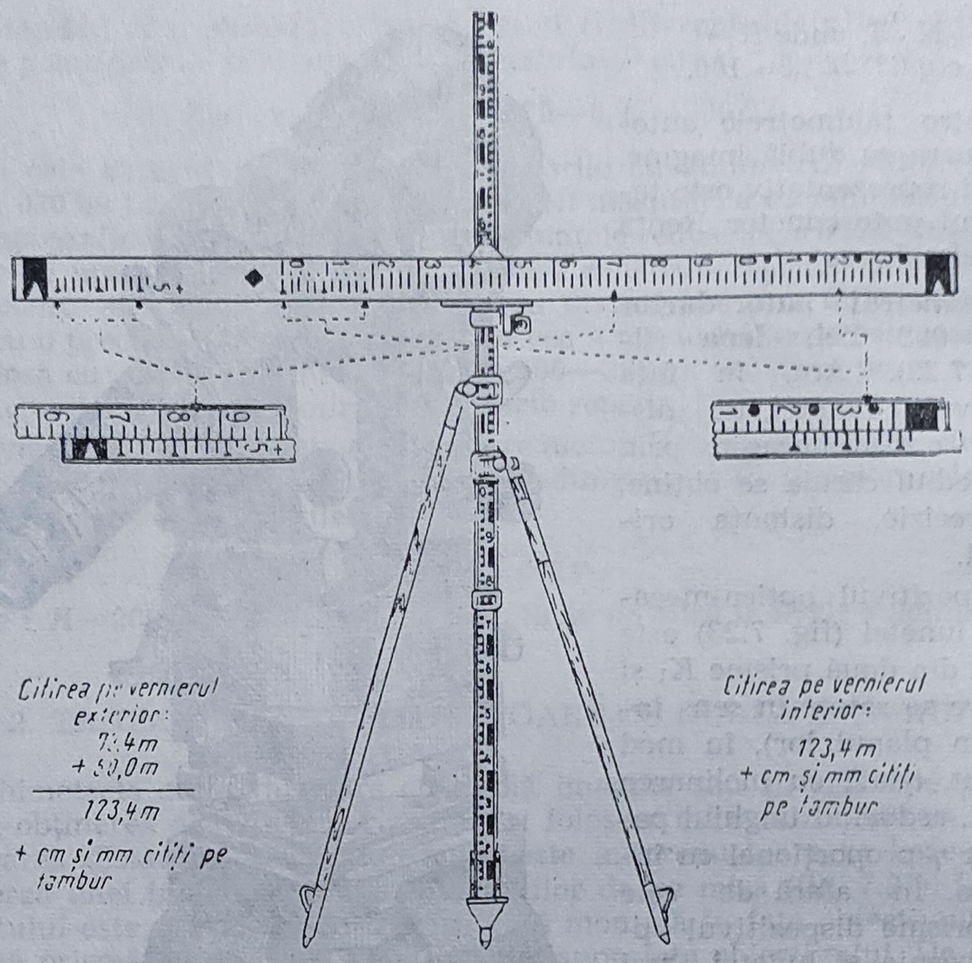


Fig. 7.24. Mira orizontală a tahimetrului autoreductor Redta.

În acest scop, aparatul este prevăzut cu o mira orizontală care se fixează pe o mira verticală la înălțimea aparatului (fig. 7.24).

Mira orizontală se așază perpendicular pe direcția de măsurat cu ajutorul unui vizor. Diviziunile mirei, executate din 2 în 2 cm, se citesc cu ajutorul a două verniere, iar fracțiunile din cea mai mică diviziune de pe mira, se citesc cu ajutorul micrometrului optic cu placă plan-paralelă. În figura 7.24, citirea pe mira este următoarea :

La vernierul exterior : — citirea pe mira = 72,00 m
— citirea pe vernier = 1,40 m
— se adaugă 50 m = 50,00 m
— citirea totală = 123,40 m
La vernierul interior : — 123,40 m.

Se citesc, apoi, centimetri și milimetri pe tamburul micrometrului și se adaugă la valoarea citită pe mira.

Precizia de măsurare a distanțelor cu acest instrument este egală cu 2—3 cm la 200 m.

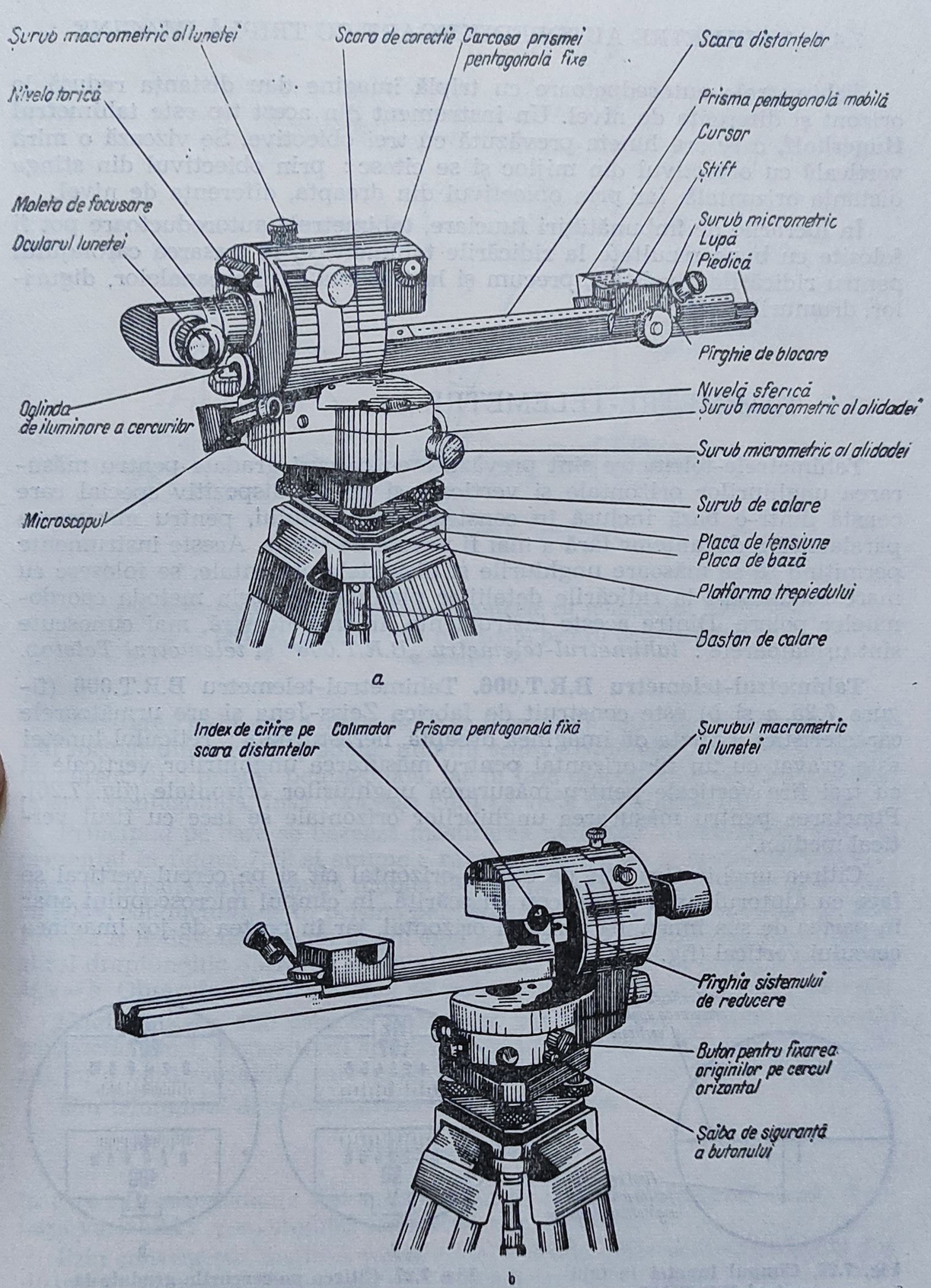


Fig. 7.25. Tahimetrul-telemetru B.R.T. 006 :
a, b — vedere din poziții diferite.

7.4.3. TAHIMETRE AUTOREDUCTOARE CU TRIPLĂ IMAGINE

Tahimetrele autoreductoare cu triplă imagine dau distanţa redusă la orizont şi diferenţa de nivel. Un instrument din acest tip este **tahimetrul Hugerhoff,** care are luneta prevăzută cu trei obiective. Se vizează o mină verticală cu obiectivul din mijloc şi se citesc : prin obiectivul din stînga distanţa orizontală, iar prin obiectivul din dreapta, diferenţa de nivel.

În lucrările de îmbunătăţiri funciare, tahimetrele autoreductoare pot fi folosite cu bune rezultate la ridicările tahimetrice, la trasarea caroiajului pentru ridicările nivelitice, precum şi la trasarea axelor canalelor, digurilor, drumurilor etc.

7.5. TAHIMETRE-TELEMETRE

Tahimetrele-telemetre sînt prevăzute cu cercuri gradate pentru măsurarea unghiurilor orizontale şi verticale şi cu un dispozitiv special care constă dintr-o bază inclusă în construcţia aparatului, pentru măsurarea paralactică a distanţelor fără a mai fi nevoie de stadie. Aceste instrumente permiţînd să se măsoare unghiurile şi distanţele orizontale, se folosesc cu mare randament la ridicările detaliilor planimetrice prin metoda coordonatelor polare. Dintre aceste instrumente, în ţara noastră, mai cunoscute sînt următoarele : *tahimetrul-telemetru „B.R.T.006“* şi *telemetrul Teletop.*

Tahimetrul-telemetru B.R.T.006. Tahimetrul-telemetru B.R.T.006 (figura 7.25, *a* şi *b*) este construit de fabrica Zeiss-Jena şi are următoarele caracteristici. Luneta dă imaginea dreaptă, nerăsturnată ; reticulul lunetei este gravat cu un fir orizontal pentru măsurarea unghiurilor verticale şi cu trei fire verticale pentru măsurarea unghiurilor orizontale (fig. 7.26). Punctarea pentru măsurarea unghiurilor orizontale se face cu firul vertical median.

Citirea unghiurilor atît pe cercul orizontal cît şi pe cercul vertical se face cu ajutorul unui microscop cu scăriţă. În cîmpul microscopului apar în partea de sus imaginea cercului orizontal, iar în partea de jos imaginea cercului vertical (fig. 7.27).

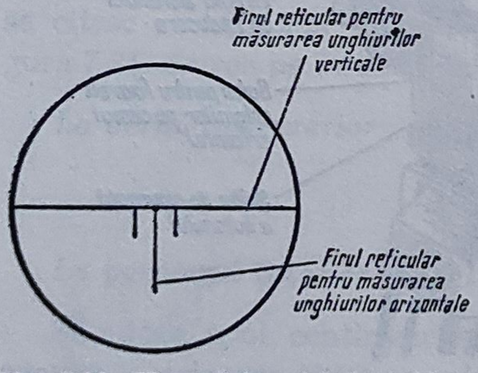


Fig. 7.26. Cîmpul lunetei la tahimetrul B.R.T. 006.

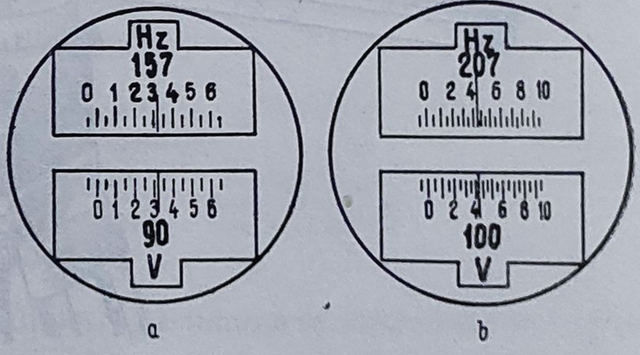


Fig. 7.27. Citirea pe cercurile gradate la B.R.T. 006 :
a — gradaţie sexagesimală ; *b* — gradaţie centesimală.

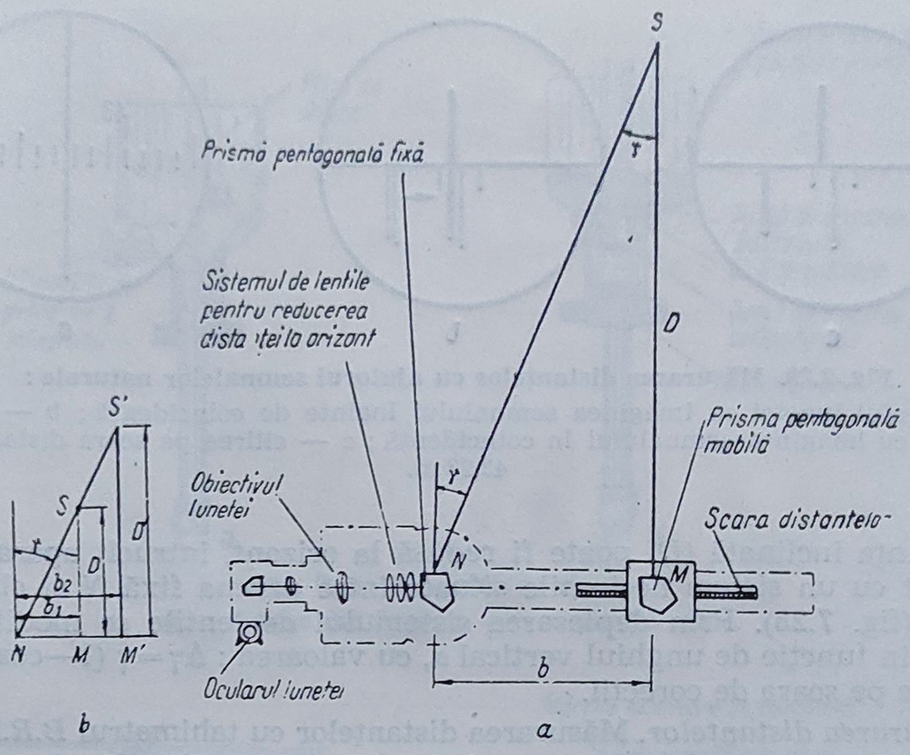


Fig. 7.28. Principiul măsurării distanțelor cu tahimetrul B.R.T. 006 :
a — schema vizelor ; *b* — principiul pentru determinarea distanței *D*.

Măsurarea indirectă a distanțelor se face cu ajutorul unui dispozitiv special format din o riglă gradată, numită *scara distanțelor*, pe care culisează un cursor cu o prismă pentagonală, iar în fața obiectivului se află o a doua prismă pentagonală, însă fixă, așa cum se vede din figura 7.28, *a* și *b*.

Principiul pe care se bazează măsurarea indirectă a distanțelor este reprezentat în figura 7.28 și anume : razele care vin de la semnalul vizat (*S*) intră în prisma pentagonală mobilă (*M*) de pe cursor, iar aceasta le deviază cu 300^g, conducîndu-le în prisma pentagonală fixă (*N*) din fața obiectivului. Prisma *N* le deviază sub un unghi egal cu $300^g + \gamma$ și rezultă, în final, triunghiul dreptunghic *SMN*, cu unghiul drept în prisma *M* și cu baza variabilă $MN = b$. Observînd figura 7.28, *a* se vede că : $\sphericalangle \gamma = \text{constant}$, iar $\sphericalangle S = \sphericalangle \gamma$.

Unghiul $S = \gamma$, sub care se vede baza variabilă *MN*, se numește *unghi paralactic*. Deci, dispozitivul special de la tahimetrul B.R.T.006 este prevăzut cu o bază variabilă, care permite măsurarea paralactică a distanțelor.

Din triunghiul dreptunghic *SMN* rezultă relația :

$$D = b \operatorname{ctg} \gamma = b \cdot k,$$

în care : *D* este distanța *SM* înclinată de la aparat la semnalul vizat ; *b* — baza variabilă ; γ — unghiul paralactic și constant.

Prin construcție, unghiul γ este astfel calculat încît pentru $b = 1/200$ din distanță, $\operatorname{ctg} \gamma = k = 200 =$ coeficient telemetric.

Deci, distanța înclinată se poate calcula cu relația : $D = 200 \cdot b$, care se citește direct pe scara distanțelor.

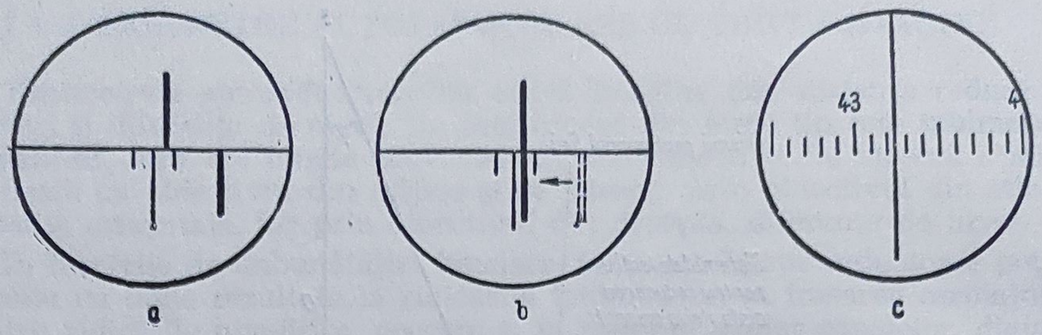


Fig. 7.29. Măsurarea distanţelor cu ajutorul semnalelor naturale :
a — reticulul lunetei cu imaginea semnalului înainte de coincidenţă ; *b* — reticulul lunetei cu imaginea semnalului în coincidenţă ; *c* — citirea pe scara distanţelor : 43,23 m.

Distanţa înclinată (D) poate fi redusă la orizont, întrucît aparatul este prevăzut cu un sistem de lentile situate între prisma fixă N şi obiectivul lunetei (fig. 7.28). Prin deplasarea sistemului de lentile se modifică unghiul γ, în funcţie de unghiul vertical α, cu valoarea : $\Delta\gamma = \gamma\,(1 - \cos\alpha)$, care se citeşte pe scara de corecţii.

Măsurarea distanţelor. Măsurarea distanţelor cu tahimetrul *B.R.T.*006 se poate face cu ajutorul semnalelor naturale, cu semnalul de vizare *B.R.T.* sau cu mira *B.R.T.*

Măsurarea distanţei cu ajutorul semnalelor naturale existente (pomi, muchii de clădiri, jaloane etc.), situate în punctul din cealaltă extremitate a distanţei, se poate face numai de la 2 la 60 m. În acest caz, în capătul lunetei, apar două semiimagini ale semnalului vizat : una deasupra şi alta sub firul reticular orizontal şi în sens contrar (fig. 7.29, *a*). Se deplasează cursorul, pe scara distanţelor, pînă cînd cele două semiimagini vin în coincidenţă (fig. 7.29, *b*). Se aşază pîrghia de blocare în poziţia „Ohne“ (fără) şi, cu ajutorul lupei de la cursor, se citeşte distanţa înclinată (D), pe scara distanţelor (fig. 7.29, *c*).

Se trece pîrghia de blocare în poziţia „Mit“ (cu) şi se citeşte pe scara de corecţii, corecţia de pantă, care se scade din distanţa înclinată, obţinînd distanţa orizontală.

Măsurarea distanţei cu ajutorul semnalului de vizare B. R. T. se poate face de la 2 la 90 m. Semnalul de vizare *B.R.T.* este format din o placă de vizare, care se prinde pe un mîner (fig. 7.30). Placa de vizare este prevăzută cu două mărci exterioare, pentru punctarea cu firul orizontal, şi o marcă centrală, pentru punctarea cu firul reticular median.

Pentru măsurarea distanţelor, semnalul de vizare se aşază perpendicular pe axa de vizare a aparatului cu ajutorul unui colimator, care este ataşat la semnal. După vizarea semnalului se face coincidenţa imaginii mărcii exterioare din stînga cu imaginea mărcii exterioare din dreapta. Se citeşte, apoi, distanţa înclinată pe scara distanţelor şi, la valoarea obţinută, se adaugă 30 m, adică distanţa înclinată de la aparat la semnalul de vizare, se determină cu formula :

$$D = b \cdot k + 30\ \text{m}.$$

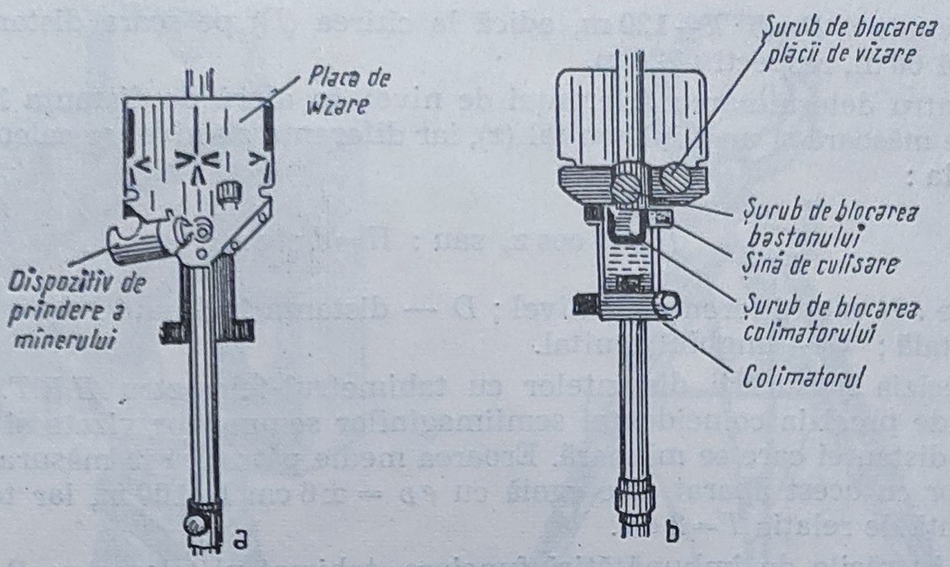


Fig. 7.30. Semnalul de vizare :
a — vedere din față ; *b* — vedere din spate.

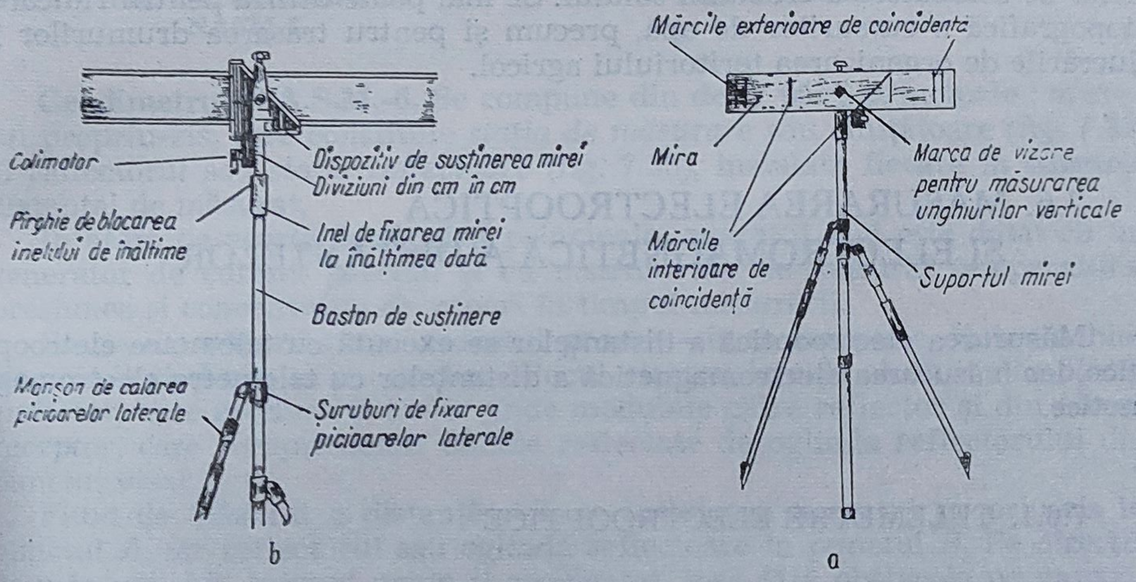


Fig. 7.31. Mira B.R.T. 2, . . ., 180 m :
a — vedere din față; *b* — vedere din spate.

Măsurarea distanței cu ajutorul mirei B. R. T. se poate face de la 2 la 180 m. Mira *B.R.T.* (fig. 7.31, *a* și *b*) are, pe placa de vizare, două mărci interioare și două mărci exterioare de coincidență. Mărcile interioare se află la o depărtare de 30 cm iar cele exterioare la un interval de 60 cm una de alta. Pentru măsurarea distanțelor se așază mira perpendicular pe axa de vizare a aparatului cu ajutorul colimatorului. După vizarea mirei, se face coincidența imaginilor mărcilor interioare sau a imaginilor mărcilor exterioare.

Dacă se aduc în coincidență imaginile mărcilor interioare, atunci distanța înclinată se calculează cu formula $D = b \cdot k + 60$ m, iar dacă se realizează coincidența imaginilor mărcilor exterioare, distanța înclinată se determină

cu formula : $D = b \cdot k + 120$ m, adică la citirea (D) pe scara distanţelor se adaugă 60 m, respectiv 120 m.

Pentru determinarea diferenţei de nivel, în afară de distanţa înclinată (D), se măsoară şi unghiul zenital (z), iar diferenţa de nivel se calculează cu formula :

$$H = D \cos z, \text{ sau : } H = d \operatorname{ctg} z.$$

în care : H este diferenţa de nivel ; D — distanţa înclinată ; d — distanţa orizontală ; z — unghiul zenital.

Precizia măsurării distanţelor cu tahimetrul-telemetru *B.R.T.006* depinde de precizia coincidenţei semiimaginilor semnalelor vizate şi de mărimea distanţei care se măsoară. Eroarea medie pătratică la măsurarea distanţelor cu acest aparat este egală cu $e_D = \pm 6$ cm la 100 m, iar toleranţa este dată de relaţia $T = 2\, e_D$.

La lucrările de îmbunătăţiri funciare, tahimetrul-telemetru *B.R.T.006* se poate folosi, cu randament maxim, pentru ridicarea detaliilor planimetrice şi nivelitice de pe terenurile accidentate, în vederea proiectării lucrărilor de combatere a eroziunii solului. Se mai poate utiliza pentru ridicarea topografică a cursurilor de apă, precum şi pentru trasarea drumurilor în lucrările de organizarea teritoriului agricol.

7.6. MĂSURAREA ELECTROOPTICĂ ŞI ELECTROMAGNETICĂ A DISTANŢELOR

Măsurarea electrooptică a distanţelor se execută cu telemetre eletrooptice, iar măsurarea electromagnetică a distanţelor cu telemetre electromagnetice.

7.6.1. TELEMETRE ELECTROOPTICE

Telemetrele electrooptice sînt aparate care determină timpul în care lumina modulată parcurge distanţa de măsurat de la staţia emisie-recepţie (o extremitate a distanţei) pînă la staţia reflectoare (cealaltă extremitate a distanţei) şi înapoi.

În funcţie de timpul parcurs, dus şi întors între cele două extremităţi, se determină distanţa de măsurat.

Aceste aparate electrooptice se cunosc sub denumirea de *geodimetre*.

Primul geodimetru, inventat de fizicianul suedez Bergstrand în anul 1948, a fost fabricat de firma suedeză A.G.A. (Asoc. Gas-Acumulator) din Stockholm şi a fost denumit *geodimetru Bergstrand NASM-2*. Ulterior a fost perfecţionat, iar în prezent, fabrica A.G.A. produce geodimetre de două tipuri şi anume : *tipul I*, pentru măsurarea distanţelor de la 5 la 40 km cu o eroare de ± 1 cm/km, din care fac parte geodimetrele *N.A.S.M.-1*, *N.A.S.M.-2* şi *N.A.S.M.-2A* şi *tipul II*, pentru măsurarea distanţelor mai scurte, din care cel mai perfecţionat este geodimetrul model *N.A.S.M.-6*.

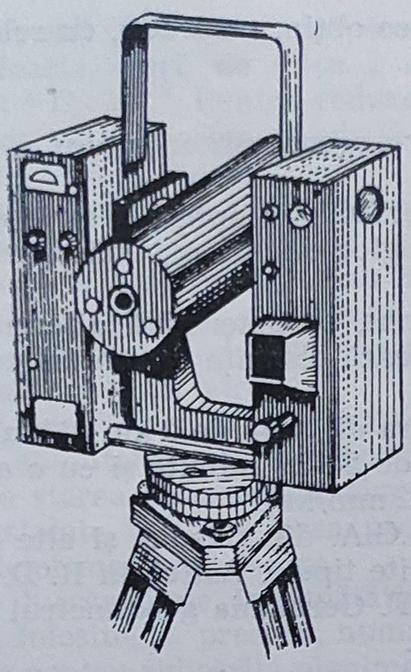


Fig. 7.32. Geodimetrul NASM-6.

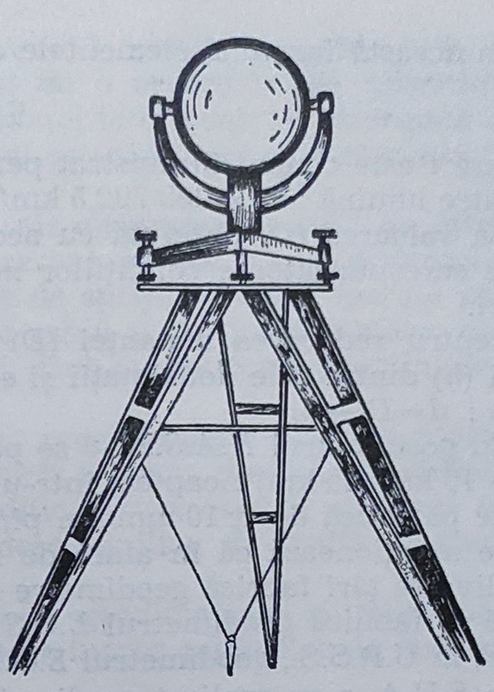


Fig. 7.33. Reflectorul.

Geodimetrul N.A.S.M.-6. Se compune din două părți principale : aparatul propriu-zis, care constituie *stația de măsurare* sau emițătoare (fig. 7.32) și reflectorul sau *stația reflectoare* (fig. 7.33), instalate fiecare în capetele distanței de măsurat.

În afară de aceste două părți principale, aparatul mai este dotat cu un generator de curent, precum și cu instrumente de măsurat temperatura, presiunea și concentrația de vapori în timpul măsurării.

Stația de măsurare sau aparatul propriu-zis se compune dintr-un bloc electronic și dintr-un conductor. Blocul electronic este alcătuit din *blocul emițător*, care produce și emite unde modulate către reflector și din *blocul receptor*, care recepționează undele reflectate de oglinda reflectorului din punctul vizat.

Fiind de măsurat o distanță AB, se instalează aparatul propriu-zis în punctul A, iar reflectorul sau oglinda reflectoare în punctul B. Pe direcția de măsurat AB, terenul poate fi accidentat, însă fără obstacole pe parcursul razei de lumină, deoarece, în caz contrar, raza emisă este împiedicată să ajungă la reflector.

La stația de măsurare din punctul A, se pune în funcție sursa de lumină, care emite un fascicul de raze paralele modulate către oglinda reflectoare din punctul B. Oglinda reflectoare, dirijată pe direcția de măsurat, reflectă și trimite, către aparat, fasciculul de raze paralele. La aparatul propriu-zis sau stația de măsurare se fac, în mai multe serii, citirile necesare și anume : diferențele de fază între undele emise și undele reflectate, frecvența undelor și timpul.

Distanța măsurată înclinată se determină cu formula :

$$D = [\varphi : (4\pi \cdot f)] \cdot C_0,$$

în care : φ este diferența de fază ; f — frecvența undei ; C_0 — viteza de propagare în vid a luminii.

În această formulă, elementele φ și C_0 se obțin, respectiv, cu relațiile :

$$\varphi = 2\pi ft,$$

în care t este timpul înregistrat pentru parcurgerea distanței dus și întors de către lumină ; $C_0 = 299\,792{,}5$ km/sec.

La valoarea (D) obținută cu această formulă, se aplică o serie de corecții corespunzătoare condițiilor meteorologice din timpul măsurării distanței.

Pentru reducerea distanței (D) la orizont, se determină diferența de nivel (h) dintre cele două stații și se calculează distanța orizontală cu formula : $d = D^2 — h$.

Cu geodimetrul *N.A.S.M.*-6 se pot măsura distanțe de 2 km (6 km) ziua și de 15 km (25 km) noaptea, într-un timp de 5—10 minute și cu o eroare medie pătratică de ± 10 mm/km pînă la ± 2 mm/km.

Se menționează că în afară de firma A.G.A. din Suedia, și alte firme din diverse țări fabrică geodimetre de diferite tipuri. Astfel, în R. D. Germană se fabnică geodimetrul *E.O.S.*, în R. F. Germania geodimetrul *E.Mc* Gigas, în U.R.S.S., geodimetrul *E.O.D.*-1 etc.

În S.U.A. s-au realizat geodimetre cu laser gazos, dintre care se menționează geodimetrul *D-4* Spectra-Physiks, care permite măsurarea distanțelor pînă la 50 km cu o precizie de ± 3—5 mm/km.

7.6.2. TELEMETRE ELECTROMAGNETICE

Telemetrele electromagnetice sînt cunoscute sub diferite denumiri (telurometre, radiotelemetre, electrotape, distomat etc.) și se bazează pe principiul de măsurare a timpului de propagare a undelor radio ultrascurte, pe distanța de măsurat, de la stația de emisie la stația reflectoare și înapoi la stația emisie-recepție.

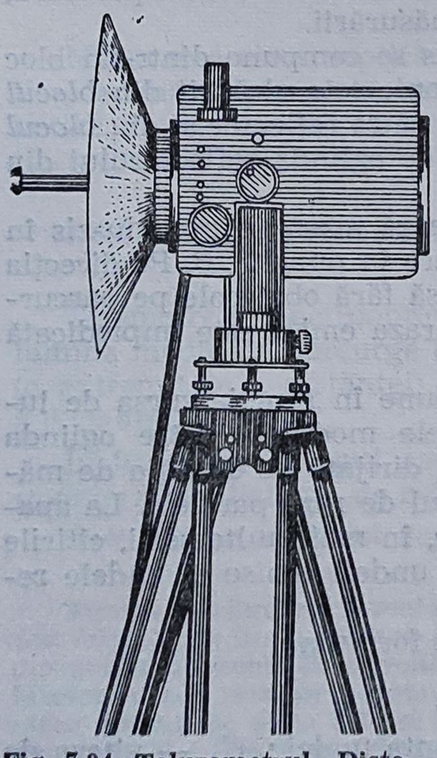


Fig. 7.34. Telurometrul „Distomat D.I.150"

Dintre telemetrele electromagnetice, mai cunoscute sînt următoarele : *distomat D.I.-50* Wild (Elveția), *electrotape DM-20* (S.U.A.), *telurometrul MRA-4* (Republica Sud-Africană) etc.

Telurometrul „Distomat D.I.-50". Se compune din două stații de emisie-recepție radio pe unde ultrascurte cu antene parabolice (figura 7.34). Cele două stații se instalează, în cele două extremități ale distanței, pe trepiede identice cu trepiedul de la teodolitele Wild T-2 sau Wild T-3. Stațiile sînt dotate cu tranzistoare și funcționează pe frecvențe cuprinse între 10,2 și 10,5 GMHz. Distanța se obține în mod automat, cu ajutorul unui dispozitiv electronic, care se instalează într-una din cele două stații.

Cu telurometrul Distomat D.I.-50 se măsoară distanțe înclinate de la 50 m pînă la

150 km, atît ziua cît și noaptea, indiferent de starea atmosferică, într-un timp foarte scurt, de circa 1 minut, și cu o eroare medie pătratică de $\pm 2\,\text{cm} + D \cdot 10^{-5}$. Pentru reducerea distanței la orizont, se determină diferența de nivel dintre cele două puncte și se calculează distanța orizontală la fel ca la geodimetru.

Atît telemetrele electrooptice, cît și cele electromagnetice s-au introdus și în țara noastră și se utilizează, în prezent, la măsurarea distanțelor în geodezie pentru determinarea punctelor de sprijin. Aceste aparate permit măsurarea indirectă a distanțelor foarte rapid și cu precizie mare, contribuie la mărirea productivității muncii și, deci, la reducerea prețului de cost al măsurărilor terestre.

Se menționează că, în perspectivă, se prevede dezvoltarea și perfecționarea aparatelor electromagnetice, întrucît nu pun condiții de vizibilitate sau de starea atmosferică, singura condiție cerută este ca antenele să nu fie instalate în apropierea pădurilor dese, liniilor de înaltă tensiune și obiectelor masive metalice.

În lucrările de îmbunătățiri funciare, geodimetrele și telurometrele pot fi folosite, în prezent, numai la determinarea punctelor de sprijin necesare pentru ridicările planimetrice.

Capitolul 8.

ERORILE ÎN TOPOGRAFIE

8.1. CUNOȘTINȚE GENERALE

Realizarea numeroaselor obiective cu caracter economic impune măsurări de toate genurile. Fiecare măsurare în parte este necesară pentru corecta amplasare a diferitelor utilaje, mașini și construcții de diferite tipuri. În același timp, trebuie să se țină seama de faptul că măsurările se pot realiza în moduri diferite și, ceea ce este mai important, că fiecare măsurare conduce la valori diferite, într-o măsură mai mică sau mai mare de cea reală.

De aici se desprinde concluzia că este necesar să cunoaștem felurile de măsurări practicate în topografie, precum și modul cum se repercutează eventualele erori asupra rezultatelor măsurărilor.

8.1.1. MĂSURĂRI TOPOGRAFICE ȘI CLASIFICAREA LOR

Mărimile fizice care interesează ridicările topografice se pot obține în două feluri : direct sau indirect.

Măsurările directe. Se practică prin aplicarea instrumentului asupra mărimii a cărei valoare trebuie cunoscută, distanțe sau unghiuri. Un caz par-

ticular de măsurări directe îl constituie măsurările condiționate, unde valorile obținute trebuie să îndeplinească anumite condiții, cum este, de pildă, suma unghiurilor dintr-un triunghi.

Măsurările indirecte. Sînt cele prin care valorile căutate se obțin prin aplicarea unor relații matematice, măsurările făcîndu-se asupra unora dintre elementele conținute în formule. Așa, de pildă, se calculează lungimea arcului de meridian sau a razei geoidului, fără ca acestea să fie parcurse direct.

În tehnica măsurărilor se mai utilizează și o altă împărțire a lor și anume după precizia instrumentului, condițiile de măsurare și numărul de măsurări. Din acest punct de vedere se deosebesc măsurări de aceeași pondere sau cu pondere diferită, după cum condițiile enunțate sînt aceleași sau diferite.

8.1.2. ERORI. SCOPUL ȘI IMPORTANȚA CUNOAȘTERII LOR

Experiența a arătat că la măsurarea unui aceluiași element, distanță sau unghi, cu păstrarea condițiilor de lucru (aparat, operator, vizibilitate etc.), rezultatele care se obțin sînt diferite. Aceasta înseamnă că rezultatul fiecărei măsurări este afectat de o eroare. Avînd în față mai multe rezultate nu avem nici un indiciu pe baza căruia să considerăm că unul sau altul este mai bun decît celălalt, astfel încît se poate spune că nu este posibilă cunoașterea adevăratei valori a unei mărimi. Pe măsura perfecționării aparaturii sîntem în măsură să realizăm măsurări cu rezultate mai apropiate de adevăratele valori.

8.1.3. VALOAREA CEA MAI PROBABILĂ A UNEI MĂRIMI MĂSURATE

Cunoașterea unei valori cît mai apropiată de cea reală a constituit o problemă încă de cînd au început să se facă măsurări. Mai întîi intuitiv, iar apoi pe cale logică, matematică, s-a ajuns la concluzia că valoarea cea mai probabilă a rezultatelor unei măsurări este media lor. Această medie se poate calcula în două feluri :

— ca *medie aritmetică* simplă ;
— ca *medie ponderată.*

Valoarea cea mai probabilă se calculează ca medie aritmetică, în cazul valorilor obținute în urma măsurărilor li se atribuie aceeași pondere, fiind realizate cu același aparat, de un același operator, în condiții similare de lucru. Pentru calculul mediei se utilizează relația :

$$M = \frac{M_1 + M_2 + \ldots + M_n}{n} = \frac{M_i}{n},$$

în care : $M_1, M_2, \ldots, M_n$ reprezintă valorile obținute în urma măsurărilor ; n — numărul de măsurări.

Calculul se poate efectua numai în cazul cînd diferența dintre valoarea maximă și cea minimă, denumită *ecart maxim,* se încadrează în normele

oficiale în vigoare. Valorile care depășesc aceste norme se exclud din calculul mediei.

De exemplu, în cazul măsurării unei laturi de 6 ori s-au obținut următoarele valori : $M_1 = 312{,}45$ m ; $M_2 = 312{,}49$ m ; $M_3 = 312{,}51$ m ; $M_4 = 312{,}48$ m ; $M_5 = 312{,}47$ m, iar $M_6 = 312{,}55$ m.

Ecartul maxim nu poate depăși toleranța, care se calculează cu ajutorul formulei :

$$T = 0{,}030 \text{ m} + 0{,}002 \sqrt{D},$$

în care T este toleranța exprimată în metri ; D — media valorilor obținute la măsurare.

Pentru exemplul considerat toleranța va fi :

$$T = 0{,}030 + 0{,}002 \sqrt{312{,}48} = 0{,}065 \text{ m} \approx 0{,}07 \text{ m}.$$

Ecartul maxim fiind $M_6 - M_1 = 0{,}10$ m, rezultă că valoarea M_6 nu trebuie inclusă în calculul mediei, astfel încît valoarea cea mai probabilă va fi :

$$M = 312{,}00 + \frac{0{,}45 + 0{,}49 + 0{,}51 + 0{,}48 + 0{,}47}{5} = 312{,}48 \text{ m}.$$

În cazul cînd valorile s-au obținut prin măsurarea cu instrumente de precizii diferite, sau valorile obținute reprezintă medii ale unui număr diferit de măsurări, valoarea cea mai probabilă se obține ca o medie ponderată. De exemplu, în cazul prezentat mai jos, s-au obținut următoarele valori :

$M_1 = 234{,}52$ din 3 măsurări ;
$M_2 = 234{,}48$ din 2 măsurări ;
$M_3 = 254{,}51$ din 4 măsurări ;
$M_4 = 234{,}49$ din 4 măsurări.

Valoarea cea mai probabilă, ca medie ponderată, se calculează cu ajutorul relației :

$$M^* = \frac{M_1 p_1 + M_2 p_2 + \ldots + M_n p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n},$$

în care $M_1, M_2, \ldots, M_n$ reprezintă valorile medii obținute prin măsurare ; $p_1, p_2, \ldots, p_n$ — numărul de cîte ori s-au făcut măsurările pentru obținerea mediilor.

Înlocuind, se va obține :

$$M^* = \frac{(234{,}52 \times 3) + (234{,}48 \times 2) + (234{,}51 \times 4) + (234{,}49 \times 4)}{3 + 2 + 4 + 4} = 234{,}501 \text{ m}.$$

8.2. DEFINIȚIA ȘI CLASIFICAREA ERORILOR

Erorile se definesc ca fiind *nepotrivirile dintre rezultatele măsurărilor și valoarea cea mai probabilă.*

Sînt mai multe criterii după care se clasifică erorile : valoarea de referință, mărimea lor, cauza și modul cum acționează.

După valoarea de referinţă. Se deosebesc erori *reale* (sau adevărate) şi erori *aparente* (sau reziduale). În primul caz valoarea de referinţă este adevărata valoare a mărimii măsurate, iar în al doilea caz este valoarea cea mai probabilă a acestei mărimi.

Erorile reale se notează cu ε iar cele aparente cu v. Înseamnă că, scrise sub forma unor relaţii matematice, acestea vor fi :

$$\varepsilon_i = M_i - X, \quad v_i = M_i - M,$$

în care : M_i sînt rezultatele obţinute în urma măsurărilor ; X — valoarea reală a mărimii ; M — valoarea cea mai probabilă a mărimii căutate.

După mărime. Se deosebesc erori *propriu-zise* şi erori *grosolane*. Termenul cu care se compară nepotrivirile pentru a fi considerate erori propriu-zise sau erori grosolane poartă denumirea de *toleranţă*. Valoarea toleranţei se determină pentru fiecare gen de lucrări în funcţie de precizia lucrărilor şi aparatura cu care se execută.

Această împărţire este importantă pentru practica măsurărilor, deoarece, în cazul erorilor grosolane, măsurările trebuie refăcute ; erorile se datorează, în acest caz, neatenţiei operatorului sau defectării instrumentelor de măsură.

După cauză. Se disting erori *instrumentale, personale* şi datorită *mediului înconjurător*.

Erorile instrumentale sînt cauzate de utilizarea de instrumente sau aparate defecte sau neverificate. Asemenea erori se pot evita prin folosirea de aparate a căror stare de funcţionare a fost controlată şi cărora li s-au făcut eventualele rectificări.

Erorile personale sînt provocate fie din neatenţia operatorului, fie din necunoaşterea aparatului sau a metodei de lucru adecvate.

Erorile datorate mediului înconjurător apar atunci cînd măsurările se efectuează în condiţii de lucru dificile, cu variaţii mari de temperatură sau cu intemperii care afectează desfăşurarea lucrărilor pe teren.

După modul de acţionare. Se deosebesc erori *sistematice* şi erori *accidentale* (sau *întîmplătoare*).

Erorile sistematice se pot preveni şi elimina prin verificarea instrumentelor, fie înainte, fie după folosirea instrumentului de măsurare, astfel încît nu vom insista asupra lor.

Erorile accidentale au cauze variate, apar şi se transmit în mod neregulat, au mărimi şi semne diferite. Aceste erori nu se elimină prin metoda de lucru sau prin verificarea instrumentelor. Ele se diminuează prin compensarea nepotrivirilor la valorile rezultate în urma măsurărilor. De aceste feluri de erori, precum şi de modalităţile de compensare a lor, se ocupă teoria erorilor.

În figura 8.1 este prezentată o schemă a clasificării erorilor din care se poate observa că atît erorile reale cît şi cele reziduale pot fi sistematice sau accidentale şi că ele se datoresc aceloraşi cauze.

Noţiunea de precizie. În vorbirea curentă, prin *precizie* în măsurările terestre, este înţeleasă noţiunea metrologică, de *precizie de citire* la un anumit dispozitiv al unui instrument de măsură (vernier, scăriţă sau micrometru optic).

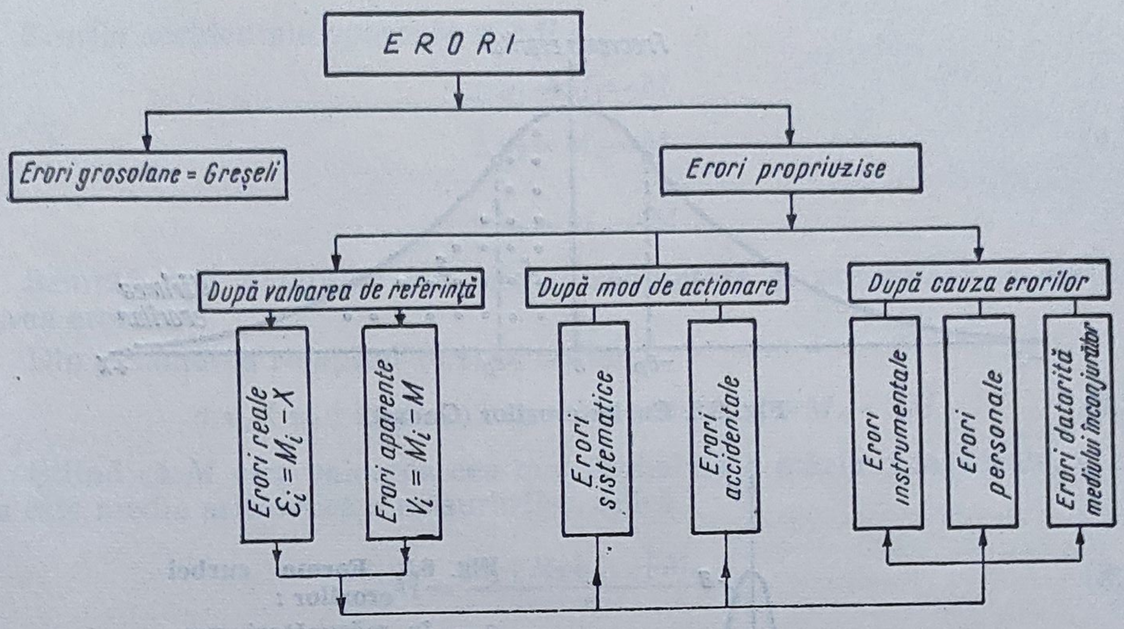


Fig. 8.1. Schema clasificării erorilor.

Considerată în sens mai restrîns, noțiunea de precizie reprezintă gradul de grupare al rezultatelor unor măsurări care este dat, de fapt, de erorile aparente.

Înseamnă că precizia este o noțiune diferită de exactitate și exprimă apropierea față de adevărata mărime măsurată.

Rezultă că atunci cînd se vorbește de precizia unei măsurări avem în vedere apropierea rezultatelor care, evident, depind de modul cum lucrează operatorul, condițiile de lucru și de punere la punct a aparatului, astfel încît, în final, erorile aparente vor caracteriza aparatul, adică precizia lui.

8.3. PROBABILITATEA APARIȚIEI ERORILOR ACCIDENTALE

Studiul erorilor accidentale, sub aspectul apariției și grupării lor, a preocupat pe numeroși oameni de știință.

Pornind de la un număr mare de măsurări cărora li s-au calculat erorile reziduale, a fost posibilă reprezentarea lor grafică, căreia i s-a scris și funcția matematică corespunzătoare care are forma :

$$y = f(x) = Ce^{-h^2x^2},$$

în care : y este probabilitatea apariției erorilor x, respectiv frecvența cu care se produce eroarea ; e — baza logaritmilor naturali ; h — constantă în funcție de natura și modul executării lucrărilor ; C — ordonata la origine a curbei $= \frac{h}{\sqrt{\pi}}$.

Această curbă (fig. 8.2) a fost denumită *graficul distribuției normale a frecvențelor* în interpretarea lui Hagen, *curba lui Gauss* (sau *clopotul lui Gauss*).

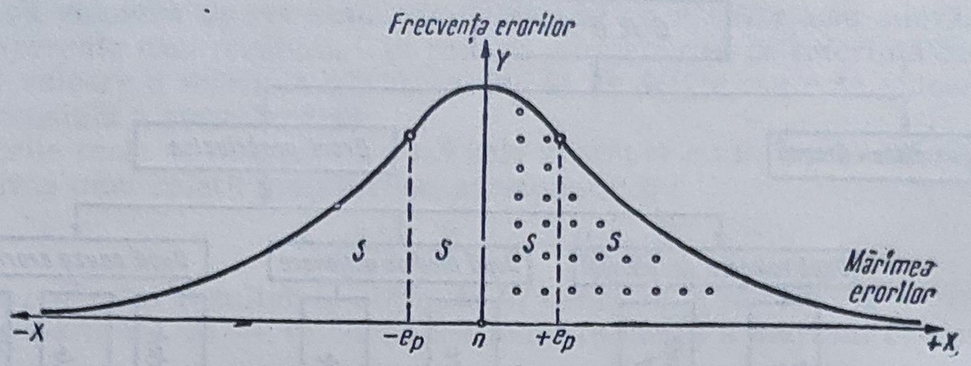


Fig. 8.2. Curba erorilor (Gauss).

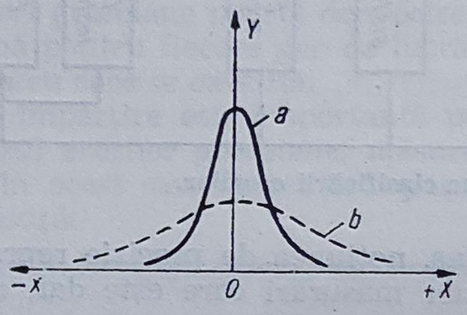


Fig. 8.3. Forma curbei erorilor :
a — în măsurători precise ; *b* — în măsurători puțin precise.

Din aspectul curbei și studiul funcției se pot trage concluzii foarte importante pentru tehnica măsurărilor :

— erorile mici sînt mai frecvente decît cele mari, curba prezentînd un maxim pentru erori mici ;

— erorile pozitive sînt, practic, egale cu cele negative, axa Y-lor fiind o axă de simetrie ;

— probabilitatea de a apare o anumită eroare în funcție de mărimea erorii.

În același timp, curba lui Gauss indică și gradul de precizie, deoarece, atunci cînd curba are un maximum ridicat, înseamnă că există un număr mare de erori mici, grupate în jurul adevăratei mărimi, ceea ce denotă că măsurările s-au făcut cu grijă. O curbă aplatisată înseamnă că erorile sînt de mărimi diferite și împrăștiate, cu o precizie mai redusă (fig. 8.3).

8.4. PROPRIETĂȚILE ERORILOR ACCIDENTALE

Erorile accidentale avînd mărimi și semne diferite, precum și cauze variate, studiul lor are în vedere diminuarea lor, apropiind rezultatele măsurărilor de adevărata valoare a mărimii căutate. Din studierea erorilor accidentale rezultă că ele se caracterizează prin proprietăți diferite, după cum este vorba de erori aparente sau de erori reale.

Proprietățile erorilor accidentale aparente. Proprietățile acestor erori sînt exprimate în două teoreme.

Prima proprietate constă în aceea că suma algebrică a erorilor accidentale aparente este egală cu zero. Deducerea acestei teoreme se face scriind erorile reziduale pentru un număr n de măsurări și făcînd suma lor.

Erorile accidentale aparente vor fi :

$$\begin{aligned} \pm v_1 &= M_1 - M \\ \pm v_2 &= M_2 - M \\ &\vdots \\ \pm v_n &= M_n - M \end{aligned} \tag{8.1}$$

Semnificaţia notaţiilor este cea întrebuinţată şi prezentată la clasificarea erorilor.

Din însumarea relaţiilor (8.1) se obţine :

$$\pm v_1 \pm v_2 \pm v_3 \pm \ldots \pm v_n = M_1 + M_2 + \ldots + M_n - nM \tag{8.2}$$

Ştiind că M este valoarea cea mai probabilă a mărimii măsurate, şi că ea este media aritmetică a măsurărilor, adică :

$$M = \frac{M_1 + M_2 + \ldots + M_n}{n}, \tag{8.3}$$

de unde :

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = nM = 0$$

se face înlocuirea termenilor de însumare a rezultatelor măsurărilor, astfel încît relaţia (8.2) va deveni :

$$\pm v_1 \pm v_2 \pm \ldots \pm v_n = nM - nM = 0 \tag{8.4}$$

În notaţia modulară a lui Gauss relaţia (8.4) se va scrie :

$$[v] = 0 \tag{8.5}$$

Această ultimă relaţie exprimă enunţul teoremei privind prima proprietate a erorilor accidentale aparente.

A doua proprietate a acestor erori este aceea că suma patratelor lor trece printr-un minim în cazul cînd M este valoarea cea mai probabilă.

La demonstrarea acestei teoreme se porneşte de la relaţiile (8.1), fiecare ecuaţie ridicîndu-se la patrat. Prin această operaţie se obţine :

$$\begin{aligned} v_1^2 &= (M_1 - M)^2 \\ v_2^2 &= (M_2 - M)^2 \\ &\vdots \\ v_n^2 &= (M_n - M)^2 \end{aligned} \tag{8.6}$$

Însumarea acestor ecuaţii conduce la obţinerea relaţiei :

$$v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_n^2 = (M_1 - M)^2 + (M_2 - M)^2 + \ldots + (M_n - M)^2 \tag{8.7}$$

Rezultă că suma patratelor erorilor accidentale aparente este o funcţie de M, astfel încît se poate scrie sub forma :

$$F_{(M)} = (M_1 - M)^2 + (M_2 - M)^2 + \ldots + (M_n - M)^2 . \tag{8.8}$$

Minimul acestei funcţii se obţine prin egalarea derivatei ei cu zero :

$$F'_{(M)} = -2(M_1 - M) - 2(M_2 - M) - \ldots - 2(M_n - M) = 0 . \tag{8.9}$$

Înmulțind derivata cu $-\frac{1}{2}$ se obține :

$$(M_1-M)+(M_2-M)+\ldots+(M_n-M)=0. \tag{8.10}$$

Desfăcînd parantezele, rezultă că egalitatea este satisfăcută atunci cînd :

$$M=\frac{M_1+M_2+\ldots+M_n}{n}. \tag{8.11}$$

Aceasta înseamnă că derivata este anulată de valoarea cea mai probabilă M și în același timp că suma patratelor erorilor accidentale reziduale trece printr-un minim pentru această valoare.

Proprietățile erorilor accidentale reale. În aceeași măsură interesează proprietățile erorilor accidentale reale deoarece putem calcula gradul de apropiere al valorii cele mai probabile (M) de valoarea adevărată (X).

Pentru obținerea acestui indicator de apreciere se scriu mai întîi relațiile prin care se obțin erorile accidentale reale :

$$\begin{aligned} \pm\varepsilon_1&=M_1-X \\ \pm\varepsilon_2&=M_2-X \\ &\vdots \\ \pm\varepsilon_n&=M_n-X \end{aligned} \tag{8.12}$$

Suma acestor ecuații va fi :

$$\pm\varepsilon_1\pm\varepsilon_2+\ldots+\varepsilon_n=M_1+M_2+\ldots+M_n-nX. \tag{8.13}$$

Înlocuind suma măsurărilor, din partea dreaptă, se obține :

$$\pm\varepsilon_1\pm\varepsilon_2\pm\ldots\pm\varepsilon_n=nM-nX=n(M-X). \tag{8.14}$$

Notînd cu :

$$e_M=M-X \tag{8.15}$$

rezultă că e_M, *eroarea medie a mediei aritmetice*, va fi :

$$e_M=\frac{\pm\varepsilon_1\pm\varepsilon_2\pm\ldots\pm\varepsilon_n}{n} \tag{8.16}$$

sau, în notație Gauss :

$$e_M=\frac{[\varepsilon]}{n}. \tag{8.17}$$

Pentru eliminarea semnelor se ridică relația (8.16) la patrat :

$$\varepsilon_M^2=\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\ldots+\varepsilon_n^2+2(\pm\varepsilon_1\varepsilon_2\pm\varepsilon_1\varepsilon_3\pm\ldots\pm\varepsilon_{n-1}\varepsilon_n)}{n^2}. \tag{8.18}$$

Termenii din paranteza de la numărător avînd semne care alternează, suma lor se echilibrează astfel încît, cu o anumită aproximare, se pot neglija :

$$e_M^2=\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\ldots+\varepsilon_n^2}{n}, \tag{8.19}$$

iar în notație Gauss :

$$e_M^2 = \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n^2} . \tag{8.20}$$

În această formă relația nu este calculabilă, deoarece nu este cunoscută adevărata valoare.

S-ar putea considera ca factor de caracterizare suma pătratelor erorilor accidentale reziduale, sub forma :

$$\pm \sqrt{\frac{[vv]}{n}} . \tag{8.21}$$

Expresia este calculabilă, însă valabilitatea ei nu este generală deoarece în cazul unei singure măsurări s-ar ajunge la $\frac{0}{1}$, ceea ce nu este posibil.

O relație cu caracter general se poate obține exprimîndu-se e_M^2 în raport cu erorile accidentale reziduale.

Calculul erorilor medii patratice în funcție de erorile reziduale. Deducerea relației se începe prin scrierea ecuațiilor erorilor accidentale aparente și reale :

$$\begin{aligned} \pm v_1 &= M_1 - M & \pm \varepsilon_1 &= M_1 - X \\ \pm v_2 &= M_2 - M & \pm \varepsilon_2 &= M_2 - X \\ &\vdots & &\vdots \\ \pm v_n &= M_n - M & \pm \varepsilon_n &= M_n - X \end{aligned} \tag{8.22}$$

Elementele de legătură între cele două serii de termeni sînt M_1, $M_2, \ldots, M_n$, care se scot din prima serie de ecuații și se introduc în cea de a doua serie obținîndu-se :

$$\begin{aligned} \pm \varepsilon_1 &= \pm v_1 + M - X \\ \pm \varepsilon_2 &= \pm v_2 + M - X \\ &\vdots \\ \pm \varepsilon_n &= \pm V_n + M - X \end{aligned} \tag{8.23}$$

Întrucît pentru diferența $M - X$ s-a utilizat notația e_M, înlocuind în (8.23) se ajunge la seria de relații :

$$\begin{aligned} \pm \varepsilon_1 &= \pm v_1 + e_M \\ \pm \varepsilon_2 &= \pm v_2 + e_M \\ &\vdots \\ \pm \varepsilon_n &= \pm v_n + e_M \end{aligned} \tag{8.24}$$

Ridicînd la patrat ecuațiile de mai sus se ajunge la :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2 &= v_1^2 + 2v_1 e_M + e_M^2 \\ \varepsilon_2^2 &= v_2^2 + 2v_2 e_M + e_M^2 \\ &\vdots \\ \varepsilon_n^2 &= v_n^2 + 2v_n e_M + e_M^2 \end{aligned} \tag{8.25}$$

Din adunarea pe coloană se obține :

$$\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\ldots+\varepsilon_n^2=v_1^2+v_2^2+\ldots+v_n^2+2e_M(v_1+v_2+\ldots v_n)+ne_M^2. \tag{8.26}$$

Folosind notația Gauss pentru restrîngere, relația (8.26) se scrie :

$$[\varepsilon\varepsilon]=[vv]+2e_M[v]+ne_M^2. \tag{8.27}$$

Suma erorilor accidentale aparente fiind nulă, în baza primei teoreme privitoare la aceste erori și ținînd seama și de relația (8.20), expresia de mai sus devine :

$$e_M^2n^2=[vv]+ne_M^2 \tag{8.28}$$

Din această relație se obține :

$$e_M^2(n^2+n)=[vv], \tag{8.29}$$

de unde :

$$e_M^2=\frac{[vv]}{n(n+1)} \tag{8.30}$$

sau :

$$e_M=\frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{[vv]}{n+1}}. \tag{8.31}$$

Această expresie poartă denumirea de *eroare medie patratică a mediei aritmetice* și ea caracterizează precizia rezultatului, în funcție de erorile accidentale aparente sau reziduale.

Gruparea termenilor nu este făcută în mod întîmplător, ea permițînd obținerea erorii medii patratice a valorii individuale, care are forma :

$$e_q=\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}. \tag{8.32}$$

Rezultă că e_M se mai poate scrie :

$$e_M=\frac{1}{\sqrt{n}}\cdot e_q, \tag{8.33}$$

din care se poate deduce numărul de observații în raport cu precizia cerută lucrării și precizia unei singure măsurări, sinonim cu precizia aparatului :

$$n=\frac{e_q^2}{e_M^2} \quad \text{sau} \quad n=\left(\frac{e_q}{e_M}\right)^2. \tag{8.34}$$

Aplicații la calculul erorii medii patratice. Pentru înțelegerea mai exactă a acestor noțiuni prezentăm în continuare cîteva exemple din care rezultă utilitatea și cum se operează pentru calculul acestor indicatori.

Calculul erorii medii patratice. Vom prezenta cazul unei distanțe măsurate de 4 ori pentru care datele de calcul sînt înscrise în tabelul 8.1.

Tabelul 8.1

Calculul erorii medii patratice

Nr. crt.	Măsurări M_i m	Valoarea cea mai probabilă m	Erori accidentale aparente $v_i = M_i - M$ + m	Erori accidentale aparente $v_i = M_i - M$ − m	$[v \cdot v]$	Calcule, observații
1	280,45		—	0,04	0,0016	$e_q = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \frac{0,0026}{3} =$
2	280,49		—	—	—	$= 0,029$ m
3	280,50	280,49	0,01	—	0,0001	$e_M = \frac{e_q}{\sqrt{n}} = \frac{0,029}{4} =$
4	280,52		0,03	—	0,0009	$= 0,015$ m
	1 121,96		0,04	0,04	0,0026	

$$M = \frac{1\,121,96}{4} = 280,49 \text{ m}$$

Rezultă că pentru a se obține o precizie de măsurare a distanței de 1 : 15 000 trebuie utilizat un instrument care să permită o precizie de citire la o aplicare a lui de 0,029 m, pentru aceasta fiind necesare patru măsurări ale distanței date.

Calculul preciziei unui instrument. O asemenea situație apare atunci cînd se cere măsurarea unei mărimi cu o anumită precizie de măsurare, după un anumit număr de măsurări trebuind să fie calculată precizia de citire a instrumentului sau aparatului prin care se poate realiza măsurarea în condițiile stabilite.

Dacă, de pildă, s-ar cere măsurarea unui unghi cu o precizie de 50^{cc} cu patru repetiții, ar fi necesar un aparat cu precizia de citire de 1^c, deoarece :

$$e_q = e_M \sqrt{n} = 50^{cc} \sqrt{4} = 100^{cc} = 1^c.$$

Calculul numărului de măsurări. Dispunînd de un aparat de o anumită precizie și cunoscînd precizia finală cu care se cere măsurarea, trebuie determinat numărul de măsurări care trebuie efectuate. De exemplu, dacă ar trebui măsurat un unghi cu o precizie de 10^{cc} și dispunem de un aparat cu precizia de 1^c ar trebui făcute 100 de măsurări deoarece :

$$n = \left(\frac{e_q}{e_M}\right)^2 = \left(\frac{100^{cc}}{10^{cc}}\right)^2 = 100 \text{ ori.}$$

Rezultă că aparatul nu este utilizabil în acest caz deoarece ar fi necesar un număr neeconomic de măsurări.

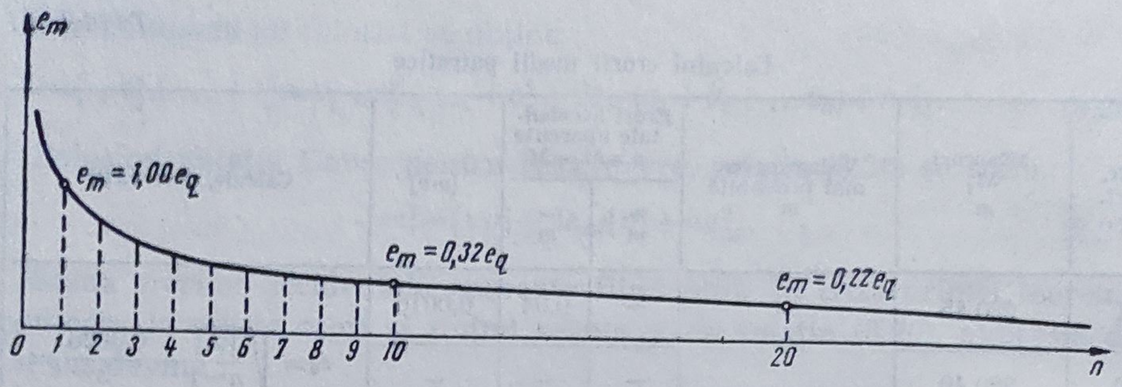


Fig. 8.4. Curba $e_M = \pm \frac{e_q}{n}$.

Observaţii privind numărul de măsurări. Transpunînd grafic variaţia erorii medii patratice a unui şir de observaţii, în funcţie de numărul de observaţii, dată de relaţia :

$$e_M = \frac{e_q}{\sqrt{n}}$$

prin reprezentarea pe o axă a numărului de observaţii iar pe cealaltă pe e_M, rezultă o curbă care arată reducerea erorii odată cu creşterea numărului de măsurări (fig. 8.4).

O primă observaţie care rezultă din analiza graficului este că descreşterea erorii medii patratice (e_M) este mai puternică în zona unui număr redus de observaţii, ritmul încetinind cînd numărul măsurărilor este mare. Dacă am dori să reducem de 10 ori eroarea medie patratică a unei singure observaţii, numărul de repetări ale măsurării ar ajunge la valori neeconomice.

Rezultă o a doua observaţie, aceea că pentru creşterea preciziei de măsurare trebuie utilizate aparate de precizie ridicată astfel încît numărul de măsurări să fie minim.

8.5. ERORI PROBABILE. ERORI LIMITĂ

Erori probabile. Eroarea probabilă poate fi asemănată cu o axă de simetrie, deoarece este acea valoare faţă de care numărul erorilor mai mari este egal cu cel al erorilor mai mici decît ea. Erorile putînd fi atît pozitive cît şi negative, înseamnă că şi eroarea probabilă poate avea semne diferite, după cum se află în zona erorilor pozitive sau în cea a erorilor negative.

În practică eroarea probabilă se foloseşte pentru a caracteriza precizia măsurărilor topografice. După G a u s s, eroarea probabilă reprezintă 2 : 3 din eroarea medie patratică.

Eroarea probabilă se indică atît pentru eroarea medie patratică a unei singure observaţii, cît şi pentru eroarea medie patratică a unui şir de observaţii.

Eroarea probabilă a unei singure măsurări se notează cu e_{pr} și are expresia :

$$e_{pr} = 0{,}6745 e_q = \frac{2}{3} e_q.$$

Pentru eroarea probabilă a unui șir de observații se folosește relația :

$$e_{Mpr} = 0{,}6745 e_M = \frac{2}{3} e_M.$$

Eroarea limită. Acest indicator este utilizat de asemenea pentru aprecierea rezultatelor măsurărilor. Eroarea limită, denumită și eroare maximă este definită ca eroarea accidentală aparentă de valoare maximă la efectuarea unei măsurări, în aceleași condiții de lucru.

Ca rezultat al experimentărilor s-a convenit să se ia eroarea a cărei valoare este $3\,e_q$ drept eroare maximă sau limită, probabilitatea producerii unei asemenea erori fiind mai mică de 1 : 500.

Eroarea limită sau maximă se exprimă sub forma relațiilor :

$e_q \lim = 3\,e_q$ pentru eroarea maximă a unei singure observații, iar $e_M \lim = 3\,e_M$ pentru eroarea maximă a unui șir de observații.

8.6. PROPAGAREA ERORILOR

În practica măsurărilor și a interpretărilor rezultatelor, de o deosebită importanță este cunoașterea erorii medii totale care va afecta rezultatul final, cu alte cuvinte modul cum se propagă erorile.

Unii autori deosebesc mai multe metode pentru determinarea legii de bază în propagarea erorilor accidentale. Mai frecvent folosită este *metoda diferențială*, care constă în interpretarea analitică a variațiilor mărimilor măsurate.

Avînd un număr de mărimi măsurate direct, $x, y, z, \ldots$, înseamnă că rezultatul final, U, este în funcție de aceste mărimi, adică :

$$U = F(x, y, z, \ldots)$$

Notînd cu ΔU erorile înseamnă că vom avea :

$$U + \Delta U = F(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z \ldots)$$

Prin dezvoltare în serie T a y l o r, se obține :

$$F(x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z) = F(x, y, z) + \frac{1}{1'}\left(\frac{\delta F}{\delta x}\Delta x + \frac{\delta F}{\delta y}\Delta y + \frac{\delta F}{\delta z}\Delta z\right) +$$

$$+ \frac{1}{2'}\left(\frac{\delta^2 F}{\delta x^2}\Delta x^2 + \frac{\delta F}{\delta y^2}\Delta y^2 + \frac{\delta^2 F}{\delta z^2}\Delta z^2\right) + \ldots$$

Expresia se poate simplifica neglijînd infiniții mici de ordin superior, astfel încît, în final, se poate scrie :

$$\Delta U = \frac{\delta F}{\delta x}\Delta x + \frac{\delta F}{\delta y}\Delta y + \frac{\delta F}{\delta z}\Delta z.$$

Deoarece erorile Δx, Δy, Δz, sînt întîmplătoare şi pot avea semne diferite şi nu se cunosc ca mărime şi semn, se înlocuiesc cu erorile medii : $\pm e_x$, $\pm e_y$, $\pm e_z$. Eroarea medie totală care va caracteriza rezultatul final, U, va fi :

$$e_{mt} = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta F}{\delta x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta z}\Delta z\right)^2}.$$

8.7. PREZENTAREA REZULTATELOR MĂSURĂRILOR. TOLERANŢE

Rezultatul măsurărilor. Se poate prezenta în două moduri :

— cu ajutorul uneia din valorile medii ;

— prin intermediul erorii relative.

La folosirea valorilor medii rezultatul măsurărilor se prezintă sub forma unei relaţii de forma :

$$M \pm e,$$

în care : M este valoarea medie a măsurărilor ; e — una din valorile medii, probabile sau limită, precizîndu-se felul erorii trecută în rezultat.

La utilizarea erorii relative aceasta se calculează din raportul :

$$e_r = \pm \frac{e_M}{M} = \frac{e_q}{M}.$$

Erorile relative se utilizează numai în legătură cu precizia măsurării distanţelor şi ele se calculează, de regulă, procentual sau la mie.

Toleranţe. Prin toleranţe se înţelege valoarea erorii maxime admise de prevederile unui standard de stat, ale unei instrucţiuni de verificare sau ale unei norme pentru indicarea rezultatului unei măsurări. I se mai spune şi *eroare admisibilă.* Toleranţele se calculează pentru fiecare element care se măsoară pe teren şi în acelaşi timp diferă cu metoda de ridicare în plan.

De regulă, toleranţa se exprimă sub forma unei relaţii :

$$T = e_a \sqrt{M} + e_s M,$$

în care $e_a \sqrt{M}$ reprezintă eroarea accidentală, iar $e_s M$ — eroarea sistematică.

Valorile toleranţelor se calculează pentru diferite mărimi măsurate şi se înscriu în tabele, de unde se extrag pentru compararea cu abaterile constatate.

De exemplu, la măsurarea unei baze de triangulaţie, care se face de trei ori dus şi întors, cu panglica de oţel, se cere ca între rezultatele obţinute să nu fie o diferenţă mai mare decît cea calculată cu toleranţa dată de relaţia :

$$T = 0{,}03 + 0{,}02 \sqrt{D}$$

Înseamnă că pentru o bază de 600 m, ecartul maxim nu poate depăși valoarea de 0,078 m.

8.8. MĂSURĂRI DE PONDERE DIFERITĂ

Măsurările au pondere diferită atunci cînd se modifică unele din elementele măsurării : precizia instrumentului sau aparatului, operatorul sau condițiile de lucru.

Ponderea se aplică atît în cazul măsurărilor directe cît și în cazul celor indirecte.

În legătură cu măsurările ponderate interesează următoarele probleme :

— calculul valorii medii ponderate ;
— valoarea ponderii ;
— trecerea de la erori ponderate la erori de aceeași pondere ;
— erori medii ponderate.

Prima problemă a fost prezentată în cadrul paragrafului 8.1.3.

8.8.1. VALOAREA PONDERII

Ponderile pentru calculul valorii medii ponderate se pot determina și alege în mai multe moduri :

În raport cu erorile medii patratice ale diferitelor grupe de măsurări. În acest caz rezultatele măsurărilor de aceeași pondere se împart în grupe diferite ca număr, astfel încît :

$$m = n_1 + n_2 + n_3, \text{ iar } n_1 \neq n_2 \neq n_3$$

Înseamnă că se vor obține valorile cele mai probabile M_1, M_2 și M_3, iar erorile medii patratice vor fi :

$$e_{M_1} = \pm \frac{e_q}{\sqrt{n_1}}; \quad e_{M_2} = \pm \frac{e_q}{\sqrt{n_2}}; \quad e_{M_3} = \pm \frac{e_q}{\sqrt{n_3}}.$$

Din analiza acestor relații se poate deduce că erorile medii mai mici se vor obține în cazul unui n mai mare, astfel încît măsurarea mai precisă va fi aceea care se obține din mai multe măsurări.

Rezultă că ponderile $p_1, p_2, \ldots, p_n$ vor fi, ținînd seama de criteriul de diferențiere n :

$$p_1 = n_1 ; \quad p_2 = n_2 ; \quad p_3 = n_3,$$

astfel încît :

$$p_1 = \frac{e_q^2}{e_{M_1}^2}; \quad p_2 = \frac{e_q^2}{e_{M_2}^2}; \quad p_3 = \frac{e_q^2}{e_{M_3}^2}.$$

Măsurarea făcîndu-se cu același tip de aparat înseamnă că eroarea medie patratică pentru o singură măsurare este constantă, înseamnă că, în general, se poate scrie că :

$$p = \frac{K}{\text{er. medie patr.}},$$

unde K are o valoare constantă.

Se recomandă ca în cazul utilizării unui aceluiași instrument sau aparat numărul de măsurări din fiecare grupă să fie diferit, sau cînd se schimbă instrumentul, aceasta să se facă numai atunci cînd se trece de la o grupă la alta.

În raport cu una din valorile uneia din măsurări care se ia ca valoare etalon, presupunîndu-se că se cunosc erorile medii corespunzătoare. De exemplu, în cazul a trei mărimi avînd erorile medii patratice e_{M_1}, e_{M_2} și e_{M_3}, iar ponderile p_1 luată ca unitate, iar ponderile p_2 și p_3 necunoscute, se va scrie relația :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{e^2_{M_1}}{e^2_{M_2}} \quad \text{și} \quad \frac{p_3}{p_1} = \frac{e^2_{M_1}}{e^2_{M_3}},$$

de unde $p_1 = 1$ va conduce la :

$$p_2 = \frac{e^2_{M_1}}{e^2_{M_2}} \quad \text{și} \quad p_3 = \frac{e^2_{M_1}}{e^2_{M_3}}, \quad \text{sau} \quad p_2 = \left(\frac{e_{M_1}}{e_{M_2}}\right)^2 \quad \text{și} \quad p_3 = \left(\frac{e_{M_1}}{e_{M_3}}\right)^2.$$

8.8.2. ERORI MEDII PONDERATE

Principalii indicatori de precizie — eroarea medie patratică a unei singure măsurări și eroarea medie patratică a unui șir de observații — se deduc, în cazul măsurărilor de pondere diferită, în mod analog cu cel utilizat la măsurările de aceeași pondere.

Se obțin relațiile :

$$e^*_q = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot v \cdot v]}{n-1}}$$

$$e^*_M = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot v \cdot v]}{p\,(n-1)}},$$

în care : e^*_q reprezintă eroarea medie patratică pentru o singură măsurare, în cazul măsurărilor de pondere diferită ; e^*_M — eroarea medie patratică pentru un șir de observații în cazul măsurărilor de pondere diferită ; n — numărul măsurărilor ponderate ; p — numărul total al măsurărilor reduse la aceeași pondere ; v — erorile aparente, în notație Gauss ; $[vv]$ este suma patratelor erorilor aparente.

Capitolul 9.

NOȚIUNI DE GEODEZIE

9.1. FORMA ȘI DIMENSIUNILE PĂMÎNTULUI

9.1.1. EVOLUȚIA CONCEPȚIILOR CU PRIVIRE LA FORMA PĂMÎNTULUI

Cunoașterea formei Pămîntului a preocupat pe oameni din cele mai vechi timpuri, constituind obiectul unei vii dispute de-a lungul secolelor.

În antichitate Pămîntului i se atribuiau forme impuse de diferite credințe religioase, remarcîndu-se totuși și unele concepții superioare (Pitagora, Aristotel), care prin deducții sau observații considerau că acesta nu poate fi decît de forma unei sfere, formă geometrică considerată ca perfectă.

Trebuie reținute ipotezele apărute începînd cu secolul al XVI-lea, ca efect al descoperirilor geografice, cît mai ales aceea a lui Newton, care a demonstrat că Pămîntul are forma unei sfere turtite la poli.

Geoidul. Suprafața topografică. Elipsoidul de referință. Ipoteza lui Newton cu privire la forma Pămîntului s-a păstrat în mare măsură și în prezent.

Ulterior, datorită unor măsurări de mare precizie și a unor observații gravimetrice, s-a acceptat ideea că Pămîntul nu corespunde exact cu forma unui elipsoid de revoluție. În prezent se consideră că Pămîntul are o formă proprie, ea corespunzînd suprafeței mărilor și oceanelor, presupuse liniștite, prelungite pe sub continente. Această suprafață a fost denumită de geodezul Listing (1808—1882) *geoid* (de la grecescul *geos* = Pămînt).

La rîndul ei, suprafața geoidului nu este uniformă, ci reprezintă neregularități datorită accidentelor de teren și diferențelor de altitudine, deoarece se știe că vîrful Everest din masivul Himalaia are 8 882 m, iar cea mai mare adîncime, din oceanul Pacific, este de 10 830 m, ceea ce reprezintă o diferență de nivel de 19 712 m. Suprafața reală a Pămîntului poartă denumirea de *suprafață topografică* și ea formează obiectul principal al măsurărilor terestre.

Deoarece suprafața geoidului și cea topografică nu sînt regulate, deci nu se pot defini matematic, pentru determinarea relațiilor matematice ale Pămîntului, în măsurările terestre a fost adoptată o suprafață matematică, apropiată de cea a geoidului, elipsoidul de referință, rezultat din rotirea unei elipse în jurul axei mici.

Înseamnă că într-o secțiune imaginară prin Pămînt se deosebesc mai multe suprafețe : cea reală, topografică, suprafața geoidului și suprafața elipsoidului de referință (fig. 9.1).

Măsurările topografice efectuate pe suprafața terestră se raportează pe suprafețe diferite :

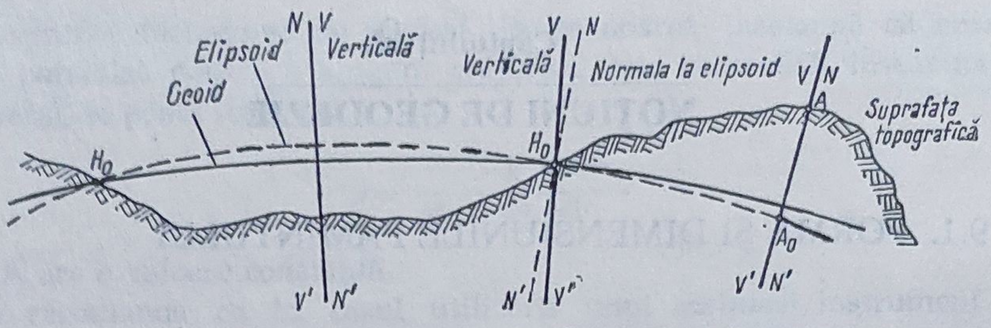


Fig. 9.1. Secțiune verticală prin pământ.

— ridicările planimetrice se proiectează pe suprafața elipsoidului de referință, în cazul suprafețelor foarte mari și pe un plan tangent la geoid în locul în care se face ridicarea ;

— ridicările nivelitice se raportează la suprafața geoidului, suprafața de nivel zero, deoarece între această suprafață și cea a elipsoidului de referință sînt diferențe apreciabile și variabile.

Dimensiunile Pământului. Cunoașterea dimensiunilor reale ale Pământului a constituit o problemă rezolvată numai parțial, deși a constituit obiectul preocupărilor a numeroși oameni de știință, de-a lungul anilor.

În tabelul 9.1 prezentăm cîteva din datele obținute în urma măsurătorilor efectuate în ultimele două secole.

Tabelul 9.1

Dimensiunile elipsoidului de referință

Autorul	Anul	Dimensiunile elipsoidului		Turtirea $\alpha = \frac{a-b}{a}$	Lungimea unui sfert de meridian în m
		Semiaxa mare km	Semiaxa mică km		
Delambre	1800	6375,653	6356,564	1 : 334,0	10 000 000
Walbek	1819	6376,896	6355,833	1 : 302,8	
Bessel	1841	6377,379	6356,079	1 : 299.2	10 000 865
Tenner	1844	6377,096	6356,015	1 : 302,5	
Clarke	1880	6378,304	6356,515	1 : 293,5	10 004 868
Helmert	1907	6378,200	6356,818	1 : 298,3	
Hayford	1909	6378,388	6356,912	1 : 297,0	10 002 288
Krasovski	1940	6378,245	6356,863	1 : 298,3	10 002 133

În calculele geodezice și topografice cu caracter mai puțin exact se consideră, pentru țările din zona paralelei de 45°, că raza medie a Pământului este de 6 379 km, iar în ansamblu, ca sferoid, are o rază de 6 371 km.

9.2. DEFORMĂRILE PRODUSE DE FORMA PĂMÎNTULUI ASUPRA MĂSURĂRILOR DE DISTANȚE ȘI UNGHIURI

Deformația lungimilor. Lungimile măsurate pe teren sînt deformate în raport cu sistemul de proiecție utilizat. Întrucît în țara noastră se folosește un sistem de proiecție stereografică, ne vom referi, deci, la deformația lungimilor în cazul cînd zona care interesează este proiectată pe o

suprafață orizontală, tangentă sau secantă, prin raze proiectante care pornesc dintr-un singur punct (fig. 9.2).

Considerînd distanța d dintre punctele O și P de pe suprafața geoidului și proiecția ei pe planul tangent în punctul O, notată cu d', deformația va fi diferența dintre distanța proiectată și distanța măsurată, adică :

$$\Delta = d' - d$$

Exprimînd pe d' și d în raport cu celelalte elemente ale triunghiurilor din care fac parte, expresia deformației va fi :

$$\Delta = 2R \operatorname{tg} \omega - R2\omega = 2R (\operatorname{tg} \omega - \omega)$$

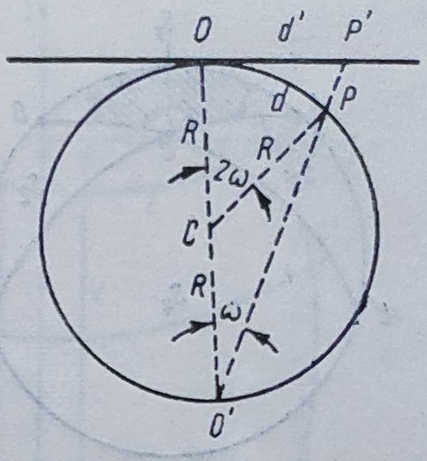


Fig. 9.2. Deformația lungimilor datorită formei Pămîntului.

Pentru a face calculabilă diferența din paranteză, se folosește dezvoltarea în serie pentru tg ω :

$$\operatorname{tg} \omega = \omega + \frac{\omega^3}{3} + \frac{2}{3}\frac{\omega^5}{5} + \dots$$

Din expresia dezvoltării în serie a tg ω se reține numai primii doi termeni, deoarece cei care conțin puteri mai mari decît 3 pentru ω au valori neglijabile. Înlocuind în relația deformației se va obține :

$$\Delta = 2R\left(\omega + \frac{\omega^3}{3} - \omega\right) = \frac{2R\omega^3}{3}.$$

Unghiul ω nefiind măsurabil se deduce din $OO'P$ ca fiind

$$\omega = \frac{d}{2R}, \text{ astfel că : } \Delta = \frac{2Rd^3}{24R^3} = \frac{d^3}{12R^2}.$$

În practica măsurărilor terestre deformația se prezintă pe unitatea kilometrică de lungime. Aceasta se obține prin derivarea expresiei deformației, în raport cu variabila d. Rezultă că :

$$\Delta/\text{km} = \frac{3d^2}{12R^2} = \frac{d^2}{4R^2}.$$

Aceasta dă o deformare pe kilometru de 0,071 m la 100 km de centrul de tangență, de 0,256 m la 200 km și de 0,888 m la 380 km.

În cazul cînd planul de proiecție se coboară, proiecția făcîndu-se pe un plan secant, deformațiile se reduc în raport cu cota planului de proiecție.

Deformația unghiurilor. Pentru a deduce deformația unghiulară se consideră Pămîntul de forma unui sferoid, o aproximare neglijabilă deoarece diferența dintre semiaxe este de numai 3‰.

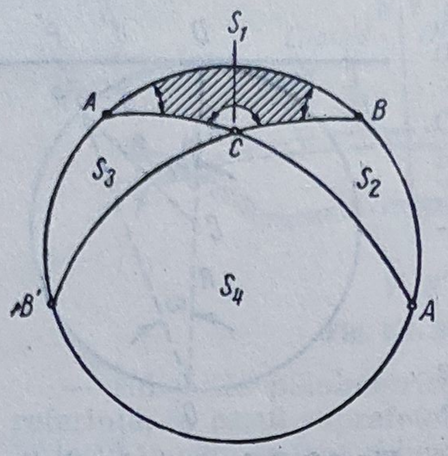


Fig. 9.3. Excesul sferic.

Luînd pe sferoid trei puncte (fig. 9.3) din care au fost duse vize reciproce, se observă că din unirea lor două cîte două s-au format pe jumătate de sferă triunghiurile sferice ABC, ACB', BCA' și $A'CB'$, care au fost notate cu S_1, S_2, S_3 și S_4.

Cunoscînd că suprafața unei sfere se calculează cu formula $4\pi R^2$ înseamnă că cele patru triunghiuri sferice vor avea suprafața :

$$S_1+S_2+S_3+S_4=2\pi R^2.$$

Oprindu-ne la triunghiul ABC se poate observa că unghiurile triunghiului determină următoarele fusuri :

— unghiul A, fusul F_A, format din triunghiurile S_1 și S_2 ;
— unghiul B, fusul F_B, format din triunghiurile S_1 și S_3 ;
— unghiul C, fusul F_C, format din triunghiurile S_1 și S_4.

Considerînd că suprafața unui fus se află din produsul unghiului cu $\frac{2\pi R^2}{200^g}$, înseamnă că suprafețele celor trei fusuri vor fi :

$$F_A=A\cdot\frac{2\pi R^2}{200^g}=S_1+S_2$$

$$F_B=B\cdot\frac{2\pi R^2}{200^g}=S_1+S_3$$

$$F_C=C\cdot\frac{2\pi R^2}{200^g}=S_1+S_4$$

Din însumarea suprafețelor fusurilor rezultă :

$$\frac{2\pi R^2}{200^g}(A+B+C)=S_1+S_2+S_1+S_3+S_1+S_4=2S_1+2\pi R^2.$$

sau :

$$A+B+C=200^g+\frac{S_1}{R_2}\rho^{cc}$$

Se poate observa că în cazul triunghiului sferic suma unghiurilor este mai mare de 200^g cu cantitatea $\varepsilon=\frac{S_1}{R^2}\rho^{cc}$, care poartă numele de *exces sferic*.

Dînd valori lui S_1 se poate deduce mărimea suprafețelor, corelată și cu deformarea lungimilor, pentru definirea domeniului de lucru al geodeziei și limitele în care se pot face măsurări topografice, fără a ține seama de influența formei Pămîntului.

9.3. SISTEME DE COORDONATE FOLOSITE ÎN MĂSURĂRILE TERESTRE

Coordonatele punctelor. Poziția unui punct pe Pămînt este determinată prin coordonatele lui. Acestea sînt de două feluri :

— *coordonate geografice*, notate cu φ pentru latitudine și λ pentru longitudine, cînd punctul se consideră pe geoid ;

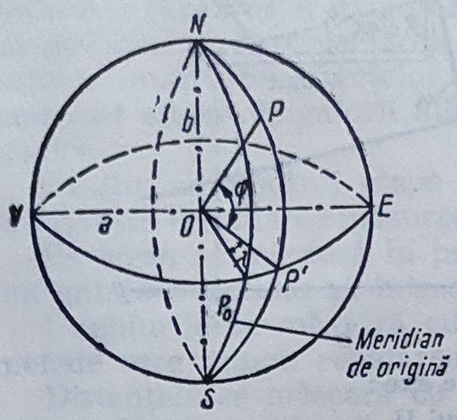


Fig. 9.4. Coordonate geografice.

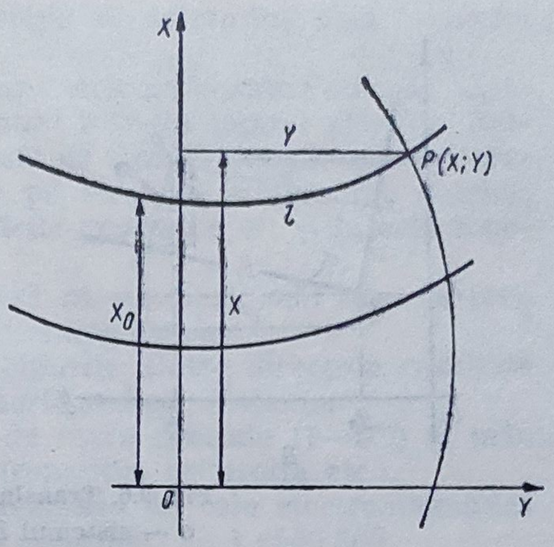


Fig. 9.5. Coordonatele plane ale punctului.

— *coordonate geodezice,* notate cu B pentru latitudine și L pentru longitudine, cînd suprafața este elipsoidul.

Așa după cum se știe, latitudinea unui punct este unghiul format de planul ecuatorului cu verticala punctului, dată de firul cu plumb, iar longitudinea este unghiul format de planul meridian zero, care trece prin punctul Greenwich, cu planul meridian care trece prin punctul respectiv (fig. 9.4).

Coordonatele astronomice diferă foarte puțin de cele geodezice și de cele mai multe ori sînt egale.

Coordonatele plane ale punctului. Coordonatele geodezice pot fi transformate în coordonate plane cu ajutorul relațiilor (fig. 9.5) :

$$X = X_0 + \frac{l}{2\rho^2} N \cos B \sin B$$

$$Y = \frac{l}{\rho} N \cos B$$

în care : X_0 reprezintă lungimea arcului de meridian la latitudinea B ; B — latitudinea punctului ; l — diferența dintre longitudinea punctului P și cea a meridianului axial ; ρ — valoarea în secunde sexagesimale a unui radian ; N — normala mare a punctului P.

9.4. TRANSCALCULĂRI DE COORDONATE

Trecerea coordonatelor dintr-un sistem în altul se cere pentru obținerea coordonatelor punctelor într-un sistem diferit de cel inițial sau pentru trasări pe teren.

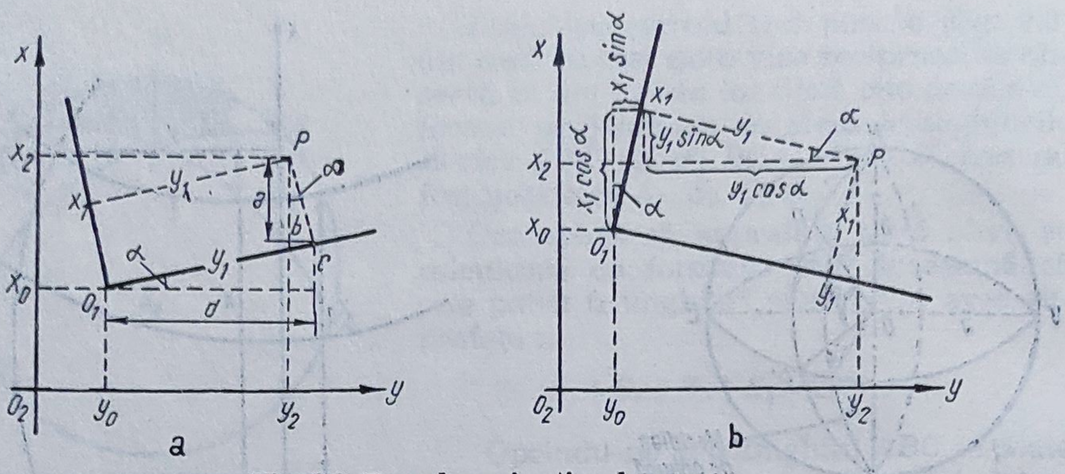


Fig. 9.6. Translare și rotire de axe :
a — sistemul I ; *b* — sistemul II.

În forma cea mai simplă, transcalcularea se operează pentru coordonatele plane cînd sistemul de axe se rotește și se translatează.

Pentru calculul coordonatelor X_2 și Y_2 ale unui punct P de coordonate X_1 și Y_1 din sistemul I și sistemul II, cu originea în O_2 și sistemul nou de axe rotit în sens direct (fig. 9.6, *a*), relațiile de calcul, care se deduc cu ajutorul figurii, sînt :

$$X_2 = X_0 + c + a = X_0 + Y_1 \sin\alpha + X_1 \cos\alpha$$

$$Y_2 = Y_0 + d - b = Y_0 + Y_1 \cos\alpha - X_1 \sin\alpha,$$

în care X_0 și Y_0 sînt coordonatele originii primului sistem față de al doilea ; α — unghiul de rotire al axelor ; X_1 și Y_1 — coordonatele punctului P în sistemul inițial.

Cînd rotirea axelor este inversă (fig. 9.6, *b*), relațiile de calcul sînt :

$$X_2 = X_0 + X_1 \cos\alpha - Y_1 \sin\alpha$$

$$Y_2 = Y_0 + X_1 \sin\alpha + Y_1 \cos\alpha.$$

Semnificația notațiilor este aceeași ca și în cazul precedent.

La trecerea dintr-un sistem în altul sau pentru încadrarea unor ridicări independente în geodezie în calcule se mai introduce la termenii II și III din aceste relații un factor de proporționalitate K, raportul distanțelor dintre aceleași puncte într-un sistem și în altul. Același factor trebuie avut în vedere și cînd se trece de la rețele geodezice, cu distanțe reduse la geoid, la un plan de proiecție local pentru ridicări la scări mari.

9.5. LUCRĂRI NECESITATE DE MĂSURĂRILE GEODEZICE

Obținerea planurilor topografice de detaliu pentru proiectarea și construcția diferitelor lucrări inginerești impune existența unor puncte de sprijin, de care acestea să fie legate pentru redarea unitară a formei și

reliefului terenului. Aceste puncte de sprijin se determină prin măsurări geodezice.

Măsurările geodezice au o serie de caracteristici comune cu cele topografice și care vor fi examinate în amănunt într-un capitol ulterior. Astfel sînt studiul și proiectarea noilor puncte de sprijin, recunoașterea terenului și marcarea punctelor, măsurările pe teren și prelucrarea datelor, care sînt etape obligatorii atît la măsurările geodezice cît și la cele topografice.

Conținutul fiecărei etape prezintă însă diferențieri, mai ales în ceea ce privește efectuarea măsurărilor și prelucrarea datelor.

Pe teren se măsoară în principal unghiurile dintre direcțiile rezultate din unirea punctelor și, într-o măsură foarte redusă, distanțe.

Unghiurile se măsoară cu teodolite de mare precizie (1—2^{cc}) și prin metode care impun repetarea vizărilor (repetiția, reiterația etc.).

Distanțele se măsoară cu firul de invar sau pe cale electromagnetică cu aparate care asigură o precizie de 1 : 200 000 . . . . 1 : 500 000.

La prelucrarea datelor se folosesc metode riguroase de calcul.

Capitolul 10.

NOȚIUNI DE CARTOGRAFIE

10.1. SISTEME DE PROIECȚII CARTOGRAFICE

Cunoștințe generale. Cartografia este știința care studiază reprezentarea în plan a suprafeței generale a Pămîntului sau a unei porțiuni din această suprafață, în vederea întocmirii, redactării și multplicării planurilor și hărților, precum și a transformării acestora.

Reprezentarea pe o suprafață plană a formei Pămîntului a comportat dificultăți deoarece suprafețele sferoidale nu sînt desfășurabile.

Datorită acestui fapt, pentru întocmirea hărților s-a recurs la proiecția cartografică, care este o metodă de reprezentare în plan a întregii suprafețe terestre sau numai a unei porțiuni a acesteia, efectuată în mod riguros, după principiile cartografiei matematice.

Clasificarea proiecțiilor cartografice. *Proiecțiile cartografice* se clasifică după mai multe criterii. Unul dintre acestea îl constituie natura deformărilor. Din acest punct de vedere se deosebesc următoarele feluri de proiecții :

— *conforme*, la care unghiurile măsurate pe teren au aceeași valoare pe planul de proiecție ;

— *echivalente*, prin care se păstrează echivalența suprafețelor, deși figura se modifică prin proiectare ;

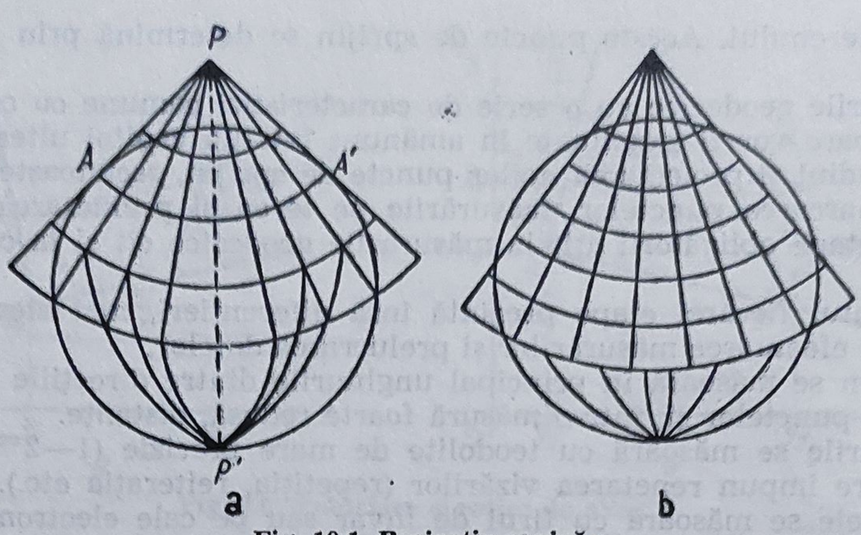


Fig. 10.1. Proiecția conică :
a — tangentă ; *b* — secantă.

— *arbitrare*, la care se modifică atît unghiurile cît și suprafețele. Se mențin nemodificate unele distanțe.

Un alt criteriu de clasificare a proiecțiilor cartografice îl constituie aspectul rețelelor, din acest punct de vedere deosebindu-se :

— *proiecții geometrice simple*, care folosesc ca suprafețe de proiecție planul sau suprafețe geometrice desfășurabile ;

— *proiecții geometrice complexe*, unde se pun condiții numeroase iar proiectarea se face pe forme imperfect conice sau cilindrice.

Proiecțiile geometrice simple se împart, la rîndul lor, în mai multe grupe, după suprafața pe care se proiectează elipsoidul de referință. După acest criteriu mai frecvent citate sînt proiecțiile pe care le prezentăm în continuare :

— *proiecțiile cartografice conice* (fig. 10.1) folosesc ca suprafață de proiecție pe cea laterală a unui con, tangent sau secant în punctul central al zonei care se proiectează. În aceste proiecții meridianele apar ca drepte convergente, iar paralelele ca arce de cercuri concentrice. În funcție de orientarea conului față de elipsoid, aceste proiecții pot fi drepte, oblice

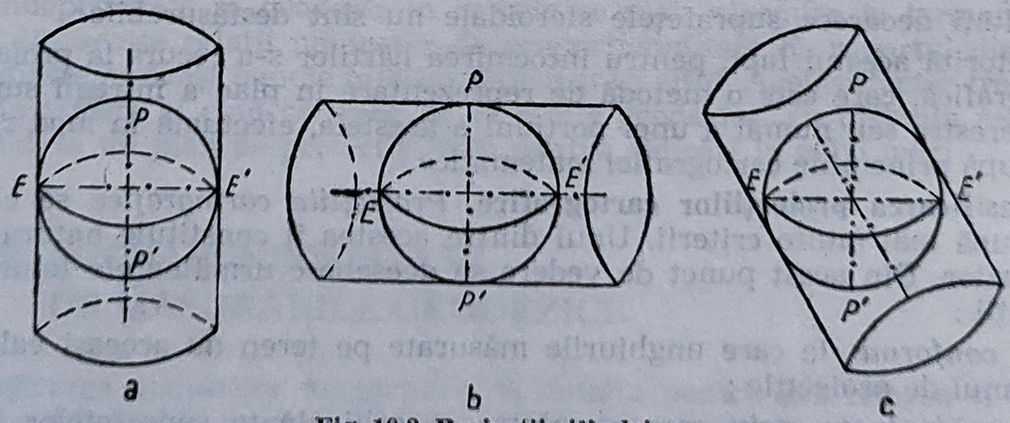


Fig. 10.2. Proiecții cilindrice :
a — normală ; *b* — transversală ; *c* — oblică.

și transversale. Mai des utilizate sînt proiecțiile conice drepte, la care axa cilindrului coincide cu axa polilor ;

— *proiecțiile cartografice cilindrice* (fig. 10.2) rezultă din proiectarea elipsoidului de referință pe suprafața laterală a unui cilindru tangent la elipsoid. În aceste proiecții atît paralelele cît și meridianele apar ca drepte paralele între ele. Proiecțiile cilindrice pot fi drepte sau longitudinale, transversale și oblice, în raport cu unghiul pe care îl face axa cilindrului cu axa polilor. Una din proiecțiile cilindrice mai frecvent utilizată este cea transversală concepută și calculată de Gauss-Krüger ;

— *proiecțiile cartografice azimutale* (fig. 10.3) sau *zenitale* se obțin prin proiectarea zonei respective de pe elipsoidul de referință pe un plan tangent sau secant în punctul central al proiecției. În raport cu punctul de vedere, de unde pornesc razele proiectante, se deosebesc trei feluri de proiecții azimutale :

— ortografice, cînd razele proiectante sînt paralele între ele ;

— centrale, cînd razele proiectante pornesc din centrul elipsoidului de referință ;

— stereografice, cînd razele proiectante pornesc dintr-un punct diametral opus centrului de proiecție.

În aceste proiecții meridianele apar ca linii convergente, iar paralelele ca cercuri concentrice, cu centrul în punctul de convergență a meridianelor.

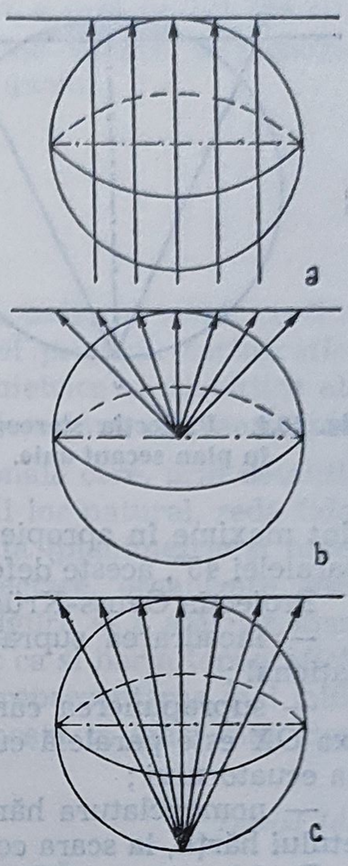


Fig. 10.3. Proiecții orizontale sau azimutale :

a — ortografică ; *b* — centrală ; *c* — stereografică.

10.2. SISTEME DE PROIECȚII CARTOGRAFICE UTILIZATE ÎN ȚARA NOASTRĂ

În țara noastră s-au folosit, în raport cu condițiile de dezvoltare a măsurărilor terestre, diferite sisteme de proiecție.

Proiecția stereografică cu plan secant unic (1933). Începînd cu anul 1933, România a adoptat proiecția stereografică cu plan secant unic. Centrul de proiecție avea următoarele coordonate : $B = 51°00'00''$; $L = 28°21'38''$; $Z = -4\,253$ m.

Punctul central s-a considerat la 30 km N—V de Brașov, în Munții Perșani, iar prin coborîrea punctului de tangență s-a realizat un cerc de deformări nule cu raza de 233 km (fig. 10.4).

Axele de coordonate au fost translatate cu 500 km spre sud și vest, pentru a avea coordonate pozitive pentru toate punctele.

Proiecția cilindrică transversală Gauss-Krüger. Este o proiecție cilindrică transversală cunoscută și sub denumirea de *Proiecția Universal*

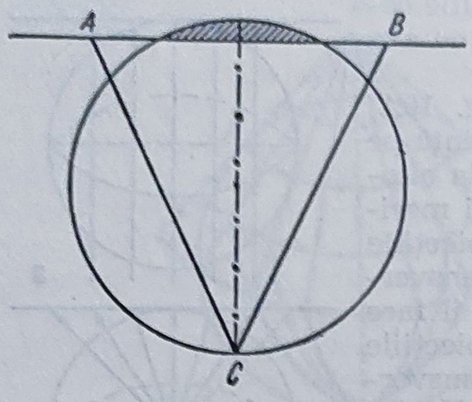


Fig. 10.4. Proiecţia stereografică în plan secant unic.

Transversal Mercator (UTM), care s-a practicat şi în ţara noastră în perioada 1951—1970. (În unele situaţii speciale se aplică şi în prezent).

Cilindrul de proiecţie este considerat tangent la meridiane, luate din 6° în 6°. Axa cilindrului intersectează axa polilor sub un unghi drept. Meridianele şi paralelele reprezentate pe un plan sînt curbe simetrice faţă de meridianul axial şi, respectiv, faţă de ecuator (fig. 10.5).

Fiind o proiecţie convenţională păstrează nedeformate unghiurile. Deformările de distanţe şi arii cresc de la meridianul axial către meridianele marginale şi sînt maxime în apropierea ecuatorului. Pentru ţara noastră aflată în zona paralelei 45°, aceste deformaţii sînt mici.

Proiecţia Gauss-Krüger oferă o serie de avantaje, printre care :

— încadrarea suprafeţei ţării într-un sistem folosit pe plan internaţional ;

— suprapunerea caroiajului rectangular se face cu uşurinţă deoarece axa *OX* este paralelă cu meridianul axial, iar axa *OY* este tocmai proiecţia ecuatorului ;

— nomenclatura hărţii permite localizarea unei foi atît în cadrul scheletului hărţii, la scara considerată, cît şi pe glob.

Deşi în sistemul Gauss-Krüger deformaţiile kilometrice sînt mai mari, ele se încadrează totuşi în toleranţele calculate.

Proiecţia azimutală în plan secant unic (1970). Noua proiecţie stereografică, introdusă în anul 1970, are caracteristici care nu o deosebesc fundamental de cea anterioară. Sînt modificate, în principal, coordonatele punctului central de proiecţie, care are următoarele coordonate : $B = 46°00'00''$; $L = 51°00'00''$; $H = -3\,502$ m (distanţa de la planul secant la cel tangent).

La alegerea noului centru de proiecţie s-a avut în vedere faptul că acesta corespunde cu centrul de figură al ţării noastre.

Deformaţia kilometrică asupra distanţelor este mai mică, ceea ce justifică adoptarea acestui sistem de proiecţie pentru planurile şi hărţile folosite în scopuri economice.

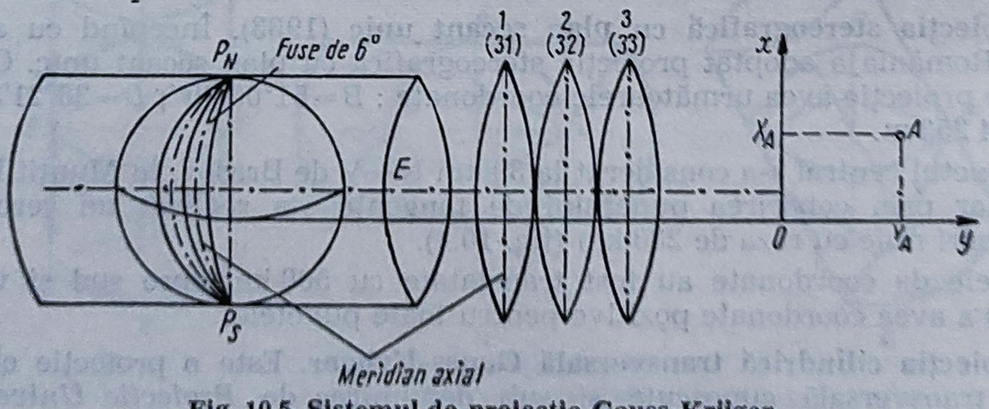


Fig. 10.5. Sistemul de proiecţie Gauss-Krüger.

Cercul secant are, pentru noul sistem de proiecție, o rază de 201,718 km.

Noua proiecție stereografică păstrează sistemul de notare a trapezelor utilizat de G a u s s-K r ü g e r, precum și poziția axelor.

10.3. HĂRȚI ȘI PLANURI

Clasificarea hărților și planurilor :

Harta topografică. Este o reprezentare convențională, la scară, ce ține seama de forma Pământului, obținută în urma unei proiecții cartografice și care conține, în mod generalizat, detaliile planimetrice și nivelitice ale unei porțiuni din scoarța terestră, redată pe bază de semne convenționale.

Planul topografic. Este o reprezentare convențională care, prin detaliile pe care le conține, reproduse la scară și pe conturul lor natural, redă fidel porțiunea din scoarța terestră care este reprezentată (planimetric și nivelitic), servind în general în scopuri tehnice (proiectare, organizare, evidență etc.), datorită preciziei ridicate pe care o asigură și a scărilor mari la care se întocmesc. În general are același conținut ca și harta topografică, avînd însă o scară mai mare, ceea ce face posibilă reprezentarea mai multor detalii. De regulă, planul topografic se întocmește la scări mai mari decît harta topografică.

Tabelul 10.1

Clasificarea hărților și planurilor după scară

Clasificarea hărților	Denumirea	Scara	Observații
Hărți topografice	Hărți topografice generale	1 : 200 000 1 : 100 000 1 : 50 000	De la 1 : 500 000 în sus se numesc hărți geografice. Hărțile 1 : 300 000 din comerț sînt hărți turistice
	Hărți topografice speciale	1 : 20 000 1 : 25 000	Aceste hărți se mai numesc planuri directoare de tragere și sînt utilizate, în deosebi, în armată
Planuri topografice	Plan topografic	1 : 10 000 1 : 5 000	Planul 1 : 5 000 se mai numește, prin convenție internațională și plan topografic fundamental
	Plan de situație	1 : 2 500 1 : 2 000	În Ardeal se mai utilizează și planuri la scările 1 : 2 880 și 1 : 1 440 prin transformarea jugărilor în metri
	Plan topografic urban (plan urban)	1 : 1 000 1 : 500	1 : 1 000 pentru orașe 1 : 500 pentru municipii

Hărţile se împart în funcţie de mai multe criterii, din care cel mai important este cel al scării.

După scară, clasificarea se prezintă în tabelul 10.1.

Nomenclatura hărţilor şi planurilor în proiecţia Gauss-Krüger. Împărţirea foilor de hartă după sistemul Gauss-Krüger se utilizează şi în sistemul actual de proiecţie stereografică, astfel cunoaşterea acestui sistem se impune cu aceeaşi necesitate.

Aşa după cum se ştie, în sistemul *UTM*, globul terestru este împărţit în fuse de 6° longitudine şi zone de cîte 4° latitudine, numerotate de la 1—60 de la meridianul 180° către est şi prin litere de la *A* la *V* de la ecuator către nord şi sud. În acest fel, se obţin 1 320 trapeze pentru fiecare emisferă (fig. 10.6).

Înseamnă că fiecare trapez este definit prin numărul fusului şi litera zonei care corespunde trapezului.

Prin Convenţia internaţională de la Paris, din anul 1913, s-a convenit ca fiecare trapez de 6° longitudine şi 4° latitudine să se reprezinte pe cîte o foaie de hartă la scara 1 : 1 000 000, cu indicarea cifrei şi literei corespunzătoare.

Teritoriul ţării noastre fiind cuprins între longitudinile estice 20°15′44″ şi 29°14′24″ şi între latitudinile 43°35′07″ şi 48°15′08″ înseamnă că se află pe fusele 34 şi 35 şi zonele *K*, *L* şi *M*.

Una dintre problemele de bază ale acestei proiecţii constă în trecerea de la scări mai mici la scări mai mari.

Astfel, pentru trecerea de la scara 1 : 1 000 000 la scara 1 : 500 000 trapezul de bază se împarte în patru prin meridiane şi paralele mediane,

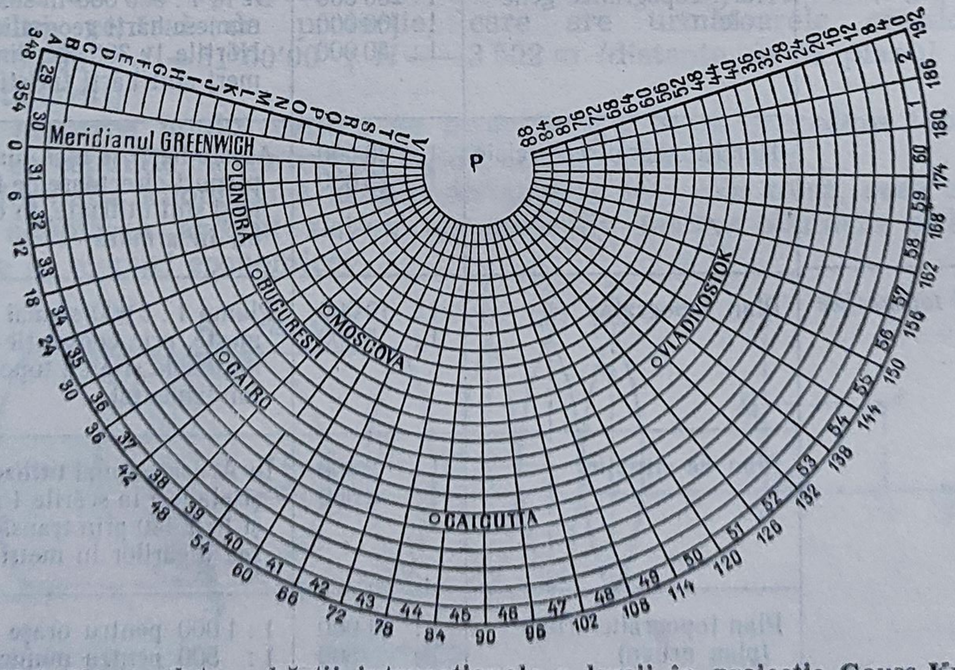


Fig. 10.6. Nomenclatura hărţii internaţionale a lumii în proiecţie Gauss-Krüger.

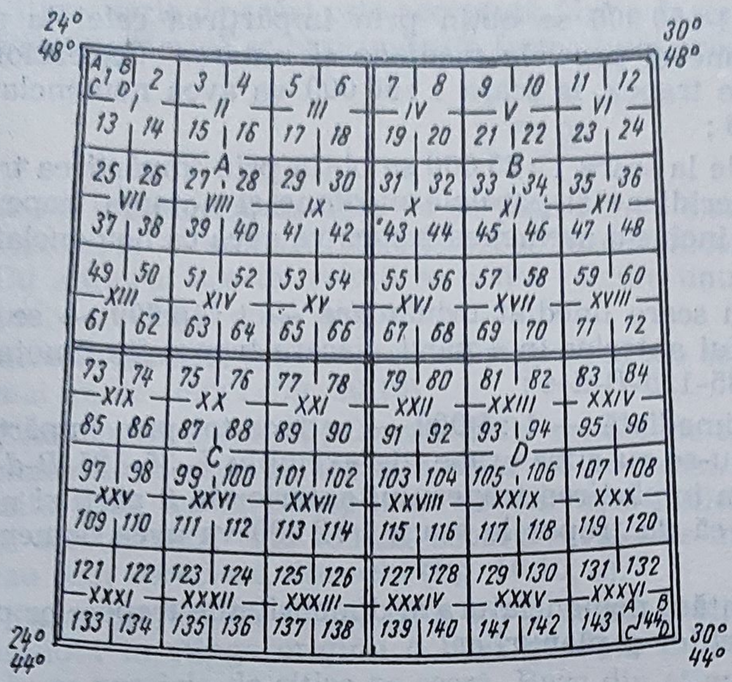


Fig. 10.7. Nomenclatura foilor de hartă la scările : 1 : 1 000 000 ; 1 : 500 000 și 1 : 100 000.

trapezele rezultate notîndu-se cu *A*, *B*, *C* și *D*. Harta 1 : 200 000 se obține prin împărțirea foii 1 : 1 000 000 în 36 părți, cu numerotarea trapezelor obținute cu cifre romane. Pentru harta cu scara 1 : 100 000 foaia fundamentală se împarte în 144 părți și se numerotează cu cifre arabe (fig. 10.7). La fiecare foaie de hartă se adaugă, dacă există, denumirea celei mai apropiate localități.

Pentru obținerea de hărți și planuri la scări mai mari se folosește următoarea nomenclatură (fig. 10.8 și fig. 10.9) :

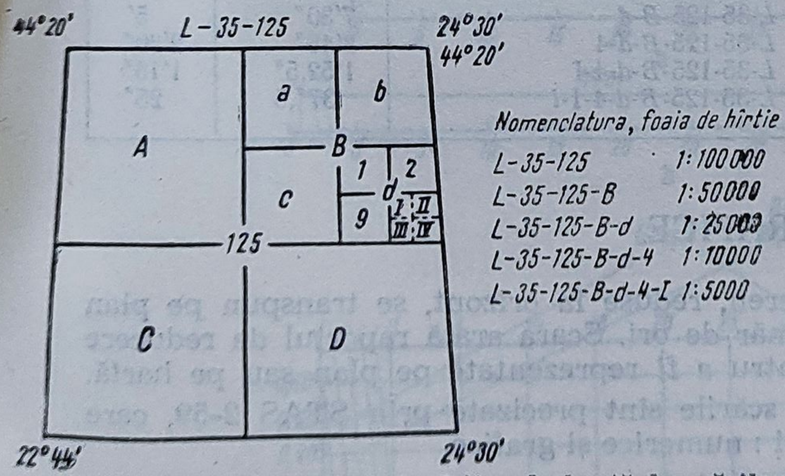


Fig. 10.8. Nomenclatura foilor de hartă la scările : 1 : 50 000 ; 1 : 25 000 ; 1 : 10 000 și 1 : 5 000.

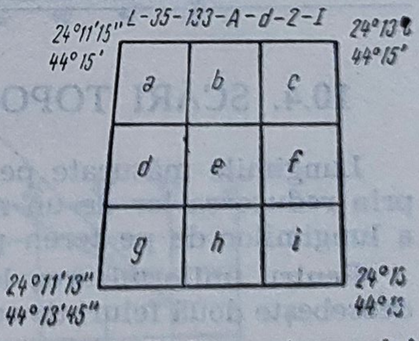


Fig. 10.9. Divizarea trapezului L-35-133-A-d-2-I de la scara 1 : 5 000 în 9 trapeze pentru scara 1 : 2 000 care au nomenclatura L-35. 133-A-2-I-a, ..., L-35-A-133-d-2-I-i.

— hărțile la scara 1 : 50 000 se obțin prin împărțirea celei la scara 1 : 100 000 prin meridiane și paralele mediane și notarea trapezelor cu litere mari. Un astfel de trapez, la scara 1 : 50 000 va avea nomenclatura, de exemplu, *L*-35-125-*B* ;

— planurile și hărțile la scara 1 : 25 000 se obțin prin împărțirea trapezelor anterioare prin meridiane și paralele mediane și notarea trapezelor noi cu litere mici, astfel încît un asemenea trapez va avea ca nomenclatură, de pildă, *L*-35-125-*B*-*d* ;

— împărțirea pentru scara imediat următoare — 1 : 10 000 — se face prin împărțirea trapezului anterior în 4 părți, fiecare trapez fiind notat cu cifre arabe, de pildă *L*-35-125-*B*-*d*-4 ;

— trecerea la scara imediată — 1 : 5 000 — se face tot prin împărțirea în patru, notarea făcîndu-se cu cifre arabe, de exemplu *L*-35-125-*B*-*d*-4-*I*, iar la scara 1 : 2 000 prin împărțirea trapezului anterior în 9 părți și notarea cu litere. Înseamnă că un trapez la scara 1 : 2 000 va avea nomenclatura *L*-35-125-*B*-*d*-4-*I*-*i*.

În tabelul 10.2 prezentăm nomenclatura și dimensiunile trapezelor pentru scările uzuale ale hărților și planurilor.

Tabelul 10.2

Nomenclatura foilor de hartă

Scara hărții	Nr. foilor de hartă cuprinse într-o foaie la scara 1:1 000 000	Nomenclatura	Dimensiunile	
			pe longitudine	pe latitudine
1 : 1 000 000	1	*L*-35	6°	4°
1 : 500 000	4	*L*-35-*A*	3°	2°
1 : 200 000	36	*L*-35-I	1°	40′
1 : 100 000	144	*L*-35-1	30′	20′
1 : 50 000	576	*L*-25-1-*A*	15′	10′
1 : 25 000	2 304	*L*-35-125-*B*-*d*	7′30″	5′
1 : 10 000	20 736	*L*-35-125-*B*-*d*-4	3′45″	2′30″
1 : 5 000	82 944	*L*-35-125-*B*-*d*-4-I	1′52,5″	1′15″
1 : 2 000	746 496	*L*-35-125-*B*-*d*-4-I-*i*	37″,5	25″

10.4. SCĂRI TOPOGRAFICE

Lungimile măsurate pe teren, reduse la orizont, se transpun pe plan prin reducerea lor de un număr de ori. Scara arată raportul de reducere a lungimilor de pe teren pentru a fi reprezentate pe plan sau pe hartă.

Pentru uniformizarea lor scările sînt precizate prin STAS 2-59, care deosebește două feluri de scări : numerice și grafice.

Scările numerice. Utilizate în măsurările terestre, sînt scări de reducere și ele se obțin din următoarele fracții :

$$\frac{1}{10^n}\,;\quad \frac{1}{2\cdot 10^n}\,;\quad \frac{1}{5\cdot 10^n}\,;\quad \frac{1}{2{,}5\cdot 10^n}\,;$$

Ultima serie de scări este acceptată fără a fi recomandată.
Scara numerică se exprimă sub forma unei proporții :

$$\frac{d}{D} = \frac{1}{N},$$

în care d reprezintă distanța de pe plan ; D — distanța de pe teren, redusă la orizont ; N — numărul de cîte ori se face reducerea.

Cu ajutorul acestei relații se poate calcula unul dintre elementele proporției, cunoscînd două dintre ele.

Scările grafice. Sînt reprezentări grafice ale scărilor numerice. Ele sînt de mai multe feluri (fig. 10.10).

Scara grafică simplă. Constă dintr-o linie pe care sînt aplicate gradații de mărimea, redusă la scară, a celor de pe teren. Valoarea unei diviziuni, numită *baza scării*, corespunde cu mărimea acelei distanțe pe teren. Precizia acestei scări este redusă deoarece valorile mai mici decît baza scării se iau prin apreciere, din ochi (fig. 10.10, *a*).

Scara grafică cu talon. Este tot o scară grafică simplă, care are însă reprodusă în stînga originii o bază gradată milimetric, prin aceasta sporindu-se precizia de citire pe scară. Baza din stînga originii poartă numele de *talon* (fig. 10.10, *b*).

Scara grafică transversală. Are la bază o scară grafică cu talon la care se trasează un număr de paralele, atîtea la număr de cîte ori se caută să se mărească precizia scării grafice cu talon. Astfel dacă precizia scării grafice cu talon este de 1 m și se trasează un număr de 5 paralele înseamnă că se obține o precizie de 0,20 m. Modul de lucru pentru preluarea sau aplicarea de distanțe se deduce din însăși construcția scării. Așa, de pildă, pentru aplicarea unei distanțe de 47,40 m (fig. 10.10, c) se urmărește paralela care corespunde zecilor de centimetrii, adică 0,40 m. Un vîrf al com-

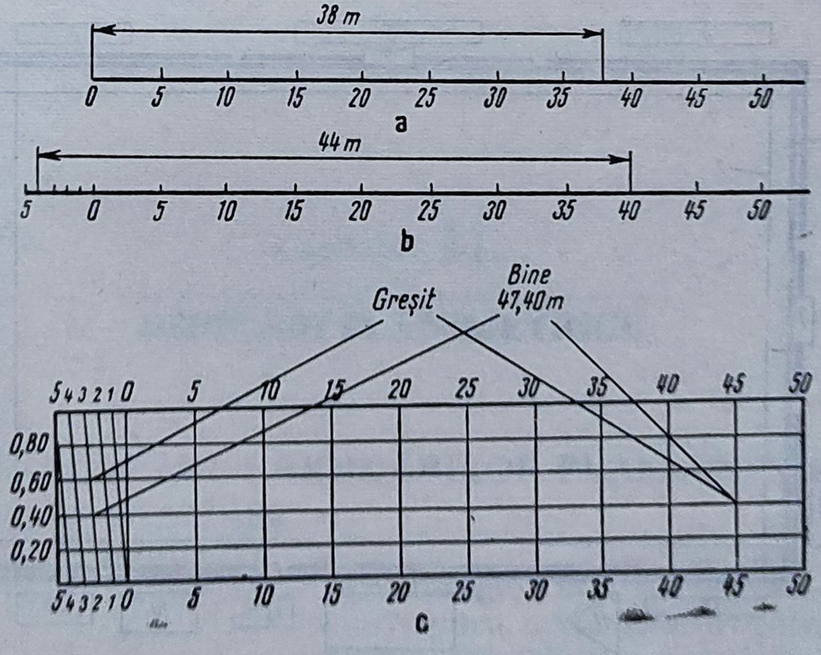


Fig. 10.10. Scări grafice.

pasului se fixează pe linia lui 0,40 m, la intersecţia verticalei de 45 m cu această paralelă. Celălalt vîrf al compasului se fixează la intersecţia oblicei de 2 m cu paralela de 0,40 m.

10.5. ELEMENTELE PLANURILOR ŞI HĂRŢILOR

În construcţia unei hărţi, întocmită în proiecţie Gauss-Krüger, se întîlnesc următoarele elemente, numărul de ordine corespunzînd cu cel de pe figura 10.11 :

1. Cadrul interior, care limitează imaginea hărţii.
2. Cadrul geografic, pe care sînt marcate prin segmente minutele.
3. Cadrul exterior, trasat mai mult pentru estetica hărţii.
4. Teritoriul cuprins.
5. Nomenclatura şi denumirea foii.
6. Caracterul hărţii.
7. Nomenclatura foilor vecine.
8. Textul prin care se interzice multiplicarea.
9. Elementele conţinutului hărţii care au fost reprezentate schematic.
10. Indicaţii privind valorile declinaţiei magnetice, convergenţei medii a meridianelor şi abaterii medii a acului magnetic.
11. Schema declinaţiei magnetice, a convergenţei meridianelor şi a abaterilor medii a acului magnetic.
12. Scara numerică şi grafică a hărţii ; indicaţii privind valoarea în teren a unui cm de pe hartă, sistemul de coordonate, sistemul de referinţă al înălţimilor, editorul.
13. Scara pantelor.
14. Schema frontierelor şi a limitelor administrative de ordinul 1.
15. Indicaţii redacţionale.

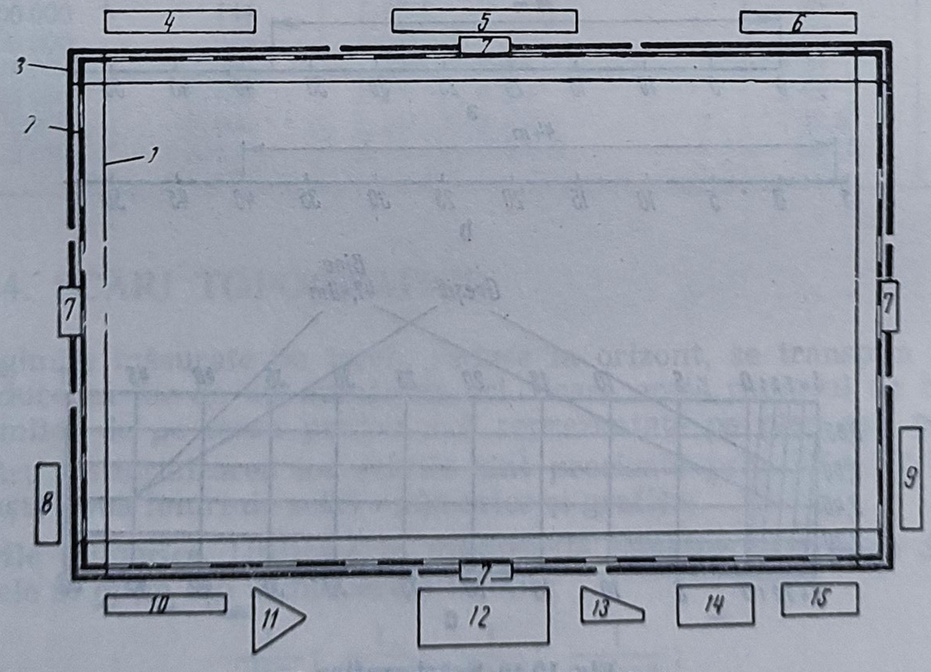


Fig. 10.11. Elementele hărţii.

10.6. SEMNE CONVENȚIONALE

Reprezentarea pe hartă sau pe plan a diferitelor obiecte de pe teren se face prin semne convenționale, clasificate în trei grupe : *de contur, de scară* și *explicative*.

Semne convenționale de contur. Se folosesc pentru redarea pe hartă a detaliilor necesare pentru scara adoptată, astfel încît acestea reprezintă figuri asemănătoare cu conturul de pe teren.

Semnele convenționale de scară. Se utilizează pentru reprezentarea elementelor care nu se pot raporta la scară. Mărimea lor nu indică dimensiunile obiectelor corespunzătoare de pe teren și este diferită cu scara planului. Ele indică precis locul obiectului prin centrul sau axele figurii pe care o simbolizează.

Semnele convenționale explicative. Completează primele două categorii. De pildă, o pădure, reprezentată prin conturul ei, poate cuprinde indicații privitoare la specie (foioase sau rășinoase) sau vîrstă (plantație tînără, arboret bătrîn, parchete exploatate etc.).

Semnele convenționale de toate tipurile, ca și adnotările și abrevierile utilizabile, sînt publicate în atlase de semne convenționale pe grupe de scări.

10.7. SCRIEREA ȘI COLORAREA

Pentru ca o hartă sau plan să fie realmente utilizabilă trebuie înscrise denumirile și inscripțiile referitoare la obiectele reale.

Atlasele de semne convenționale indică caracterele de litere, în raport cu scările uzuale și felul detaliilor care se reprezintă.

Atît semnele convenționale, cît și fondul acestora se colorează cu nuanțe și culori bine stabilite prin instrucțiuni și normative de fiecare instituție centrală care are în subordine unități de proiectare.

Capitolul 11.

RIDICĂRI PLANIMETRICE

11.1. CLASIFICAREA RIDICĂRILOR PLANIMETRICE (TOPOGRAFICE)

Prin *ridicare topografică* se înțelege, așa cum precizează STAS nr. 7488-66 privitor la terminologia pentru măsurările terestre, totalitatea operațiilor de proiectare, marcare, semnalizare, măsurare și calcule aferente, precum și reprezentarea pe planuri și hărți a unei suprafețe.

O primă clasificare a ridicărilor topografice se face în raport cu poziția punctelor, deosebindu-se *ridicări planimetrice* și *ridicări nivelitice*, după cum este vorba de poziția planimetrică sau nivelitică a punctelor. Aceste feluri de ridicări topografice se pot efectua concomitent sau separat.

Ridicările planimetrice se pot efectua pe cale grafică, numerică și fotogrammetrică. De cele mai multe ori ridicările se efectuează prin combinarea acestor metode.

Foarte sintetic, metodele planimetrice de ridicare în plan au caracteristicile pe care le indicăm în continuare.

Ridicările grafice în plan se caracterizează prin numărul redus de măsurări și, mai ales, de calcule. De cele mai multe ori planurile se realizează concomitent cu efectuarea măsurărilor. Ridicările grafice sînt expeditive și cu rezultate practice imediate, însă prezintă dezavantajul unei precizii reduse.

Ridicările numerice conduc la obținerea poziției punctelor prin elemente numerice bine definite : distanțe, unghiuri, distanțe și unghiuri, coordonate rectangulare. Ele necesită măsurări de teren mai precise și calcule cu un volum mai mare, însă permit obținerea poziției punctelor cu o precizie ridicată, fapt pentru care sînt utilizate în mod curent în producție.

11.2. METODE NUMERICE DE RIDICARE ÎN PLAN

Ridicările planimetrice numerice se realizează prin următoarele metode : *triangulația, intersecția, drumuirea, radierea* și *metoda punctelor echerice* (sau a perpendicularelor). În afara acestor metode cu caracter clasic, instrucțiunile recomandă o metodă perfecționată de drumuire denumită *poligonometria*, metodă pe care o vom prezenta în mod independent, date fiind condițiile și rezultatele care se obțin prin aplicarea ei.

Triangulația. Constă în determinarea coordonatelor unor puncte considerate de sprijin prin intermediul unor rețele de triunghiuri ale căror vîrfuri sînt materializate pe teren. Determinarea poziției planimetrice a punctelor se bazează pe rezolvarea trigonometrică a unui triunghi cu ajutorul unui număr redus de elemente măsurate pe teren, prelucrate apoi și transformate în coordonate pe baza relațiilor ce leagă unghiurile de laturi în triunghiuri.

Triunghiurile sînt grupate în forme diferite, în raport cu dispunerea pe teren a punctelor. Totalitatea triunghiurilor unei triangulații poartă denumirea de *canevas*.

Intersecția. Este o metodă pentru determinarea coordonatelor punctelor noi prin intersectarea direcțiilor dintre punctele noi și punctele cunoscute. Prin această metodă se realizează îndesirea punctelor de sprijin determinate prin triangulație la o densitate suficientă pentru ridicările planimetrice de detaliu.

Drumuirea. Se defineşte ca o metodă de ridicare în vederea determinării poziţiei planimetrice a punctelor reţelei de sprijin sau a punctelor de detaliu, care se bazează pe măsurări sau determinări liniare şi unghiulare. Metoda se foloseşte pentru ridicarea efectivă a detaliilor planimetrice şi numai în anumite cazuri se utilizează pentru determinarea de puncte de sprijin şi constă în măsurarea de distanţe şi unghiuri între liniile poligonale succesive care se formează prin unirea punctelor caracteristice ale suprafeţii.

Radierea. Este o altă metodă pentru obţinerea poziţiei planimetrice a punctelor de detaliu.

Lucrările de măsurare pe teren sînt mai puţin pretenţioase şi ele constau din obţinerea orientărilor şi distanţelor la punctele care interesează dintr-un punct de coordonate cunoscute.

Punctele se raportează grafic folosind elementele măsurate pe teren, orientări şi distanţe, care sînt, de fapt, coordonate polare ale punctelor, iar în cazul cînd se cere o precizie mai mare prin coordonate rectangulare.

Metoda perpendicularelor sau a punctelor echerice. Se bazează pe coborîrea de perpendiculare din punctele noi de detaliu pe direcţii determinate prin coordonate ale punctelor extreme. Poziţia punctelor se obţine de cele mai multe ori pe cale grafică, prin raportarea pe plan, după reducerea la scară, a distanţelor măsurate pe teren. Coborîrea perpendicularelor se face cu ajutorul echerelor topografice.

Poligonometria. Este, aşa cum s-a arătat anterior, o variantă modernă a metodei drumuirii. Ea conduce la obţinerea de puncte de sprijin şi numai accidental, fără a constitui obiectivul metodei, la puncte de detaliu.

Pentru a se asigura precizia cerută de punctele de sprijin măsurările pe teren, aceleaşi ca şi în cazul drumuirii, se fac cu aparate perfecţionate, de mare precizie, iar calculele cu folosirea de metode care asigură o mai mare exactitate.

11.3. OPERAŢIILE RIDICĂRILOR NUMERICE ÎN PLAN

Toate ridicările topografice planimetrice se bazează pe proiectul tehnic al acestora, fie că este vorba de lucrări complete sau de lucrări parţiale. Prin proiectul tehnic se stabilesc operaţiile pentru fiecare etapă, astfel încît să fie asigurată realizarea unui consum economic de forţe şi, în acelaşi timp, lucrări de calitate.

Indiferent de metodele de ridicare planimetrică, în aplicarea lor există o serie de etape comune, mai dezvoltate sau mai simplificate în raport cu complexitatea metodei. Aceste etape sînt :

— întocmirea proiectului tehnic al ridicării în plan ;
— recunoaşterea terenului ;
— marcarea şi semnalizarea punctelor ;
— efectuarea măsurărilor pe teren ;
— operaţii de prelucrare a datelor de teren ;
— redactarea planurilor.

Întocmirea proiectului tehnic al ridicării în plan. Întocmirea proiectului tehnic este precedată de culegerea și analiza datelor privitoare la lucrările executate anterior în zona respectivă. Aceste elemente se adaugă pe un plan sau hartă la o scară convenabilă și pe care se mai trasează punctele noi de sprijin care trebuie determinate, precum și contururile suprafețelor și punctele caracteristice care trebuie obținute.

Pe baza acestor date se stabilesc metodele prin care se vor face ridicările în plan, memoriul justificativ și devizul estimativ.

Proiectele sînt diferențiate pe categorii de lucrări : triangulație, poligonometrie etc.

Memoriul justificativ constă dintr-o piesă scrisă prin care se justifică necesitatea lucrărilor proiectate, conținutul lui fiind precizat prin instrucțiunile în vigoare.

Devizul estimativ se întocmește pe baza volumului de lucrări proiectate, a indicatorului de norme de deviz și a catalogului de prețuri pentru lucrările geotopografice în vigoare.

În situația cînd pentru zona respectivă nu se pot găsi planuri sau hărți mai vechi, se face o recunoaștere prealabilă a terenului cu care ocazie se întocmește, prin mijloace expeditive, o schiță a terenului, proiectul urmînd a se întocmi pe baza acestei schițe.

Recunoașterea terenului. Este etapa ulterioară întocmirii proiectului tehnic, necesară pentru identificarea punctelor de sprijin și a măsurărilor anterioare și, în același timp, în vederea definitivării proiectului.

După recunoașterea și semnalizarea punctelor de sprijin se verifică amplasamentul noilor puncte de sprijin, posibilitățile de vizare, iar în continuare, punctele de detaliu. Pentru toate punctele noi se controlează, pe lîngă amplasamentul lor, și celelalte condiții cerute de metoda de ridicare planimetrică.

Marcarea și semnalizarea punctelor. După recunoașterea terenului se definitivează proiectul tehnic al lucrării și se prezintă organelor locale în a căror competență intră aprobarea executării lucrării.

Marcarea și semnalizarea punctelor se execută numai după aprobarea proiectului tehnic deoarece pentru noile lucrări trebuie să fie asigurată finanțarea.

Efectuarea măsurărilor pe teren. Lucrările de măsurare sînt cele prevăzute în proiectul tehnic, potrivit cu metoda de ridicare în plan.

Aplicarea metodelor numerice de ridicare planimetrică necesită cunoașterea de unghiuri orizontale și verticale, orientări și distanțe. Nu toate aceste elemente sînt necesare tuturor metodelor în aceeași măsură. Astfel, atunci cînd se determină puncte noi de sprijin prin triangulație sau intersecție, se măsoară îndeosebi unghiuri și orientări. În aceste situații măsurarea de distanțe se situează pe un plan secundar, deoarece acestea se deduc din coordonatele punctelor cunoscute în cazul intersecției sau reprezintă un volum redus de lucrări, așa cum se întîmplă la aplicarea triangulației. În schimb, la aplicarea metodelor pentru obținerea punctelor de detalii sînt necesare unghiuri și distanțe în aceeași măsură.

Operații de prelucrare a datelor de pe teren. Elementele măsurate pe teren trebuie transformate în date raportabile pe plan ținînd seama de faptul că suprafața respectivă se proiectează pe un plan orizontal și că distanțele trebuie reduse la scara planului.

Volumul de calcule și amploarea lor sînt diferite în raport cu metoda planimetrică de ridicare în plan.

În cazul cînd punctele se raportează și trebuie definite prin coordonate rectangulare, calculele sînt mai numeroase și în același timp variate în raport cu rigurozitatea metodei.

La raportarea grafică a punctelor sînt necesare mai puține calcule, însă evident că și precizia de obținere a planurilor este mai mică.

Redactarea planurilor. Ultima etapă a unei ridicări topografice planimetrice o constituie redactarea planului sau a hărții.

Planurile se redactează pe hîrtie de format standardizat și la scările recomandate de instrucțiunile în vigoare.

În final se obține originalul planului care nu se întrebuințează pentru lucrările curente. Pentru documentația topografică necesară proiectelor diferitelor lucrări, originalul planului este copiat și multiplicat într-un număr suficient de exemplare.

11.4. OSATURA RIDICĂRILOR PLANIMETRICE

Pentru reprezentarea unitară, într-un sistem de proiecție dat, a suprafețelor pe care urmează să fie realizate diferite lucrări inginerești, este necesar ca măsurările necesitate de reprezentarea acestora să fie legate de *puncte de sprijin* a căror poziție să fie determinată cu rigurozitate.

Numărul punctelor de sprijin este proporțional cu suprafața și scara planurilor. Instrucțiunile în vigoare precizează densitatea punctelor pe suprafață.

Baza geodezică este formată din *puncte de triangulație* de ordin superior, care formează rețeaua de stat și din puncte de triangulație de ordin inferior, care formează rețeaua de îndesire a bazei geodezice.

Punctele de triangulație geodezică sînt împărțite în 5 ordine, în raport cu distanța dintre puncte. Deși mărimea distanțelor este variabilă, în țara noastră este în uz următoarea clasificare :

— ordinul I cu puncte situate la 20—60 km, în medie 30 km ;
— ordinul II cu puncte situate la 10—20 km, în medie 15 km ;
— ordinul III cu puncte situate la 5—10 km, în medie la 6,5—7,5 km ;
— ordinul IV cu puncte situate în medie la 3 km ;
— ordinul V cu puncte situate la 1—3 km, în medie 1,5 km.

Primele patru ordine formează triangulația geodezică de ordin superior, iar punctele de ordinul V triangulația geodezică de ordin inferior.

Punctele de ordin inferior au rolul să îndesească pe cele de ordin imediat superior (fig. 11.1) ; cele de ordinul II pe cele de ordinul I ; cele de ordinul III pe cele de ordinul II și așa mai departe.

Triangulația geodezică de ordin superior se desfășoară de-a lungul paralelelor și meridianelor, iar cele de ordin inferior pînă la realizarea unei densități de un punct la 2,5—5,0 km^2.

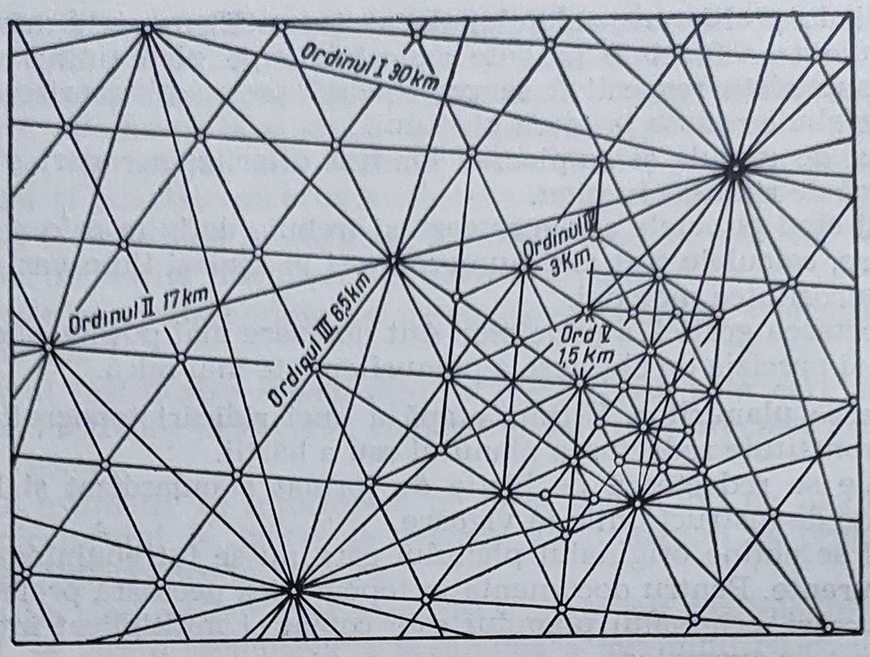


Fig. 11.1. Schema triangulației geodezice.

Rețelele de triunghiuri desfășurate de-a lungul meridianelor și paralelelor poartă denumirea de *rețele primordiale,* iar cele care fac legătura între rețelele primordiale se numesc *rețele complimentare.*

Rețeaua geodezică primordială este formată din 3 lanțuri de triunghiuri dispuse după paralele și din alte 3 lanțuri dispuse după meridiane, ele făcînd legătura cu cele a țărilor învecinate. Aceste lanțuri sînt următoarele :

— lanțul paralel nordic de 47°30′, situat între Satu-Mare și Roman, și care face parte din arcul paralel internațional Brest-Astrahan ;

— lanțul paralel de 45°, care cuprinde zona Carpaților Meridionali și se continuă cu zona Deltei Dunării, face parte din arcul paralel internațional mijlociu ;

— lanțul paralel Dunărea amplasat pe Dunăre de la Giurgiu și care se continuă pînă la Marea Neagră ;

— lanțul meridian vestic care cuprinde Munții Apuseni și Munții Banatului și face legătura la nord cu triangulația U.R.S.S., iar la sud cu cea a R. S. F. Iugoslavia ;

— lanțul de meridian central care cuprinde Carpații Răsăriteni și se leagă cu lanțul paralel Dunărea ;

— lanțul de meridian estic care se desfășoară pe țărmul românesc al Mării Negre și face legătura cu triangulația R. P. Bulgaria.

11.5. ÎNDESIREA PUNCTELOR DE SPRIJIN PRIN TRIANGULAȚII TOPOGRAFICE

În numeroase zone rețeaua de puncte de sprijin nu este suficientă pentru legarea măsurărilor de detaliu de punctele geodezice. Pentru completarea rețelei de puncte, ca și pentru stabilirea de puncte noi, se folosește triangulația topografică.

11.5.1. NOȚIUNI GENERALE DESPRE TRIANGULAȚIE

Triangulația topografică are în general aceleași caracteristici ca și triangulația geodezică, ea conducînd la obținerea de coordonate în urma rezolvării unor triunghiuri formate prin unirea punctelor și în care s-au măsurat în principal unghiurile, iar pentru 1—2 laturi orientări și lungimi.

Principalele caracteristici ale triangulației topografice sînt următoarele :

— alegerea punctelor noi se face cît mai aproape de suprafețele pe care se vor face măsurări de detaliu ;

— distanța dintre puncte poate varia între 1 și 3 km ;

— baza de triangulație are lungimea de 600—1 500 m ;

— la calculul laturilor nu se introduc corecții de curbură a pămîntului ;

— compensarea unghiurilor se face prin metode empirice.

Triunghiurile formate prin unirea punctelor se pot grupa în mod diferit, deosebindu-se următoarele forme de canevas (fig. 11.2) :

— poligon cu punct central (fig. 11.2, *a*), la care un număr de 4—7 triunghiuri au un punct comun care constituie centrul poligonului ;

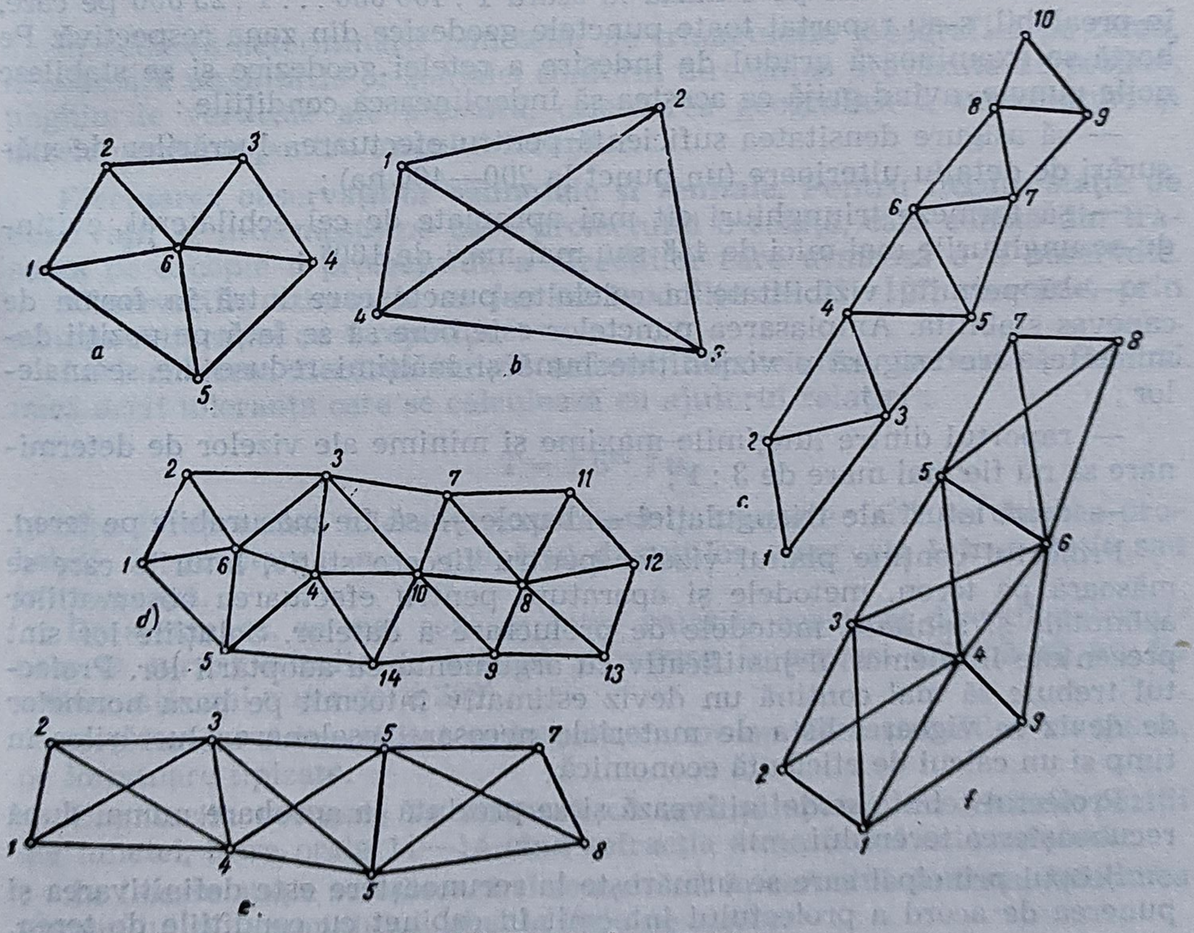


Fig. 11.2. Forme de canevas :
a — poligon cu punct central ; *b* — patrulater ; *c* — lanț de triunghiuri ; *d* — lanț de poligoane ; *e* — lanț de patrulatere ; *f* — rețea complexă.

— patrulater (fig. 11.2, *b*), la care prin unirea punctelor se formează o asemenea figură geometrică. Observaţiile se fac atît pe direcţiile laturilor, cît şi pe diagonale ;

— lanţ de triunghiuri (fig. 11.2, *c*), care grupează succesiv un număr de 10—12 triunghiuri ;

— lanţ de poligoane (fig. 11.2, *d*) la care la poligonul cu punct central iniţial, sînt adăugate poligoane de formă apropiată ;

— lanţ de patrulatere (fig. 11.2, *e*), format dintr-o succesiune de patrulatere ;

— reţea complexă (fig. 11.2, *f*), care grupează formele anterioare.

Alegerea formei de canevas depinde de operator, însă, în acelaşi timp, şi de precizia căutată, deoarece formele poligonale şi complexe de triangulaţie asigură o precizie mai mare decît lanţurile de triunghiuri sau de patrulatere.

11.5.2. ÎNTOCMIREA PROIECTULUI. RECUNOAŞTEREA TERENULUI. MARCAREA ŞI SEMNALIZAREA PUNCTELOR TRIANGULAŢIEI

Proiectarea se face pe o hartă la scara 1 : 100 000 . . . 1 : 25 000 pe care, în prealabil, s-au raportat toate punctele geodezice din zona respectivă. Pe hartă se examinează gradul de îndesire a reţelei geodezice şi se stabilesc noile puncte, avînd grijă ca acestea să îndeplinească condiţiile :

— să asigure densitatea suficientă pentru efectuarea lucrărilor de măsurări de detaliu ulterioare (un punct la 200—400 ha) ;

— să formeze triunghiuri cît mai apropiate de cel echilateral, evitîndu-se unghiurile mai mici de 40^g sau mai mari de 160^g ;

— să permită vizibilitate la celelalte puncte care intră în forma de canevas stabilită. Amplasarea punctelor este bine să se facă pe poziţii dominante, care asigură o vizibilitate bună şi înălţimi reduse ale semnalelor ;

— raportul dintre lungimile maxime şi minime ale vizelor de determinare să nu fie mai mare de 3 : 1 ;

— două laturi ale triangulaţiei — bazele — să fie măsurabile pe teren.

Proiectul conţine planul vizelor pentru fiecare staţie, laturile care se măsoară pe teren, metodele şi aparatura pentru efectuarea observaţiilor azimutale şi zenitale, metodele de prelucrare a datelor. Soluţiile lor sînt prezentate în memoriul justificativ cu argumentarea adoptării lor. Proiectul trebuie să mai conţină un deviz estimativ întocmit pe baza normelor de deviz în vigoare, lista de materiale necesare, eşalonarea lucrărilor în timp şi un calcul de eficienţă economică.

Proiectul tehnic se definitivează şi se prezintă la aprobare numai după recunoaşterea terenului.

Scopul principal care se urmăreşte la recunoaştere este definitivarea şi punerea de acord a proiectului întocmit în cabinet cu condiţiile de teren.

În urma recunoaşterii terenului se definitivează proiectul tehnic, modificîndu-se anteproiectul în raport de condiţiile existente pe teren.

După aprobarea proiectului tehnic se trece la marcarea și semnalizarea punctelor noi, iar după caz refacerea bornelor și semnalelor punctelor vechi.

Pe bornă se înscrie numărul punctului. Punctele geodezice de ordinul V, ca și cele de triangulație topografică, se numerotează pe trapeze, la scara 1 : 25 000, cu cifre arabe în ordinea crescîndă a numerelor, începînd cu numărul 1 pentru fiecare trapez. Numerotarea începe de la marginea de nord-vest a trapezului, pe rînduri orizontale.

Pentru a se asigura vizibilitatea lor, punctele topografice se semnalizează cu balize sau piramide topografice, înălțimea lor fiind stabilită cu ocazia recunoașterii terenului. În toate cazurile, dacă condițiile de utilizare ale rețelei de triangulație permit, în locul semnalelor geodezice fixe, se recomandă să fie utilizate cele portative sau demontabile.

Pentru găsirea ușoară pe teren a punctelor triangulației, pentru fiecare punct se întocmește o descriere, conform unui model tipizat.

Semnalele topografice și bornele se predau cu proces-verbal pentru păstrare, în bune condiții, consiliilor populare comunale pe teritoriul cărora se află.

11.5.3. LUCRĂRI DE MĂSURARE PE TEREN

În vederea determinării punctelor de triangulație topografică pe teren, se măsoară unghiurile orizontale, conform direcțiilor prevăzute de proiect, unghiurile verticale ale acestora, orientarea geografică a unor laturi și bazele necesare pentru calculul laturilor.

Efectuarea observațiilor azimutale și zenitale. Pentru fiecare stație de observații se întocmește pe baza proiectului o schiță, care constă din trasarea pe o copie a proiectului, a direcțiilor care urmează a fi observate.

Observațiile azimutale se fac cu teodolite de $2^c - 10^{cc}$ precizie, prin metoda reiterației cu 4 repetiții.

La închiderea fiecărui tur de orizont, nepotrivirea trebuie să fie mai mică decît toleranța care se calculează cu ajutorul relației :

$$T = \pm 6^{cc} \sqrt{n},$$

în care T reprezintă toleranța exprimată în secunde ; 6^{cc} — eroarea probabilă de punctare ; n — numărul direcțiilor observate într-o stație sau într-o grupă.

De asemenea, se mai cere ca între valorile acelorași direcții determinate în tururi diferite de orizont și reduse la aceeași origină să nu fie o diferență mai mare de $\pm 20^{cc}$.

Rezultatele observațiilor se înscriu, în creion, fără ștersături cu guma, pe formulare tipizate.

Unghiurile verticale se măsoară cu același aparat, cu ambele poziții ale lunetei, între orele 11—14 cînd refracția atmosferică este minimă.

În fiecare stație se măsoară și se notează în carnetul de teren înălțimea aparatului și a semnalului, pînă la linia de vizare.

În carnetul de teren se schițează semnalul vizat pentru fiecare punct observat, notîndu-se cu o linie orizontală locul unde s-a făcut viza.

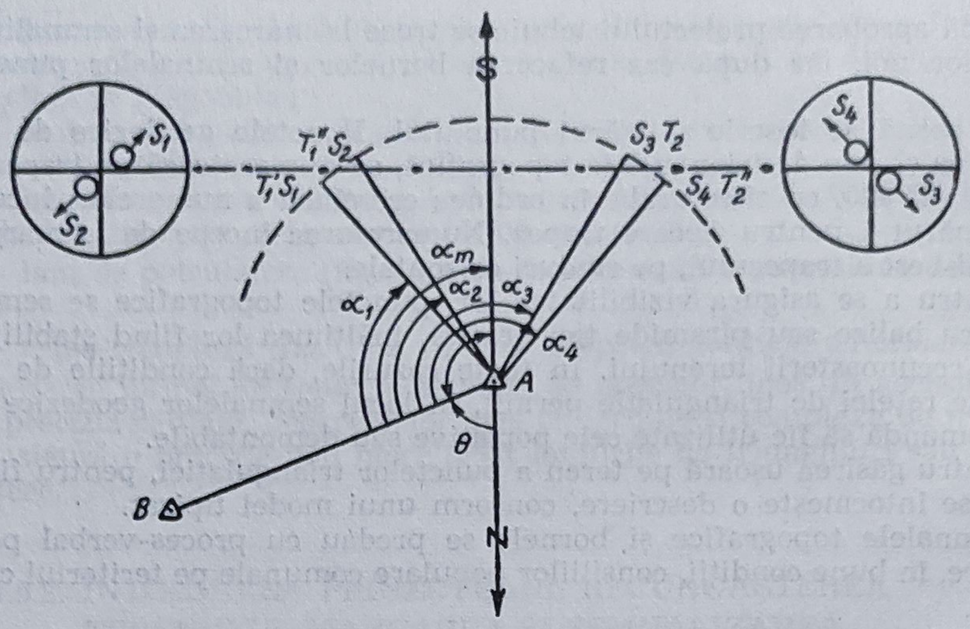


Fig. 11.3. Determinarea orientării geografice prin observarea Soarelui la înălțimi egale.

Determinarea direcției meridianului geografic. Pentru calculul coordonatelor punctelor este necesară cunoașterea orientării laturilor. În acest scop pe teren se măsoară orientarea geografică a uneia sau mai multor laturi de triangulație, de preferat chiar a bazei de triangulație.

Determinarea direcției meridianului geografic se poate efectua ziua prin observarea Soarelui la înălțimi egale, iar noaptea prin observarea Stelei polare.

Determinarea orientării geografice prin observarea Soarelui la înălțimi egale se realizează prin observarea acestuia cu teodolitul în zile senine între orele 9—10 și 14—15. Considerînd că trebuie obținută orientarea aliniamentului AB (fig. 11.3) se instalează aparatul în punctul A în jurul orei 9 și se vizează la pozițiile S_1 și S_2 cu imaginea Soarelui tangentă la firele reticulare. Se fac 2 vize deoarece imaginea Soarelui fiind mare nu se poate viza centrul imaginii. Pentru fiecare viză se fac citiri atît pe cercul orizontal cît și pe cel vertical, notîndu-se în cernetul de teren α_1, v_1, α_2, v_2 precum și timpul observației t_1 și t_2.

Înainte de a se viza la Soare se adaptează la teodolit un ocular colorat sau o sticlă mată, pentru a nu provoca supărări ochiului.

Pentru stabilirea momentului trecerii Soarelui la meridian este necesar ca observațiile să fie repetate la un timp egal, după ora 12.

După aceste vizări se vor obține observațiile α_3, v_3, t_3 și α_4, v_4 și t_4.

Pentru controlul observațiilor se face închiderea în tur de orizont cu respectarea toleranței impusă de precizia instrumentului.

În vederea obținerii valorii orientării aliniamentului, se efectuează următoarele calcule :

— compensarea erorii de neînchidere în tur de orizont prin repartizarea în progresie aritmetică a erorii de neînchidere, evident cînd aceasta este mai mică decît toleranța ;

— calculul unghiului mediu :

$$\alpha_m = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4}{4};$$

— calculul timpului mediu :

$$t = \frac{\frac{t_3 + t_4}{2} - \frac{t_1 + t_2}{2}}{2},$$

— calculul orientării aliniamentului $\overline{A\text{-}B}$:

$$\theta_{\overline{A\text{-}B}} = 200^g - \alpha_m.$$

Valoarea găsită reprezintă orientarea căutată numai în cazul cînd observaţiile s-au făcut la solstiţiu. Pentru observaţiile făcute în alte perioade trebuie aplicată corecţia de declinaţie, care se calculează cu ajutorul relaţiei :

$$C = \pm \frac{t \cdot \Delta d}{\cos \varphi \sin 15\, t},$$

în care : t este timpul mediu exprimat în minute ; Δd — variaţia declinaţiei Soarelui în decurs de o oră. Valoarea ei se extrage din Anuarul astronomic ; φ — latitudinea locului.

Semnul corecţiei este pozitiv pentru determinările făcute în perioada 21 iunie—21 decembrie şi negativ pentru cele din perioada 21 decembrie—21 iunie.

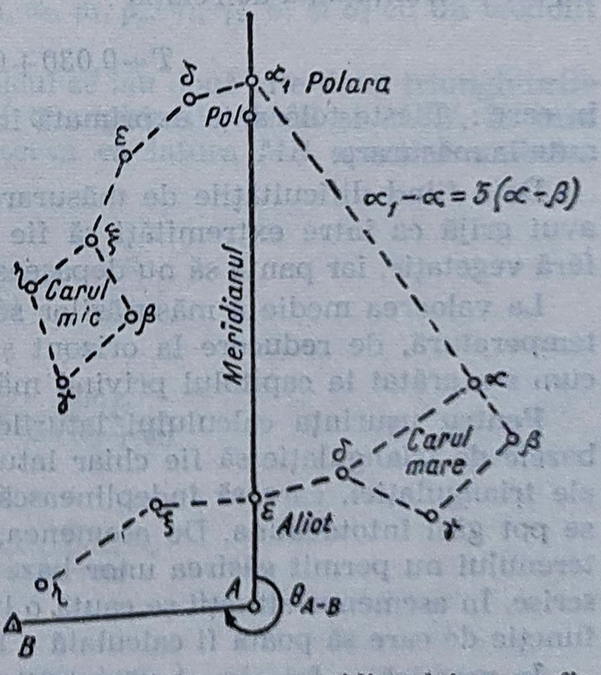
Pentru determinările mai riguroase se mai aplică o corecţie de paralaxă şi una de refracţie atmosferică.

Corecţia de paralaxă este în funcţie de mărimea unghiului vertical şi are valoarea de 30^{cc} pentru unghiuri verticale mai mici de 26^g şi de 20^{cc} pentru unghiuri verticale mai mari. Această corecţie este totdeauna cu semnul plus.

Corecţia de refracţie atmosferică este, de asemenea, în funcţie de unghiul vertical, are semnul negativ, iar valoarea ei se extrage din tabele anume construite. Valorile sînt cuprinse între 10^{cc} şi 20^{cc}.

Determinarea orientării geografice cu ajutorul Stelei polare se practică mai des decît cu ajutorul Soarelui, deoarece, cu toate inconvenientele observaţiilor de noapte, vara nopţile sînt mai senine decît zilele (fig. 11.4).

Considerînd că trebuie determinată orientarea aliniamentului $\overline{AB}$ se instalează teodolitul în punctul A, se vizează cu zerourile în coincidenţă la punctul B, iar apoi la Steaua Polară, care se ştie că în-



11.4. Determinarea meridianului geografic prin observaţii asupra Stelei polare.

dică poziția nordului, după care se vizează pentru închiderea turului de orizont la punctul B.

Orientarea dreptei AB va fi :

$$\theta_{AB}=400^g-\alpha_A,$$

în care : α_A este unghiul format de aliniament cu direcția Stelei polare, compensat în cazul neînchiderii în tur de orizont.

Ceea ce este important la aplicarea acestui procedeu este identificarea Stelei polare. Această operație este relativ ușoară deoarece se știe că Steaua polară se află în prelungirea osiei din spate a Carului Mare, la o distanță de 5 ori cît depărtarea dintre stelele α și β, care se spune că formează osia din spate a Carului Mare.

Evident că acest procedeu se poate aplica numai cu teodolitele care sînt prevăzute cu posibilități de iluminare interioară și o sursă proprie de alimentare cu curent electric. Este de menționat faptul că la asemenea măsurări nu sînt necesare observații la fiecare poziție și nu se aplică corecția de declinație.

Măsurarea bazelor de triangulație. Unul din avantajele de bază ale metodei triangulației îl constituie faptul că necesită puține măsurări de distanțe pe teren, iar în cazul cînd una din laturi se sprijină pe puncte determinate anterior lungimea ei poate fi dedusă din coordonatele punctelor. Acest lucru nu este posibil în cazul triangulațiilor topografice decît în mod întîmplător, astfel încît este necesară măsurarea efectivă cu ajutorul instrumentelor a 1—2 baze de triangulație, laturi ale triunghiurilor.

Măsurarea se face de obicei cu ajutorul panglicii de oțel de 50 m, verificată și etalonată în prealabil. Parcurgerea bazei se face de 3 ori dus și întors, între rezultatele măsurărilor admițîndu-se nepotriviri care nu pot depăși toleranța dată de relația :

$$T=0{,}030+0{,}002\sqrt{D},$$

în care : T este toleranța exprimată în metri ; D — media valorilor obținute la măsurare.

Date fiind dificultățile de măsurare a bazelor, la alegerea lor trebuie avut grijă ca între extremități să fie vizibilitate, terenul să fie stabil și fără vegetație, iar panta să nu depășească 6—7°.

La valoarea medie a măsurărilor se aplică corecțiile : de etalonare, de temperatură, de reducere la orizont și de reducere la nivelul mării, așa cum s-a arătat la capitolul privind măsurarea directă a distanțelor.

Pentru ușurința calculului laturilor triunghiurilor este preferabil ca bazele de triangulație să fie chiar laturi ale triangulației. Astfel de laturi ale triangulației, care să îndeplinească condițiile care se pun bazelor, nu se pot găsi întotdeauna. De asemenea, mai apar situații cînd dificultățile terenului nu permit găsirea unor baze care să corespundă condițiilor prescrise. În asemenea situații se caută o lungime măsurabilă în bune condiții, funcție de care să poată fi calculată o latură a triangulației.

În practică se folosesc două soluții pentru asemenea situații și anume : baza frîntă și baza scurtă.

Bază frîntă (fig. 11.5, *a*) constituie o soluție prin care se ajunge la lungimea bazei sau laturii de triangulație prin intermediul unui punct ajutător *C*. În triunghiul *ABC* se măsoară laturile *AC* și *BC* cu instrumente și metode recomandate pentru baza de triangulație, precum și unghiurile α și β cu teodolite de precizie.

Baza de triangulație se obține fie prin proiectarea laturii *AC* și *BC* pe bază, fie prin aplicarea teoremei generalizate a lui Pitagora, obținîndu-se relațiile :

$$AB = AC \cos \alpha + BC \cos \beta$$

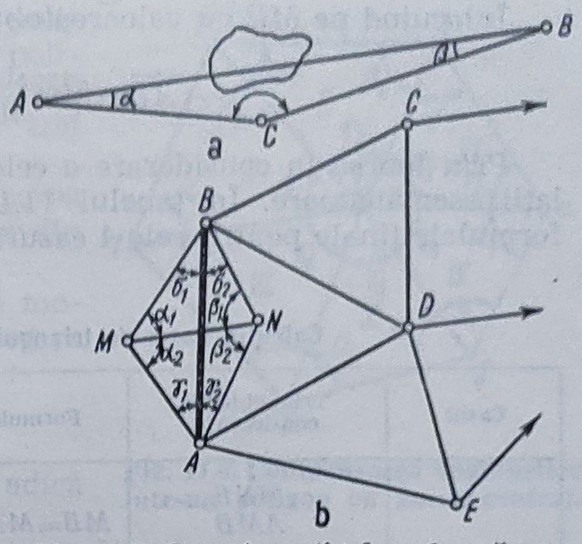


Fig. 11.5. Cazuri particulare la măsurarea bazelor de triangulație :
a — baza frîntă ; *b* — baza scurtă.

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \gamma},$$

în care : $\gamma = 200^g - (\alpha + \beta)$.

Se recomandă ca baza de triangulație să se calculeze prin ambele formule, în calculele ulterioare urmînd a se folosi media celor două valori.

Baza scurtă (fig. 11.5, *b*) este o linie perpendiculară pe latura a cărei lungime se caută, cu posibilități de măsurare directă și avînd mărimea de cel puțin 1/3 din baza de triangulație.

Pe teren se măsoară baza scurtă *MN* cu aceeași grijă ca și o bază de triangulație, precum și unghiurile α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2, δ_1 și δ_2 cu un teodolit de precizie.

Pentru deducerea relațiilor de calcul se iau două cîte două triunghiurile formate în poligonul *AMBN*. Luînd triunghiurile *AMB* și *MBN*, în care se scrie teorema sinusurilor, se observă că latura *MB* aparține ambelor triunghiuri :

Din triunghiul *NMB* rezultă :

$$\frac{MN}{\sin (\delta_1 + \delta_2)} = \frac{MB}{\sin \beta_1},$$

de unde :

$$MB = MN \frac{\sin \beta_1}{\sin (\delta_1 + \delta_2)}$$

iar din triunghiul *ABM* :

$$\frac{MB}{\sin \gamma_1} = \frac{AB}{\sin (\alpha_1 + \alpha_2)},$$

de unde :

$$AB = MB \frac{\sin (\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \gamma_1}.$$

Înlocuind pe MB cu valoarea obținută în primul triunghi se ajunge la :

$$\overline{AB} = \overline{MN} \frac{\sin \beta_1 \sin (\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \gamma_1 \sin (\delta_1 + \delta_2)}.$$

Prin luarea în considerare a celorlalte triunghiuri perechi se obțin relații asemănătoare. În tabelul 11.1 sînt date formulele intermediare și formulele finale pentru cele 4 cazuri posibile.

Tabelul 11.1

Calculul bazei de triangulație cu ajutorul bazei scurte

Cazul	Triunghiurile considerate	Formula intermediară	Formula finală
I	MNB AMB	$MB = MN \frac{\sin \beta_1}{\sin (\delta_1 + \delta_2)}$	$AB = MN \frac{\sin \beta_1 \sin (\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \gamma_1 \sin (\delta_1 + \delta_2)}$
II	MNB ABN	$BN = MN \frac{\sin \alpha_1}{\sin (\delta_1 + \delta_2)}$	$AB = MN \frac{\sin \alpha_1 \sin (\beta_1 + \beta_2)}{\sin \gamma_2 \sin (\delta_1 + \delta_2)}$
III	AMN ABM	$MA = MN \frac{\sin \beta_2}{\sin (\gamma_1 + \gamma_2)}$	$AB = MN \frac{\sin \beta_2 \sin (\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \delta_1 \sin (\gamma_1 + \gamma_2)}$
IV	AMN ABN	$NA = MN \frac{\sin \alpha_2}{\sin (\gamma_1 + \gamma_2)}$	$AB = MN \frac{\sin \alpha_2 \sin (\beta_1 + \beta_2)}{\sin \delta_2 \sin (\gamma_1 + \gamma_2)}$

Calculul bazei de triangulație se face prin toate cele patru formule. Ca valoare a bazei se ia media celor patru rezultate, în cazul cînd ecartul maxim este mai mic decît toleranța admisă la măsurarea bazelor de triangulație.

11.5.4. COMPENSAREA UNGHIURILOR UNEI TRIANGULAȚII TOPOGRAFICE

Compensarea unghiurilor triangulației reprezintă una din operațiile importante de prelucrare a unghiurilor unei triangulații în vederea geometrizării rețelei de triunghiuri.

Operația de geometrizare se realizează prin metoda empirică concepută de Lehagre-Brönimann, diferită ca mod de aplicare în diferitele forme de canevas.

Prin compensarea unghiurilor se urmărește realizarea condițiilor privitoare la :

— suma unghiurilor din fiecare triunghi ;

— suma unghiurilor în jurul unui punct sau din patrulater ;

— realizarea raportului de egalitate dintre laturi și sinusurile unghiurilor opuse, așa-numitul acord al laturilor.

Compensarea unghiurilor într-un poligon cu punct central. În cazul unui poligon cu punct central realizarea celor trei condiții enunțate se realizează prin trei compensări (fig. 11.6).

Compensarea I urmărește realizarea condiției privitoare la suma unghiurilor din fiecare triunghi.

Astfel, pentru primul triunghi (și modul de lucru rămîne valabil pentru fiecare triunghi în parte) trebuie să se obțină :

$$\alpha_1+\beta_1+\gamma_1=200^g.$$

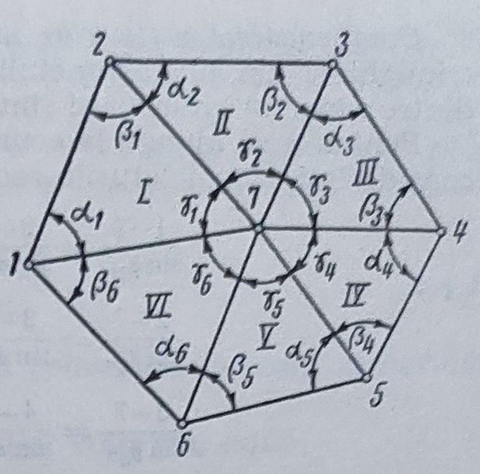


Fig. 11.6. Compensarea unghiurilor într-un poligon cu punct central.

În cazul cînd apare o neînchidere, adică se obține :

$$\alpha_1+\beta_1+\gamma_1=200^g\pm e_1,$$

este necesar ca $e_1 \leqslant T_1$; $T_1=48^{cc}$.

Eroarea se împarte în mod egal la cele trei unghiuri astfel încît vom avea :

$$\alpha_{1'}=\alpha_1\mp\frac{e_1}{3};\quad \beta_{1'}=\beta_1\mp\frac{e_1}{3};\quad \gamma_{1'}=\gamma_1\mp\frac{e_1}{3}.$$

După compensarea unghiurilor suma lor trebuie să fie egală cu 200^g.

Compensarea a II-a caută să îndeplinească condiția privitoare la suma unghiurilor din jurul punctului central, adică :

$$\gamma_{1'}+\gamma_{2'}+\ldots+\gamma_{n'}=400^g.$$

În cazul cînd apare o nepotrivire, adică se obține :

$$\gamma_{1'}+\gamma_{2'}+\ldots+\gamma_{n'}=400^g\pm e_2.$$

Se poate trece la compensare dacă $e_2 \leqslant T_2$, iar $T_2=16\sqrt{n}$, unde n reprezintă numărul de unghiuri din jurul punctului central.

Compensarea se face prin repartizarea în mod egal a erorii de închidere, în cazul exemplului din fig. 11.7, împărțindu-se la cele 6 unghiuri. Se obțin unghiurile ;

$$\gamma_{1''}=\gamma_{1'}\mp\frac{e_2}{6};\quad \gamma_{2''}=\gamma_{2'}\mp\frac{e_2}{6};\ \ldots\ ;\quad \gamma_{6''}=\gamma_{6'}\mp\frac{e_2}{6}.$$

Prin aceasta echilibrul realizat la prima compensare s-a stricat, astfel încît este necesară o revenire la prima compensare. Aceasta înseamnă că corecția $\frac{e_2}{6}$ aplicată în fiecare triunghi, trebuie redistribuită cu semn opus la unghiurile marginale. În acest mod se obțin unghiurile :

$$\alpha_{1''}=\alpha_{1'}\pm\frac{e_2}{12};\quad \alpha_{2''}=\alpha_{2'}\pm\frac{e_2}{12};\ \ldots\ ;\quad \alpha_{6''}=\alpha_{6'}\pm\frac{e_2}{12}$$

$$\beta_{1''}=\beta_{1'}\pm\frac{e_2}{12};\quad \beta_{2''}=\beta_{2'}\pm\frac{e_2}{12};\ \ldots\ ;\quad \beta_{6''}=\beta_{6'}\pm\frac{e_2}{12}.$$

Compensarea a III-a se aplică pentru a se realiza pentru grupul de triunghiuri din jurul punctului central acordul laturilor, adică egalitatea dintre raportul laturilor și sinusurile unghiurilor opuse.

Pentru a se ajunge la ecuația de condiție se scrie teorema sinusurilor, considerînd numai laturile radiale. În acest fel se obțin relațiile :

$$\begin{aligned}
&\frac{1-7}{\sin \beta_{1''}} = \frac{2-7}{\sin \alpha_{1''}} \text{ în triunghiul I ;}\\
&\frac{2-7}{\sin \beta_{2''}} = \frac{3-7}{\sin \alpha_{2''}} \text{ în triunghiul II ;}\\
&\frac{3-7}{\sin \beta_{3''}} = \frac{4-7}{\sin \alpha_{3''}} \text{ în triunghiul III ;}\\
&\frac{4-7}{\sin \beta_{4''}} = \frac{5-7}{\sin \alpha_{4''}} \text{ în triunghiul IV ;}\\
&\frac{5-7}{\sin \beta_{5''}} = \frac{6-7}{\sin \alpha_{5''}} \text{ în triunghiul V ;}\\
&\frac{6-7}{\sin \beta_{6''}} = \frac{1-7}{\sin \alpha_{6''}} \text{ în triunghiul VI.}
\end{aligned} \tag{11.1}$$

Din inversarea membrilor comparațiilor rezultă :

$$\frac{1-7}{2-7} = \frac{\sin \beta_{1''}}{\sin \alpha_{1''}}; \quad \frac{2-7}{3-7} = \frac{\sin \beta_{2''}}{\sin \alpha_{2''}}; \quad \ldots; \quad \frac{6-7}{1-7} = \frac{\sin \beta_{6''}}{\sin \alpha_{6''}} \tag{11.2}$$

Înmulțind între ele relațiile de la 11.2 rezultă :

$$\frac{1-7 \cdot 2-7 \cdot 3-7 \ldots 6-7}{2-7 \cdot 3-7 \cdot 4-7 \ldots 1-7} = \frac{\sin \beta_{1''} \sin \beta_{2''} \ldots \sin \beta_{6''}}{\sin \alpha_{1''} \sin \alpha_{2''} \ldots \sin \alpha_{6''}} \tag{11.3}$$

Notînd cu :

$$\begin{aligned}
P_\beta &= \sin \beta_{1''} \cdot \sin \beta_{2''} \ldots \sin \beta_{6''}\\
P_\alpha &= \sin \alpha_{1''} \cdot \sin \alpha_{2''} \ldots \sin \alpha_{6''}
\end{aligned} \tag{11.4}$$

și făcînd simplificările la termenii din partea dreaptă, se obține :

$$1 = \frac{P_\beta}{P_\alpha} \quad \text{sau} \quad P_\beta = P_\alpha. \tag{11.5}$$

Înseamnă că produsul sinusurilor unghiurilor β trebuie să fie egal cu produsul sinusurilor unghiurilor α, în ambele cazuri fiind vorba de unghiurile compensate după verificarea primelor două condiții.

Această condiție dacă nu este îndeplinită înseamnă că unghiurile trebuie corectate cu o cantitate X care se adaugă la unghiurile α și se scade din unghiurile β, cînd $P_\beta > P_\alpha$ și invers, cînd $P_\beta < P_\alpha$.

Rezultă că ecuația 11.5 va fi valabilă atunci cînd vom avea :

$$\begin{aligned}
&\sin (\beta_{1''} - x) \sin (\beta_{2''} - x) \ldots \sin (\beta_{6''} - x) = \sin (\alpha_{1''} + x) \sin (\alpha_{2''} + x) \ldots\\
&\qquad \ldots \sin (\alpha_{6''} + x)
\end{aligned} \tag{11.6}$$

Pentru a simplifica calculul și notația vom suprima semnul secund, iar pentru a înlocui produsul sinusurilor unor sume vom folosi dezvoltarea în serie Taylor.

Ocupîndu-ne mai întîi de termenii din partea stîngă, unde avem produsul sinusurilor unor diferențe, reamintim dezvoltarea în seria Taylor care, în cazul de față, are forma :

$$\sin(\beta - x) = \sin\beta - x\frac{d\sin\beta}{d\beta} + \dots \tag{11.7}$$

În expresia de mai sus s-au scris numai primii doi termeni ai dezvoltării în serie.

Pentru simplificarea înlocuirii și a notației vom mai nota :

$$\frac{d\sin\beta}{d\beta} = \Delta\beta\,, \tag{11.8}$$

aceasta fiind diferența tabulară pentru fiecare unghi.

Înlocuind în prima parte, cea din stînga, a ecuației 11.6 vom obține :

$$\sin(\beta_1 - x)\sin(\beta_2 - x)\dots\sin(\beta_6 - x) = (\sin\beta_1 - x\Delta\beta_1)(\sin\beta_2 - x\Delta\beta_2)\dots$$
$$(\sin\beta_6 - x\Delta\beta_6) \tag{11.9}$$

Făcînd produsul înlocuirii prin dezvoltare în serie se ajunge la :

$$(\sin\beta_1 - x\Delta\beta_1)(\sin\beta_2 - x\Delta\beta_2)\dots(\sin\beta_6 - x\Delta\beta_6) =$$

$$= \sin\beta_1\ \sin\beta_2\dots\sin\beta_6 - x\frac{\Delta\beta_1}{\sin\beta_1}\sin\beta_1\sin\beta_2\dots\sin\beta_6 -$$

$$-x\frac{\Delta\beta_2}{\sin\beta_2}\sin\beta_1\sin\beta_2\dots\sin\beta_6 - \dots - x\frac{\Delta\beta_6}{\sin\beta_6}\sin\beta_1\sin\beta_2\dots\sin\beta_6\,. \tag{11.10}$$

Folosind notația introdusă la 11.4, relația 11.10 se va scrie :

$$B = P_\beta - x\frac{\Delta\beta_1}{\sin\beta_1}P_\beta - x\frac{\Delta\beta_2}{\sin\beta_2}P_\beta - \dots - x\frac{\Delta\beta_6}{\sin\beta_6}P_\beta. \tag{11.11}$$

Dînd factor comun pe P_β, relația va lua forma :

$$B = P_\beta\left[1 - x\left(\frac{\Delta\beta_1}{\sin\beta_1} + \frac{\Delta\beta_2}{\sin\beta_2} + \dots + \frac{\Delta\beta_6}{\sin\beta_6}\right)\right]. \tag{11.12}$$

Notînd suma diferențelor tabulare cu S_β, adică :

$$S_\beta = \frac{\Delta\beta_1}{\sin\beta_1} + \frac{\Delta\beta_2}{\sin\beta_2} + \dots + \frac{\Delta\beta_6}{\sin\beta_6}\,, \tag{11.13}$$

expresia lui B se va scrie :

$$B = P_\beta(1 - xS_\beta). \tag{11.14}$$

Printr-un calcul analog și ținînd seama de semnele dezvoltării în serie pentru termenii din dreapta ecuației (11.6), se va ajunge la o relație asemănătoare :

$$A = P_\alpha(1 + xS_\alpha) \tag{11.15}$$

Întrucît $P_\beta = P_\alpha$, sau în noua notaţie $B=A$, rezultă că se poate scrie :

$$P_\beta(1-xS_\beta)=P_\alpha(1+xS_\alpha). \tag{11.16}$$

Desfăcînd parantezele şi grupînd în partea stîngă toţi termenii care conţin pe x, se ajunge la :

$$x(P_\beta S_\beta+P_\alpha S_\alpha)=P_\beta-P_\alpha, \tag{11.17}$$

de unde

$$x=\frac{P_\beta-P_\alpha}{P_\beta S_\beta+P_\alpha S_\alpha}. \tag{11.18}$$

Cu această expresie se calculează valoarea corecţiei în secunde a cărei mărime nu poate depăşi toleranţa dată de relaţia $T=8^{cc}\sqrt{n}$, în care n este numărul de triunghiuri dispuse în jurul poligonului central.

În tabelul 11.2 este dat un exemplu practic de compensare a unghiurilor unei reţele de triunghiuri dintr-un poligon cu punct central.

Compensarea unghiurilor într-un patrulater. La compensarea unghiurilor într-un patrulater trebuie să se ţină seama că observaţiile se fac numai din vîrfurile patrulaterului. Punctul de intersectare a diagonalelor a fost introdus numai pentru deducerea compensărilor.

Compensările într-un patrulater sînt, de asemenea, în număr de 3.

Compensarea I realizează condiţia privitoare la suma unghiurilor într-un patrulater care, în cazul patrulaterului 1—2—3—4 (fig. 11.7), se scrie :

$$\alpha_1+\beta_1+\alpha_2+\beta_2+\alpha_3+\beta_3+\alpha_4+\beta_4=400^g.$$

În cazul cînd condiţia nu este îndeplinită vom avea :

$$\alpha_1+\beta_1+\alpha_2+\beta_2+\alpha_3+\beta_3+\alpha_4+\beta_4=400^g \pm e_1$$

Nepotrivirea e_1 poate fi compensată dacă $e_1 \leqslant T_1$, iar $T_1=36^{cc}$.
Eroarea se împarte în mod egal la cele 8 unghiuri :

$$\alpha_{1'}=\alpha_1 \mp \frac{e_1}{8}; \quad \alpha_{2'}=\alpha_2 \mp \frac{e_1}{8}; \quad \alpha_{3'}=\alpha_3 \mp \frac{e_1}{8}; \quad \alpha_{4'}=\alpha_4 \mp \frac{e_1}{8}$$

$$\beta_{1'}=\beta_1 \mp \frac{e_1}{8}; \quad \beta_{2'}=\beta_2 \mp \frac{e_1}{8}; \quad \beta_{3'}=\beta_3 \mp \frac{e_1}{8}; \quad \beta_{4'}=\beta_4 \mp \frac{e_1}{8}.$$

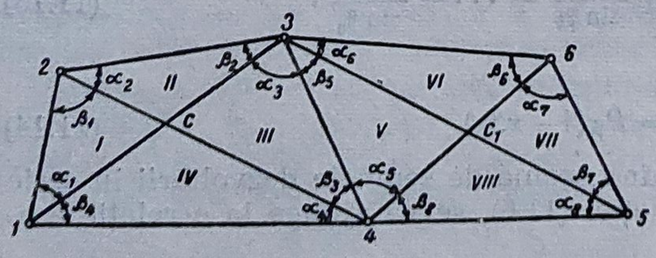


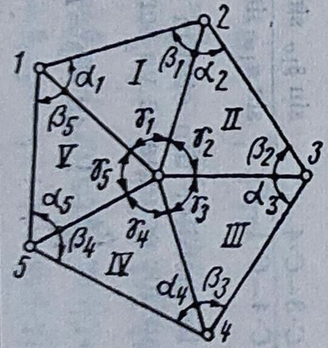
Fig. 11.7. Compensarea unghiurilor într-un lanţ de patrulatere.

După aplicarea corecţiei se verifică din nou suma unghiurilor patrulaterului.

Compensarea a II-a continuă operaţia de geometrizare a triunghiurilor formate în patrulater, ţinînd seama de faptul că unghiurile din C sînt două cîte două egale,

Tabelul 11.2

Exemplu de compensare a unghiurilor într-un poligon cu punct central (după prof. dr. Aurel Rusu)

Schița	Denumirea unghiurilor	Unghiuri citite g	c	cc	Compensarea I	Unghiuri după compensarea I-a g	c	cc	Compensarea a II-a	Unghiuri după compensarea a II-a g	c	cc	sin α	Diferența tabulară sin α	Dif. tab. sin α / sin α	sin β	Diferența tabulară sin α	Dif. tab. sin β / sin β	Compensarea a III-a	Unghiuri definitive g	c	cc
1	2	3			4	5			6	7			8	9	10	11	12	13	14	15		
	α_1	42	04	39	+5	42	04	44	+1	42	04	45	0,613459	1,24	2,02				+5	42	04	50
	γ_1	98	65	78	+5	98	65	83	−1	98	65	82								98	65	82
	β_1	59	29	69	+4	59	29	73		59	29	73				0,802480	0,94	1,17	−5	59	29	68
	Σ	199	99	86	+14	200	00	00		200	00	00								200	00	00
	α_2	82	36	48	−3	82	36	45	+1	82	36	46	0,961875	0,43	0,45				+5	82	36	51
	γ_2	59	72	32	−2	59	72	30	−1	59	72	29								59	72	29
	β_2	57	91	28	−3	57	91	25		57	91	25				0,789312	0,96	1,21	−5	57	91	20
	Σ	200	00	08	−8	200	00	00		200	00	00								200	00	00
	α_3	62	20	40	−3	62	20	37		62	20	37	0,828875	0,86	1,04				+5	62	20	42
	γ_3	68	18	50	−3	68	18	47	−1	68	12	46								68	18	46
	β_3	69	61	19	−3	69	61	16	+1	69	61	17				0,888220	0,72	0,81	−5	69	61	12
	Σ	200	00	09	−9	200	00	00		200	00	00								200	00	00
	α_4	105	08	82	+6	105	08	88	+1	105	08	89	0,996807	−0,12	−0,12				+5	105	08	94
	γ_4	56	83	42	+6	56	83	48	−1	56	83	47								56	83	47
	β_4	38	07	58	+6	38	07	64		38	07	64				0,563075	1,30	2,31	−5	38	07	59
	Σ	199	99	82	+18	200	00	00		200	00	00								200	00	00
	α_5	31	40	82	−1	31	40	81		31	40	81	0,473585	1,38	2,91				+5	31	40	86
	γ_5	116	59	98	−1	116	59	97	−1	116	59	96								116	59	96
	β_5	51	99	23	−1	51	99	22	+1	51	99	23				0,728885	1,08	1,48	−5	51	99	18
	Σ	200	00	03	−3	200	00	00		200	00	00	P_α=0,230888	S_α=6,30		P_β=0,230903	S_β=6,98			200	00	00

$$x^{cc} = \frac{P_\beta - P_\alpha}{P_\alpha S_\alpha + P_\beta S_\beta} = \frac{0{,}230903 - 0{,}230888}{6{,}30 \cdot 0{,}230888 + 6{,}98 \cdot 0{,}230903} = \frac{+15}{1{,}45 + 1{,}51} = \frac{+15}{3{,}06} = 5^{cc}$$

$P_\beta > P_\alpha$ deci corecția se scade din β și se adaogă la α

Verificarea valorilor definitive:

$P_\alpha = 0{,}613465 \times 0{,}961877 \times 0{,}828879 \times 0{,}993806 \times 0{,}473592 = 0{,}230895$

$P_\beta = 0{,}802475 \times 0{,}789307 \times 0{,}888217 \times 0{,}563069 \times 0{,}728881 = 0{,}230895$

deoarece sînt opuse la vîrf. Ținînd seama de acest lucru se verifică dacă :

$$\alpha_{1'}+\beta_{1'}=\alpha_{3'}+\beta_{3'}$$

și

$$\alpha_{2'}+\beta_{2'}=\alpha_{4'}+\beta_{4'}.$$

În cazul cînd aceste egalități nu se realizează, ci rezultă un e_2 și $e_{2'}$, aceste abateri trebuie să fie mai mici decît toleranța care este de 28^{cc}, în care caz se trece la aplicarea corecțiilor. Erorile se împart în mod egal la fiecare din cele 4 unghiuri care au determinat apariția lor, obținîndu-se :

$$\alpha_{1''}=\alpha_{1'}\mp\frac{e_2}{4};\quad \alpha_{3''}=\alpha_{3'}\pm\frac{e_2}{4}$$

$$\beta_{1''}=\beta_{1'}\mp\frac{e_2}{4};\quad \beta_{3''}=\beta_{3'}\pm\frac{e_2}{4},$$

și

$$\alpha_{2''}=\alpha_{2'}\mp\frac{e_2}{4};\quad \alpha_{4''}=\alpha_{4'}\pm\frac{e_2}{4}$$

$$\beta_{2''}=\beta_{2'}\mp\frac{e_2}{4};\quad \beta_{4''}=\beta_{4'}\pm\frac{e_2}{4}.$$

Compensarea a III-a urmărește realizarea acordului laturilor, în care scop se consideră punctul C rezultat din intersectarea diagonalelor ca un punct central al triunghiurilor din patrulater. În aceste triunghiuri se aplică teorema sinusurilor numai pentru laturile care converg în punctul C, rezultînd relațiile :

$$\frac{2-C}{\sin\alpha_{1''}}=\frac{1-C}{\sin\beta_{1''}};\quad \frac{3-C}{\sin\alpha_{2''}}=\frac{2-C}{\sin\beta_{2''}};\quad \frac{4-C}{\sin\alpha_{3''}}=\frac{3-C}{\sin\beta_{3''}};$$

$$\frac{1-C}{\sin\alpha_{4''}}=\frac{4-C}{\sin\beta_{4''}}$$

Inversînd termenii proporțiilor se obține :

$$\frac{1-C}{2-C}=\frac{\sin\beta_{1''}}{\sin\alpha_{1''}};\quad \frac{2-C}{3-C}=\frac{\sin\beta_{2''}}{\sin\alpha_{2''}};\quad \frac{3-C}{4-C}=\frac{\sin\beta_{3''}}{\sin\alpha_{3''}};\quad \frac{4-C}{1-C}=\frac{\sin\beta_{4''}}{\sin\alpha_{4''}}$$

Din înmulțirea termenilor proporțiilor se obține :

$$\frac{1-C\cdot 2-C\cdot 3-C\cdot 4-C}{2-C\cdot 3-C\cdot 4-C\cdot 1-C}=\frac{\sin\beta_{1''}\ \sin\beta_{2''}\ \sin\beta_{3''}\ \sin\beta_{4''}}{\sin\alpha_{1''}\ \sin\alpha_{2''}\ \sin\alpha_{3''}\ \sin\alpha_{4''}}$$

Făcînd reducerile termenilor din stînga ecuației și introducînd notația pentru produsul sinusurilor ecuația se va scrie sub forma :

$$\frac{P_\beta}{P_\alpha}=1 \text{ sau } P_\beta=P_\alpha$$

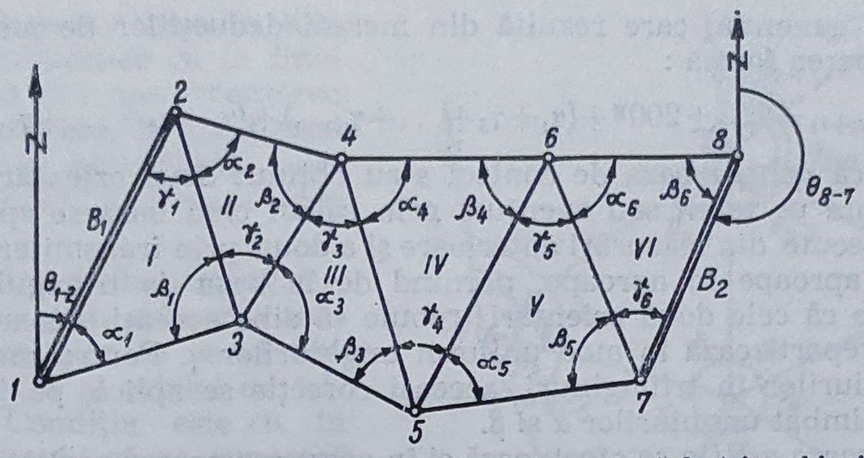


Fig. 11.8. Compensarea unghiurilor într-un lanț de triunghiuri.

Valoarea corecției în cazul cînd această egalitate nu este realizată se deduce cu expresia prin care se calculează mărimea corecției prin același procedeu ca și în cazul poligonului cu punct central, ajungîndu-se la o relație identică :

$$x = \frac{P_\beta - P_\alpha}{P_\beta S_\beta + P_\alpha S_\alpha}$$

Toleranța pentru cea de a treia compensare este de $\pm 14^{cc}$.

Calculul și aplicarea corecțiilor se face într-un tabel avînd aceeași liniatură cu cea a tabelului 11.2.

Compensarea unghiurilor într-un lanț de triunghiuri. Pe teren se măsoară unghiurile tuturor triunghiurilor, baza de pornire B_1 și baza de închidere B_2, precum și orientările geografice ale acestor două baze.

Compensările sînt, de asemenea, în număr de trei.

Compensarea I realizează condiția privitoare la suma unghiurilor din fiecare triunghi al rețelei. Controlul, toleranța și aplicarea corecției se fac în același mod ca și în cazurile precedente.

Compensarea a II-a verifică și realizează acordul orientării bazei de închidere sau de control al triangulației, în raport cu unghiurile triunghiurilor. În acest scop, folosind unghiurile de la compensarea I și orientarea bazei de pornire, se calculează din aproape în aproape orientările celorlalte laturi pînă la baza de control (fig. 11.8).

Astfel, pentru cazul prezentat în figură, la orientarea laturii de control se ajunge în felul următor :

θ_{1-2} — măsurat pe teren

$\theta_{2-3} = \theta_{1-2} \pm 200^g - \gamma_1$

$\theta_{3-4} = \theta_{2-3} \pm 200^g + \gamma_2 = \theta_{1-2} - \gamma_1 + \gamma_2$

$\theta_{4-5} = \theta_{3-4} \pm 200^g - \gamma_3 = \theta_{1-2} - \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3$

$\theta_{5-6} = \theta_{4-5} \pm 200^g + \gamma_4 = \theta_{1-2} - \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4$

$\theta_{6-7} = \theta_{5-6} \pm 200^g - \gamma_5 = \theta_{1-2} - \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5$

$\theta_{7-8} = \theta_{6-7} \pm 200^g + \gamma_6 = \theta_{1-2} - \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6$

Formula generală, care rezultă din mersul deducţiilor de mai sus va avea următoarea formă :

$$\theta_{n-(n+1)} = \theta_{1-2} \pm 200^g + (\gamma_1 + \gamma_3 + \ldots + \gamma_{2n-1}) + (\gamma_2 + \gamma_4 + \ldots + \gamma_{2n})$$

Rezultă că pentru baza de control s-au obţinut două orientări : prima prin măsurare pe teren sau eventual prin calcul cînd baza se sprijină pe puncte cunoscute din măsurări anterioare şi a doua prin transmiterea orientărilor din aproape în aproape, pornind de la baza de triangulaţie iniţială. Firește că cele două orientări trebuie să aibe aceeaşi valoare. Nepotrivirea se repartizează în mod uniform unghiurilor γ. Pentru menţinerea sumei unghiurilor în triunghiuri, aceeaşi corecţie se aplică, pe jumătate, cu semn schimbat unghiurilor α şi β.

Compensarea a III-a se efectuează şi în acest caz pentru realizarea acordului laturilor cu sinusurile unghiurilor opuse.

Modul de lucru pentru obţinerea ecuaţiei de condiţie este analog cu cel aplicat în cazurile precedente, rezultînd :

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{P_\beta}{P_\alpha} \text{ care dă } B_1 P_\alpha = B_2 P_\beta$$

Introducînd corecţia x, în cazul în care condiţia nu este realizată, calculul corecţiei se desfăşoară în acelaşi mod, folosind dezvoltarea în serie Taylor, ca şi în cazurile precedente, ajungîndu-se la relaţia de calcul a corecţiei :

$$x = \frac{B_2 P_\beta - B_1 P_\alpha}{B_2 P_\beta S_\beta + B_1 P_\alpha S_\alpha}$$

Toleranţa pentru a treia compensare este $T = 8^{cc}\sqrt{n}$, în care n, reprezintă numărul de triunghiuri ale lanţului.

Modul de aplicare a corecţiei şi desfăşurarea calculelor se fac ca şi în cazurile precedente.

11.5.5. CALCULUL ORIENTĂRII ŞI AL LATURILOR TRIANGULAŢIEI

Orientarea bazei se foloseşte pentru calculul orientării celorlalte laturi ale triangulaţiei, operaţie care este denumită *transmiterea orientării* şi care se face din aproape în aproape, urmărind schiţa direcţiilor observate şi folosind unghiuri compensate. Astfel, în situaţia prezentată în figura 11.9, transmiterea orientărilor se desfăşoară în felul următor :

θ_{1-2}— măsurată pe teren sau dedusă prin calcule din coordonatele punctelor

$\theta_{1-6} = \theta_{1-2} + \alpha_1$

$\theta_{2-6} = \theta_{1-2} \pm 200^g - \beta_1$

$\theta_{2-3} = \theta_{1-2} \pm 200^g - (\beta_1 + \alpha_2)$

$\theta_{1-5} = \theta_{1-2} + (\alpha_1 + \beta_5)$

Calculul se continuă în același fel, căutîndu-se ca în final să se obțină din nou orientarea laturii de plecare, în acest mod verificîndu-se exactitatea operațiilor de calcul la transmiterea orientării.

Calculul laturilor triunghiurilor se face prin aplicarea teoremei sinusurilor în cazul fiecărui triunghi al rețelei de triangulație. Condiția este ca în primul triunghi să se cunoască mărimea unei laturi, ceea ce se realizează prin măsurarea directă pentru baza de triangulație.

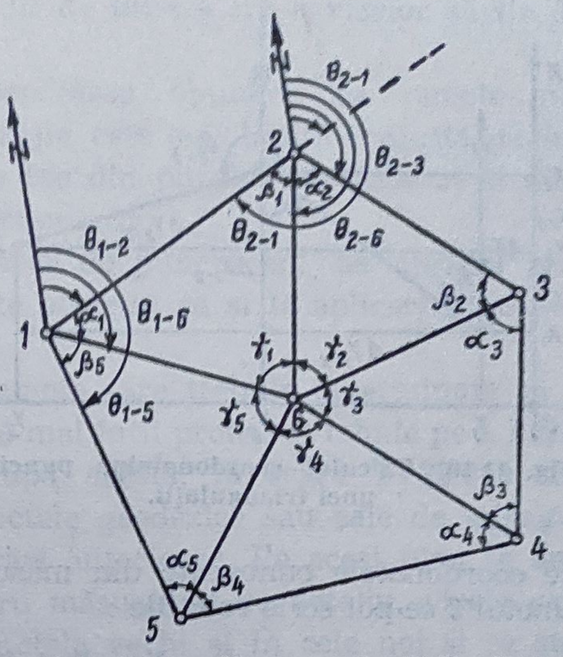


Fig. 11.9. Transmiterea orientării într-un poligon cu punct central.

De pildă, în cazul triangulației cu punct central din figura 11.10, în care latura 1—2 considerată ca bază de triangulație s-a măsurat direct, celelalte laturi se vor obține prin aplicarea teoremei sinusurilor în acest triunghi :

$$\frac{1-2}{\sin\gamma_1}=\frac{2-6}{\sin\alpha_1}=\frac{1-6}{\sin\beta_1},$$

de unde :

$$2-6=1-2\frac{\sin\alpha_1}{\sin\gamma_1}$$

$$1-6=1-2\frac{\sin\beta_1}{\sin\gamma_1}$$

Se observă că latura 2—6 din primul triunghi a devenit cunoscută. Deoarece ea aparține și celui de al doilea triunghi, înseamnă că ea poate fi folosită pentru calculul laturilor acestuia.

Pentru control, latura 1—6 a primului triunghi se calculează din aproape în aproape și ca latură a triunghiului ultim. Între valorile obținute pentru această latură diferența nu poate fi mai mare decît cea admisă pentru bazele de triangulație.

11.5.6. CALCULUL COORDONATELOR PUNCTELOR DE TRIANGULAȚIE

Toate calculele efectuate pînă în prezent s-au făcut în vederea obținerii coordonatelor punctelor. Avînd orientările laturilor și lungimea lor se calculează mai întîi coordonatele relative, folosind relațiile de bază cunoscute, de altfel :

$$\Delta x=d\cdot\cos\theta$$

$$\Delta y=d\cdot\sin\theta$$

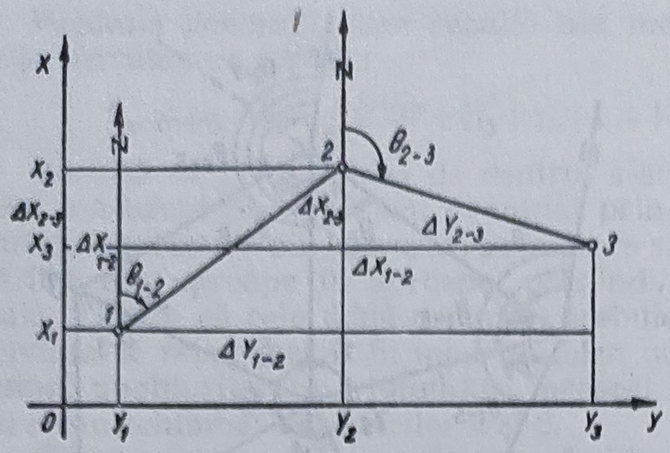


Fig. 11.10. Calculul coordonatelor punctelor unei triangulații.

în care d este lungimea laturii ;
θ — orientarea laturii.

Pentru calculul coordonatelor absolute este necesar să se pornească de la coordonatele cunoscute ale unui punct determinat anterior.

În caz contrar urmează a se da punctului inițial coordonate, urmînd ca ulterior să se facă transcalcularea coordonatelor. În situația prezentată în figura 11.10 s-a considerat că punctul *1* are coordonatele cunoscute din măsurări anterioare, astfel încît pentru punctul 2 se pot scrie relațiile :

$$X_2 = X_1 \pm d_{1-2} \cdot \cos \theta_{1-2}$$

$$Y_2 = Y_1 \pm d_{1-2} \cdot \sin \theta_{1-2}$$

Mergînd din aproape în aproape, se obțin coordonatele tuturor punctelor de triangulație.

11.6. ÎNDESIREA PUNCTELOR DE SPRIJIN PRIN INTERSECȚII

11.6.1. DEFINIȚIE. CLASIFICĂRI

Intersecția este o metodă de determinare a punctelor noi prin intersectarea direcțiilor formate din punctele cunoscute, cu cele noi.

Prin instrucțiunile în vigoare se prevăd trei posibilități de realizare a punctelor de intersecție : înainte, înapoi și combinată. În practică se mai utilizează și o a patra modalitate, aceea a intersecțiilor la limită.

Intersecția înainte (sau directă). Presupune staționarea în 3—4 puncte cunoscute din determinări anterioare și vizarea la punctul nou. Vizele trebuie să fie astfel dispuse încît să formeze între ele unghiuri de $50^g - 150^g$.

Intersecția înapoi (retrointersecția sau intersecția indirectă). Constă în staționarea în punctul necunoscut și vizarea la cel puțin patru puncte cunoscute din determinări anterioare, cu aceeași condiție privind unghiurile dintre vize ca și în cazul precedent.

Intersecția combinată. Asociază intersecția înainte cu cea înapoi și constă în a staționa atît în punctele cunoscute, cît și în punctul căutat. Soluția se aplică în cazul cînd punctele cunoscute nu sînt suficiente pentru a se aplica intersecția directă sau indirectă. La aplicarea acestui procedeu de intersecție trebuie să existe cel puțin trei direcții dintre care

două să fie vizate reciproc, iar unghiul de întretăiere a vizelor să fie de $50^g - 150^g$.

Intersecția la limită. Constituie rezolvarea obținerii de puncte noi atunci cînd numărul punctelor de sprijin este sub limita indicată de instrucțiuni. În aceste situații vizele se fac din punctul necunoscut și dintr-un punct ajutător, de asemenea, necunoscut.

Operațiile necesare pentru realizarea de puncte noi de sprijin prin intersecție sînt în cea mai mare parte aceleași ca și la aplicarea metodei triangulației.

Pentru stabilirea numărului de puncte care trebuie determinate și a procedeului de rezolvare se elaborează mai întîi proiectul tehnic pe o hartă sau pe un plan, de fapt o copie după acesta, la scara 1 : 25 000 sau 1 : 50 000, pe care se raportează punctele geodezice sau cele de triangulație topografică rezultate din măsurări anterioare. Pe acest plan se amplasează noile puncte necesare pentru măsurările de detaliu, vizele care se pot realiza prin staționare în punctele vechi și în cele noi și se stabilește, preliminar, procedeul de rezolvare a punctelor noi. Proiectul se verifică pe teren.

Pe baza observațiilor de teren se face definitivarea proiectului tehnic, avîndu-se grijă ca la realizarea punctelor noi prin intersecție să se realizeze următoarele condiții :

— fiecare punct nou să fie obținut prin vizarea la minimum 4 puncte cunoscute din determinări anterioare ;

— lungimea vizelor să nu fie mai mare de 3 000 m ;

— la amplasarea pe teren a noilor puncte să se evite locurile unde există pericol de distrugere a bornelor și, în același timp, să se caute poziții în apropierea suprafețelor care urmează să fie ridicate în plan.

Noile puncte de sprijin, care urmează să fie determinate prin intersecții, se materializează pe teren prin țăruși de lemn sau borne și se numerotează cu cifre arabe începînd de la numărul 100, neadmițîndu-se ca în cadrul unui trapez la scara 1 : 10 000 să existe două puncte cu același număr sau cu numere fracționare.

Pe teren observațiile se referă numai la unghiurile orizontale și verticale și ele se efectuează cu teodolite avînd precizia de citire de cel puțin 50^{cc}.

Pentru unghiurile orizontale este obligatorie închiderea în tur de orizont admițîndu-se o neînchidere care trebuie să fie mai mică sau cel mult egală cu toleranța, care se calculează cu ajutorul relației :

$$T = \pm 50^{cc} \sqrt{n},$$

în care n reprezintă numărul direcțiilor vizate.

Pentru măsurarea unghiurilor verticale măsurarea se face cu ambele poziții ale lunetei.

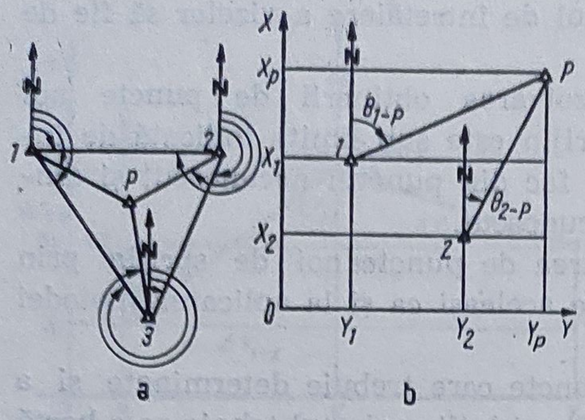


Fig. 11.11. Intersecția înainte :
a — principiul metodei ; *b* — stabilirea formulelor de calcul pe cale analitică.

11.6.2. INTERSECȚIA ÎNAINTE

La baza procedeului stă principiul în baza căruia un punct este determinat de direcțiile orientate din două puncte cunoscute.

Pentru realizarea acestui principiu, pe teren se staționează în punctele cunoscute cu teodolitul și, prin vizarea la punctul necunoscut, se obțin orientările acestor direcții.

Măsurările se fac cu ambele poziții ale lunetei și cu închiderea obligatorie a turului de orizont, cu compensarea impusă de eventuala neînchidere.

Calculul coordonatelor punctului nou se face analitic și trigonometric.

Determinarea analitică. Se bazează pe obținerea punctului căutat ca loc al intersecției direcțiilor măsurate pe teren și date prin ecuațiile lor (fig. 11.11).

Considerînd că punctul nou este *P*, de pe figură se observă că acesta rezultă din intersectarea direcțiilor 1—*P* și 2—*P*. Pentru aceasta, se scriu mai întîi ecuațiile celor două drepte sub forma coeficientului unghiular :

$$\operatorname{tg}\theta_{1-P}=\frac{\Delta Y}{\Delta X}=\frac{Y_P-Y_1}{X_P-X_1}$$

$$\operatorname{tg}\theta_{2-P}=\frac{\Delta Y}{\Delta X}=\frac{Y_P-Y_2}{X_P-X_2}$$

Ecuațiile de mai sus se mai pot scrie sub forma :

$$Y_P-Y_1=(X_P-X_1)\operatorname{tg}\theta_{1-P}$$

$$Y_P-Y_2=(X_P-X_2)\operatorname{tg}\theta_{2-P}.$$

Înlocuind pe Y_P din prima ecuație în cea de a doua, se obține relația :

$$Y_1+(X_P-X_1)\operatorname{tg}\theta_{1-P}-Y_2=(X_P-X_2)\operatorname{tg}\theta_{2-P}.$$

Se desfac parantezele și se trec în partea stîngă toți termenii care-l conțin pe X_P, rezultînd :

$$X_P\operatorname{tg}\theta_{1-P}-X_P\operatorname{tg}\theta_{2-P}=Y_2-Y_1+X_1\operatorname{tg}\theta_{1-P}-X_2\operatorname{tg}\theta_{2-P}.$$

Din ecuația de mai sus rezultă că :

$$X_P=\frac{Y_2-Y_1+X_1\operatorname{tg}\theta_{1-P}-X_2\operatorname{tg}\theta_{2-P}}{\operatorname{tg}\theta_{1-P}-\operatorname{tg}\theta_{2-P}}.$$

Din sistemul inițial de ecuații se obțin două relații pentru calculul lui Y_P:

$$Y_P = Y_1 + (X_P - X_1) \operatorname{tg} \theta_{1-P}$$

$$Y_P = Y_2 + (X_P - X_2) \operatorname{tg} \theta_{2-P}.$$

Formule similare de calcul se obțin pornind de la relațiile care dau orientările dreptelor 1-P și 2-P în funcție de cotangentă, adică:

$$\operatorname{ctg} \theta_{1-P} = \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \frac{X_P - X_1}{Y_P - X_1}$$

$$\operatorname{ctg} \theta_{2-P} = \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \frac{X_P - X_2}{Y_P - Y_2}.$$

Folosind același raționament se obțin relațiile:

$$Y_P = \frac{X_2 - X_1 + Y_1 \operatorname{ctg} \theta_{1-P} - Y_2 \operatorname{ctg} \theta_{2-P}}{\operatorname{ctg} \theta_{1-P} - \operatorname{ctg} \theta_{2-P}}$$

$$X_P = X_1 + (Y_P - Y_1) \operatorname{ctg} \theta_{1-P}$$

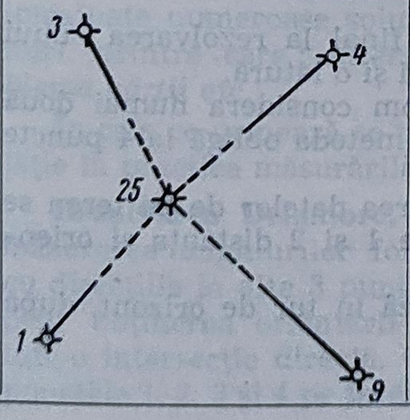
$$X_P = X_2 + (Y_P - Y_2) \operatorname{ctg} \theta_{2-P}.$$

Formulele din primul grup se aplică atunci cînd tangentele orientărilor sînt mai mici decît unitatea, iar cele din al doilea grup cînd cotangentele sînt mai mari decît unitatea.

Datele măsurărilor și calculele se concentrează într-un tabel de forma celui care se prezintă mai jos și care conține și un exemplu de calcul pentru obținerea prin intersecție înainte pe cale analitică a coordonatelor punctului 25, observat din punctele cunoscute 3, 4, 9, 1.

Tabelul 11.3

Exemplu de calcul pentru obținerea coordonatelor unui punct prin intersecție directă

Schița	Pt	x	Tangenta sau cotangenta	y	Orientarea g	Orientarea c	Orientarea cc
	3	8520,18	−0,319363	2008,60	180	32	05
	25	7230,80	tg	2420,38			
	4	8403,73	+0,751469	3301,80	241	02	63
	9	6280,62	−0,681196	3815,25	338	06	95
	25	7230,80	ctg	2420,38			
	1	6628,45	+0,510371	1240,16	69	95	73

Drept coordonate ale punctului necunoscut se ia media celor 3 determinări, admiţîndu-se un ecart de maximum 30 cm. În exemplul de mai sus s-au obţinut valori egale, astfel încît nu a mai fost necesar calculul mediei.

Ca regulă generală trebuie reţinut că rezultatele sînt mai bune cînd direcţiile se intersectează sub unghiuri apropiate de 100^g.

Direcţiile care se aleg pentru determinarea punctului nou se recomandă să formeze între ele unghiuri de $50—150^g$.

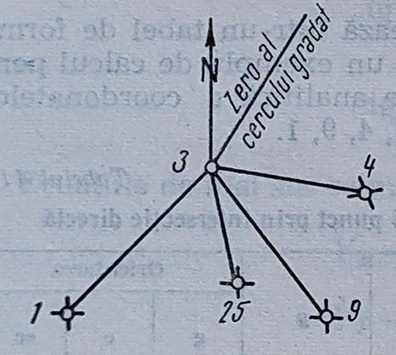
Orientările direcţiilor vizate se calculează pentru fiecare punct de staţie în raport cu orientarea uneia dintre vize şi cu ajutorul unghiurilor măsurate, astfel încît orientarea direcţiei considerată de origine să rezulte ca o medie a 3 valori.

Un procedeu mai simplu, denumit *orientarea automată a vizelor* (prof. dr. A. Rusu), constă din determinarea orientării unei direcţii oarecare, de pildă zero al cercului gradat, cu ajutorul unghiurilor dintre direcţiile cunoscute şi orientările lor.

În tabelul 11.4 se prezintă ca exemplu modul cum s-a făcut orientarea automată a vizelor în staţia 3.

Tabelul 11.4

Exemplu de calcul al orientărilor pentru intersecţie

Schiţa	S	V	Vize compensate în staţie			Unghiul de orientare			Orientări din coordonate			
0	1	2	3			4=5−3			$5=\theta_0^m+3$			
—	—	—	g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	cc
	3	4	53	18	20	52	53	52	105	71		72
		9	104	24	97	52	53	58	156	78		55
		25	127	78	53				180	32	05	
		1	172	02	92	52	53	46	224	56		38
		4	53	18	20							

Determinarea trigonometrică. Se reduce în final la rezolvarea unui triunghi oarecare în care se cunosc două unghiuri şi o latură.

Pentru exemplificarea modului de lucru vom considera numai două dintre direcţiile vizate, reţinînd totuşi faptul că metoda obligă la 4 puncte (fig. 11.12).

Înainte de a se trece la prelucrarea şi folosirea datelor de pe teren se calculează din coordonatele punctelor cunoscute 1 şi 2 distanţa şi orientarea acestei drepte.

Observaţiile din fiecare staţie se compensează în tur de orizont, după care se calculează unghiul γ :

$$\gamma = 200^g - (\alpha + \beta)$$

Folosind orientarea dreptei *1—2*, dedusă din coordonate, se calculează orientările direcţiilor 1—*P* şi 2—*P* :

$$\theta_{1-P}=\theta_{1-2}-\alpha$$

$$\theta_{2-P}=\theta_{1-2}\pm 200^g+\beta.$$

Lungimea laturilor 1—*P* şi 2—*P* se obţine prin aplicarea teoremei sinusurilor în triunghiul 1—*P*—2 :

$$\frac{2-P}{\sin\alpha}=\frac{1-P}{\sin\beta}=\frac{1-2}{\sin\gamma}.$$

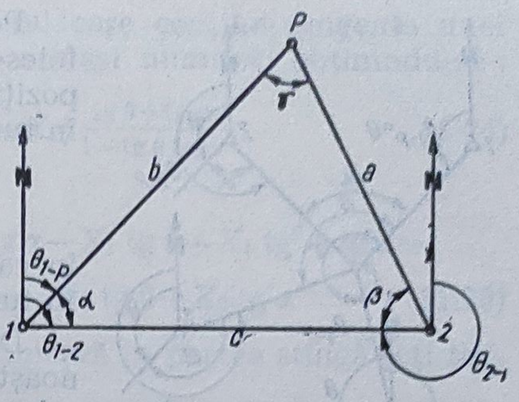


Fig. 11.12. Rezolvarea intersecţiei înainte pe cale trigonometrică.

Rapoartele obţinute ne dau relaţiile de calcul :

$$1—P=1—2\,\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$$

$$2—P=1—2\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

În acest fel s-au dedus toate elementele pentru calculul coordonatelor punctului *P* faţă de punctul 1 şi faţă de punctul 2.

Poziţia punctului *P* trebuie obţinută din încă alte două determinări, astfel încît, în final, coordonatele punctului *P* să rezulte ca o medie a celor 3 serii de calcule. Media se face numai în cazul cînd ecartul dintre valorile parţiale obţinute este de maximum 30 cm.

11.6.3. INTERSECŢIA ÎNAPOI

În numeroase cazuri, determinarea punctelor noi prin intersecţie înainte nu este posibilă fie din cauza unui număr insuficient de puncte staţionabile, fie pentru a reduce timpul de lucru pe teren.

Metoda se caracterizează prin aceea că se staţionează în punctul necunoscut şi se fac observaţii unghiulare la punctele cunoscute.

Datorită avantajelor pe care le prezintă, metoda a fost şi este des utilizată, iar pentru determinarea coordonatelor punctului necunoscut au fost imaginate numeroase soluţii, după cum şi metoda a primit diverse denumiri, printre care : *intersecţie indirectă, retrointersecţie Pothénot, problema hărţii* etc.

În cele ce urmează se prezintă unele din procedeele de mai largă circulaţie în practica măsurărilor terestre.

Rezolvarea Délambre. Necesită staţionarea în punctul necunoscut şi măsurarea unghiurilor formate între o direcţie considerată de referinţă, cu direcţiile la alte 3 puncte, toate avînd coordonatele cunoscute. În final, prin obţinerea orientării uneia dintre direcţii, problema se transformă într-o intersecţie directă. Considerînd punctul *P* necunoscut (fig. 11.13) şi punctele 1, 2, 3 şi 4 pe teren, se măsoară unghiurile α, β şi γ.

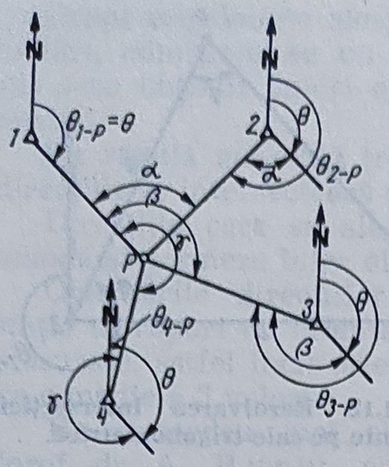


Fig. 11.13. Rezolvarea intersecției înapoi prin procedeul Delambre.

Pentru măsurarea direcțiilor orizontale se folosește *metoda turului de orizont*, cu ambele poziții ale lunetei. Toleranța pentru închiderea în tur de orizont este dată de relația :

$$T = \pm 50^{cc}\sqrt{n},$$

în care n reprezintă numărul direcțiilor vizate în tur de orizont.

De pe figură se observă că dacă s-ar cunoaște orientarea dreptei 1—P se pot determina orientările celorlalte direcții, cu ajutorul unghiurilor măsurate pe teren, iar în continuare punctul nou s-ar deduce prin intersecție directă.

Ducînd prin punctele 2, 3 și 4 paralele la direcția 1—P, se pot scrie relațiile :

$$\begin{aligned} \theta_{1-P} &= \theta \\ \theta_{2-P} &= \theta+\alpha \\ \theta_{3-P} &= \theta+\beta \\ \theta_{4-P} &= \theta+\gamma \end{aligned} \qquad (11.19)$$

Se scriu întîi ecuațiile dreptelor care se intersectează în punctul P :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\theta_{1-P} &= \frac{Y_P-Y_1}{X_P-X_1} \\ \operatorname{tg}\theta_{2-P} &= \frac{Y_P-Y_2}{X_P-X_2} \\ \operatorname{tg}\theta_{3-P} &= \frac{Y_P-Y_3}{X_P-X_3}. \end{aligned} \qquad (11.20)$$

Pentru început se iau ecuațiile dreptelor 1—P și 2—P, care se scriu sub formă liniară :

$$\begin{aligned} Y_P &= Y_1+(X_P-X_1)\operatorname{tg}\theta_{1-P} \\ Y_P &= Y_2+(X_P-X_2)\operatorname{tg}\theta_{2-P}. \end{aligned} \qquad (11.21)$$

Termenul din stînga ecuațiilor fiind identic, se poate scrie, făcînd și înlocuirea introdusă la (11.19) :

$$Y_1+(X_P-X_1)\operatorname{tg}\theta = Y_2+(X_P-X_2)\operatorname{tg}(\theta+\alpha) \qquad (11.22)$$

Din trigonometrie se știe că tangenta unei sume se poate înlocui astfel :

$$\operatorname{tg}(\theta+\alpha) = \frac{\operatorname{tg}\theta+\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\theta\operatorname{tg}\alpha}. \qquad (11.23)$$

Se înlocuiește în relația (11.22) termenul care conține tangenta unei sume după care se aduc toți termenii la același numitor, obținîndu-se :

$$Y_1+(X_P-X_1)\,\mathrm{tg}\theta=Y_2+(X_P-X_2)\,\frac{\mathrm{tg}\,\theta+\mathrm{tg}\,\alpha}{1-\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha} \qquad (11.24)$$

și :

$$Y_1-Y_1\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha+X_P\,\mathrm{tg}\,\theta-X_P\,\mathrm{tg}^2\,\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha-X_1\,\mathrm{tg}\,\theta+X_1\,\mathrm{tg}^2\,\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha=$$
$$=Y_2-Y_2\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha+X_P\,\mathrm{tg}\,\theta+X_P\,\mathrm{tg}\,\alpha-X_2\,\mathrm{tg}\,\theta-X_2\,\mathrm{tg}\,\alpha \qquad (11.25)$$

După ce se fac reducerile posibile se grupează în partea stîngă toți termenii care conțin necunoscuta X_P :

$$X_P(1+\mathrm{tg}^2\,\theta)\,\mathrm{tg}\,\alpha=(Y_1-Y_2)+(Y_2-Y_1)\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha+(X_2-X_1)\,\mathrm{tg}\,\theta+$$
$$+(X_2+X_1\,\mathrm{tg}^2\,\theta)\,\mathrm{tg}\,\alpha \qquad (11.26)$$

Se ia apoi un al doilea sistem format din ecuațiile dreptelor 1—P și 3—P scrise sub forma lineară :

$$\begin{aligned} Y_P&=Y_1+(X_P-X_1)\,\mathrm{tg}\,\theta_{1-P}\\ Y_P&=Y_3+(X_P-X_3)\,\mathrm{tg}\,\theta_{3-P}\end{aligned} \qquad (11.27)$$

Efectuînd aceleași operații ca și în cazul primului sistem se ajunge la o relație simetrică :

$$X_P(1+\mathrm{tg}^2\,\theta)\,\mathrm{tg}\,\beta=(Y_1-Y_3)+(Y_3-Y_1)\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}\,\beta+(X_3-X_1)\,\mathrm{tg}\,\theta+$$
$$+(X_3-X_1\,\mathrm{tg}^2\,\theta)\,\mathrm{tg}\,\beta \qquad (11.28)$$

Se împarte apoi ecuația rezultată din intersectarea dreptelor 1—P și 2—P cu cea rezultată din intersectarea dreptelor 1—P și 3—P :

$$\frac{X_P(1+\mathrm{tg}^2\,\theta)\,\mathrm{tg}\,\alpha}{X_P(1+\mathrm{tg}^2\,\theta)\,\mathrm{tg}\,\beta}=\frac{(Y_1-Y_2)+(Y_2-Y_1)\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}\,\alpha+(X_2-X_1)\,\mathrm{tg}\,\theta+(X_2+X_1\,\mathrm{tg}^2\,\theta)\,\mathrm{tg}\,\alpha}{(Y_1-Y_3)+(Y_3-Y_1)\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{tg}\,\beta+(X_3-X_1)\,\mathrm{tg}\,\theta+(X_3+X_1\,\mathrm{tg}^2\,\theta)\,\mathrm{tg}\,\beta} \qquad (11.29)$$

Se face reducerea termenilor asemenea din partea stîngă după care se împart numărătorii la $\mathrm{tg}\,\alpha$ iar numitorii la $\mathrm{tg}\,\beta$, ajungîndu-se la :

$$1=\frac{(Y_1-Y_2)\,\mathrm{ctg}\,\alpha+(Y_2-Y_1)\,\mathrm{tg}\,\theta+(X_2-X_1)\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{ctg}\,\alpha+(X_2+X_1\,\mathrm{tg}^2\,\theta)}{(Y_1-Y_3)\,\mathrm{ctg}\,\beta+(Y_3-Y_1)\,\mathrm{tg}\,\theta+(X_3-X_1)\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{ctg}\,\beta+(X_3+X_1\,\mathrm{tg}^2\,\theta)} \qquad (11.30)$$

Se observă că s-a obținut o ecuație de gradul II, necunoscuta fiind $\mathrm{tg}\,\theta$, astfel că pentru definitivarea ei vom grupa în partea stîngă toți termenii care conțin necunoscuta, desfăcînd, totodată, și parantezele :

$$(Y_2-Y_1)\,\mathrm{tg}\,\theta+(X_2-X_1)\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{ctg}\,\alpha+X_1\,\mathrm{tg}^2\,\theta+(Y_1-Y_3)\,\mathrm{tg}\,\theta+$$
$$+(X_1-X_3)\,\mathrm{tg}\,\theta\,\mathrm{ctg}\,\beta-X_1\,\mathrm{tg}^2\,\theta=(Y_2-Y_1)\,\mathrm{ctg}\,\alpha+(Y_1-Y_3)\,\mathrm{ctg}\,\beta+$$
$$+X_3-X_2 \qquad (11.31)$$

Se dă factor comun $\mathrm{tg}\,\theta$ și se obține :

$$\mathrm{tg}\,\theta[(X_2-X_1)\,\mathrm{ctg}\,\alpha+(X_1-X_3)\,\mathrm{ctg}\,\beta+Y_2-Y_1+Y_1-Y_3]=$$
$$=(Y_2-Y_1)\,\mathrm{ctg}\,\alpha+(Y_1-Y_3)\,\mathrm{ctg}\,\beta-X_2+X_3 \qquad (11.32)$$

Din această ecuaţie se scoate tg θ :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{(Y_2 - Y_1)\operatorname{ctg}\alpha + (Y_1 - Y_3)\operatorname{ctg}\beta - X_2 + X_3}{(X_2 - X_1)\operatorname{ctg}\alpha + (X_1 - X_3)\operatorname{ctg}\beta + Y_2 - Y_3} \tag{11.33}$$

Toţi termenii din partea dreaptă fiind cunoscuţi se înlocuiesc şi se fac operaţiile necesare, în final obţinîndu-se orientarea primei direcţii, iar cu ajutorul unghiurilor α, β şi γ celelalte orientări, prin aceasta problema reducîndu-se la o intersecţie directă.

În cazul cînd tangenta are o valoare mare, ca rezultat al unei fracţii cu numărătorul foarte mare, se recomandă folosirea relaţiei prin care se calculează cotangenta primei direcţii. Aceasta se obţine în mod analog pornind de la ecuaţiile dreptelor scrise în funcţie de cotangentă, şi are forma :

$$\operatorname{ctg}\theta = \frac{(X_1 - X_2)\operatorname{ctg}\alpha + (X_3 - X_1)\operatorname{ctg}\beta - Y_2 + Y_3}{(Y_1 - Y_2)\operatorname{ctg}\alpha + (Y_3 - Y_1)\operatorname{ctg}\beta + X_2 - X_3} \tag{11.34}$$

Dacă unul dintre unghiurile α sau β are valori apropiate de 200^g precizia rezultatelor scade, deoarece cotangentele unghiurilor au valori foarte mari. Pentru a evita asemenea situaţie se poate utiliza o altă relaţie, care derivă din (11.33) prin înlocuirea :

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} \quad \text{şi} \quad \operatorname{ctg}\beta = \frac{1}{\operatorname{tg}\beta} \tag{11.35}$$

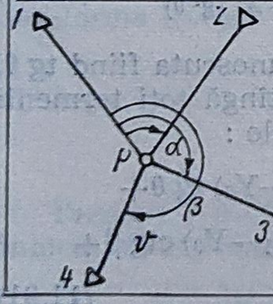
şi care are forma următoare :

$$\operatorname{tg}\theta_{1-P} = \frac{(Y_2 - Y_1)\operatorname{tg}\beta + (Y_1 - Y_3)\operatorname{tg}\alpha + (X_3 - X_2)\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{(X_2 - X_1)\operatorname{tg}\beta + (X_1 - X_3)\operatorname{tg}\alpha + (Y_2 - Y_3)\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} \tag{11.36}$$

În tabelele 11.5 şi 11.6 prezentăm un exemplu de obţinere a coordonatelor unui punct prin metoda Delambre, după prof. dr. A. Russu.

Tabelul 11.5

Elementele de calcul necesare obţinerii orientării primei direcţii

Schiţa	Pt	Coordonate absolute X	Coordonate absolute Y	Valori naturale	Unghiuri măsurate şi compensate în tur de orizont
	1	5 462,05	9 982,14	ctg α = +0,068607	$\alpha = 95^g63^c92^{cc}$
	2	7 045,62	2 264,75	ctg β = − 1,642400	$\beta = 165^g18^c25^{cc}$
	3	5 773,48	4 142,81		$\gamma = 283^g16^c27^{cc}$
	4	2 983,46	2 061,36		

Calculul numărătorului şi numitorului se face separat la maşina de calcul obţinîndu-se :

$$\operatorname{tg}\theta_{1-P} = \frac{+5717,94743227}{-1257,92338101} \quad \text{şi} \quad \operatorname{ctg}\theta_{1-P} = \frac{-1257,92338101}{+5717,94743227}$$

Se calculează cotangenta de θ deoarece este o fracție subunitară obținîndu-se ctg $\theta = -0{,}219996$, iar $\theta_{1-P} = 113^g 78^c 58^{cc}$.

Orientările celorlalte laturi vor fi :

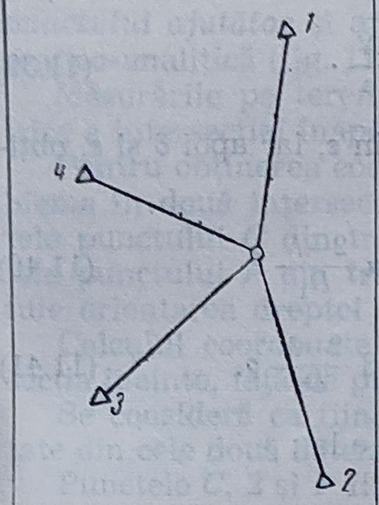
$$\theta_{2-P} = \theta_{1-P} + \alpha = 209^g 42^c 50^{cc}$$

$$\theta_{3-P} = \theta_{1-P} + \beta = 278^g 96^c 83^{cc}$$

$$\theta_{4-P} = \theta_{1-P} + \gamma = 396^g 94^c 85^{cc}$$

Tabelul 11.6

Calculul punctului *P* prin intersecție directă

Schița	Pt	X	tg sau ctg	Y	Orientarea		
					g	c	cc
	1	5 462,05	−4,545528	9 982,14	113	78	58
	P	5 026,14	tg	1 963,57			
	2	7 045,62	+0,149139	2 264,75	209	42	50
	P	5 026,14	tg	1 963,55			
	3	5 773,48	+2,916025	4 142,81	278	96	83
	P	5 026,08	tg	1 963,38			
	4	2 983,46	−0,047970	2 061,36	396	94	35

Ecartul dintre valorile obținute fiind mai mic de 30 cm, se calculează valoarea medie a coordonatelor.

$$X_P = 5026{,}00 + \frac{0{,}14 + 0{,}14 + 0{,}08}{3} = 5026{,}12$$

$$Y_P = 1963{,}00 + \frac{0{,}57 + 0{,}55 + 0{,}38}{3} = 1963{,}50$$

Rezolvarea trigonometrică. Pe teren se staționează în punctul necunoscut, *N*, din care se fac vize la 3 puncte cunoscute 1, 2 și 3 pentru determinare și la un al patrulea punct, pentru control, 4.

În urma vizelor de determinare se obțin unghiurile α și β (fig. 11.14).

Și în acest caz, în final, se reduce rezolvarea la o intersecție înainte în urma obținerii orientării uneia dintre direcții.

De pe figură se observă că în urma trasării direcțiilor vizate pe teren

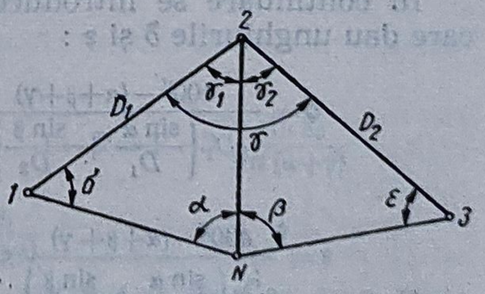


Fig. 11.14. Rezolvarea intersecției înapoi pe cale trigonometrică.

și a unirii punctelor 1 cu 2 și 2 cu 3 s-au format triunghiurile 1—N—2 și 3—N—2.

De asemenea, se mai poate vedea că dacă s-ar cunoaște unghiurile δ și ε s-ar putea calcula orientarea dreptei 1—N sau 3—N, iar prin aceasta problema a fost redusă la o intersecție înainte.

Din coordonatele punctelor 1, 2 și 3 se calculează orientările și distanțele 1—2 și 2—3, iar din orientări, unghiul :

$$\gamma=\gamma_1+\gamma_2=\theta_{2-3}-\theta_{2-1}. \tag{11.37}$$

Suma unghiurilor în patrulaterul 1—2—3—N este :

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=400^g \tag{11.38}$$

Se aplică apoi teorema sinusurilor în cele două triunghiuri

$$\frac{D_1}{\sin\alpha}=\frac{2-N}{\sin\delta} \quad \text{și} \quad \frac{D_2}{\sin\beta}=\frac{2-N}{\sin\varepsilon}. \tag{11.39}$$

Din proporțiile de la (11.39) se scoate sin δ și sin ε, iar apoi δ și ε, obținându-se :

$$\sin\delta=\frac{2-N}{D_1}\sin\alpha, \quad \text{de unde} \quad \delta=\sin\alpha\,\frac{2-N}{D_1}\rho \tag{11.40}$$

$$\sin\varepsilon=\frac{2-N}{D_2}\sin\beta, \quad \text{de unde} \quad \varepsilon=\sin\beta\,\frac{2-N}{D_2}\rho. \tag{11.41}$$

Înlocuind pe (11.40) și (11.41) în (11.38) se ajunge la :

$$\alpha+\beta+\gamma+\sin\alpha\,\frac{2-N}{D_1}\rho+\sin\beta\,\frac{2-N}{D_2}\rho=400^g. \tag{11.42}$$

Relația de mai sus (11.42) este o ecuație de gradul 1 în care necunoscuta este 2—N :

$$2-N=\frac{400^g-(\alpha+\beta+\gamma)}{\left(\frac{\sin\alpha}{D_1}+\frac{\sin\beta}{D_2}\right)\cdot\rho}. \tag{11.43}$$

În această relație α și β sînt unghiuri măsurate pe teren, γ, D_1 și D_2, obținute prin calcul, iar $\rho=636620^{cc}$, valoarea în secunde a unui radian.

În continuare se introduce valoarea calculată a lui 2—N în relațiile care dau unghiurile δ și ε :

$$\delta=\frac{400^g-(\alpha+\beta+\gamma)}{\rho D_1\left(\frac{\sin\alpha}{D_1}+\frac{\sin\beta}{D_2}\right)}\sin\alpha\cdot\rho=\sin\alpha\,\frac{400^g-(\alpha+\beta+\gamma)}{D_1\left(\frac{\sin\alpha}{D_1}+\frac{\sin\beta}{D_2}\right)} \tag{11.44}$$

$$\varepsilon=\frac{400^g-(\alpha+\beta+\gamma)}{\rho D_2\left(\frac{\sin\alpha}{D_1}+\frac{\sin\beta}{D_2}\right)}\sin\beta\cdot\rho=\sin\beta\,\frac{400^g-(\alpha+\beta+\gamma)}{D_2\left(\frac{\sin\alpha}{D_1}+\frac{\sin\beta}{D_2}\right)}. \tag{11.45}$$

Toți termenii din partea dreaptă fiind cunoscuți sau calculabili se obțin unghiurile δ și ε, iar apoi orientările direcțiilor de la punctul necunoscut la punctele cunoscute :

$$\theta_{1-N}=\theta_{1-2}+\delta$$

$$\theta_{3-N}=\theta_{3-2}-\varepsilon$$

$$\theta_{N-2}=\theta_{1-N}\pm 200^g+\alpha=\theta_{3-N}\pm 200^g-\beta. \qquad (11.46)$$

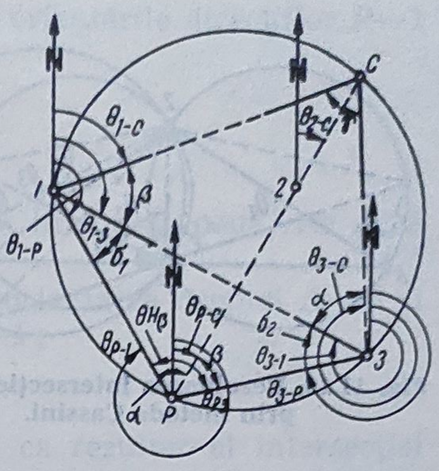


Fig. 11.15. Rezolvarea intersecției înapoi prin procedeul Collins.

Rezolvarea Collins. Această rezolvare mai este cunoscută sub denumirea de *metoda punctului ajutător* și are la bază o rezolvare grafico-analitică (fig. 11.15).

Măsurările pe teren sînt aceleași ca și în cazul rezolvării trigonometrice a intersecției înapoi. Mersul calculelor este, însă, diferit.

Pentru obținerea coordonatelor punctului P, C o l l i n s transformă problema în două intersecții înainte. În prima etapă se calculează coordonatele punctului C din triunghiul 1—3—C, iar în cea de a doua, coordonatele punctului P din triunghiul 1—3—P. Elementul de legătură îl constituie orientarea dreptei C—2—P, punctele respective fiind colineare.

Calculul coordonatelor punctului C se face trigonometric, ca la intersecția înainte, față de punctul 1 și față de punctul 3.

Se consideră ca fiind coordonate ale punctului C valorile medii rezultate din cele două determinări.

Punctele C, 2 și P fiind colineare, înseamnă că orientarea direcției C—2 este aceeași cu a dreptei 2—P și, implicit, a dreptei P—2. În consecință, se calculează din coordonatele punctelor C și 2 orientarea acestei direcții.

Folosind orientarea dreptei P—2 și unghiurile măsurate pe teren, se deduc orientările dreptelor P—1 și P—3 :

$$\theta_{P-3}=\theta_{P-2}-\alpha$$

$$\theta_{P-2}=\theta_{P-2}+\beta.$$

În triunghiul 1—3—P se calculează unghiurile δ_1 și δ_2 din diferența orientărilor, iar apoi prin aplicarea teoremei sinusurilor mărimea laturilor P—1 și P—3, deci :

$$\delta_1=\theta_{1-P}-\theta_{1-3}$$

$$\delta_2=\theta_{3-1}-\theta_{3-P}$$

$$\frac{1-3}{\sin(\alpha+\beta)}=\frac{1-P}{\sin\delta_2}=\frac{3-P}{\sin\delta_1}, \quad \text{de unde} \quad 1—P=1—3\,\frac{\sin\delta_2}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$\text{și} \quad 3—P=1—3\,\frac{\sin\delta_1}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

În final se calculează coordonatele punctului P față de 1 și de 3. Pentru control, coordonatele punctului P vor fi calculate și față de punctul 2.

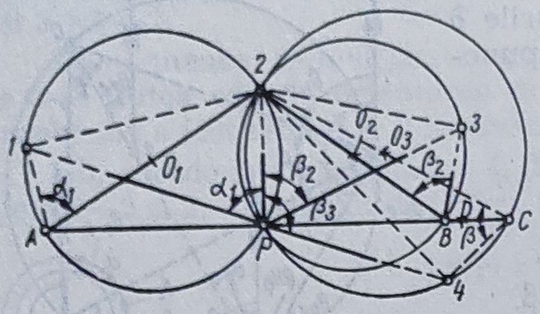


Fig. 11.16. Rezolvarea intersecției înapoi prin metoda Cassini.

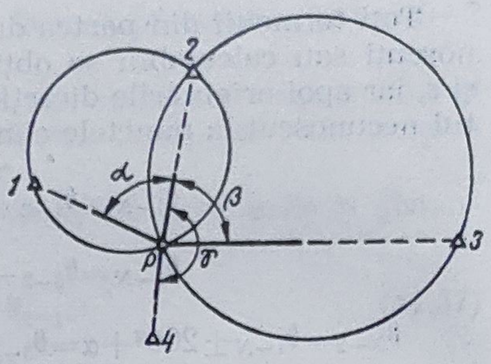


Fig. 11.17. Rezolvarea intersecției înapoi prin procedeul Martinian.

Rezolvarea Cassini. Această metodă se bazează, de asemenea, pe o construcție grafică, după care urmează calculul analitic al coordonatelor punctului necunoscut.

Pe teren se măsoară unghiurile α_1 și β_2 formate de direcțiile vizate P—1 cu P—2 și P—2 cu P—3, iar pentru control și unghiul β_3 format de direcțiile P—2 cu P—4.

Construcția grafică constă din următoarele operații :

— se consideră punctul P cunoscut și se trasează cercurile cu centrul în O_1, O_2 și O_3, trecînd prin punctele 1—2—P, 2—3—P și 2—4—P ;

— se duc diametrele cercurilor prin punctul 2, obținîndu-se punctele diametral opuse A, B și C ;

— se observă că punctele A, P, B și C sînt colineare, formînd o perpendiculară pe dreapta P—2, deoarece unghiurile A—P—2, 2—P—B și 2—P—C sînt unghiuri drepte pentru că subîntind un semicerc ;

— se deduce apoi că $\sphericalangle 1—A—2=\alpha_1$, $\sphericalangle 3—B—2=\beta_2$, iar $\sphericalangle 2—4—C=\beta_3$, deoarece subîntind aceleași arce de cerc.

Se calculează apoi coordonatele punctului A prin intersecție înapoi (fig. 11.16). Pentru aceasta se calculează din coordonate orientarea laturii 1—2 și, cunoscînd că unghiul A—1—2 $=100^g$, deoarece subîntinde un semicerc, se deduc orientările 1—A și 2—A :

$$\theta_{1-A}=\theta_{1-2}+100^g$$

$$\theta_{2-A}=\theta_{1-A}+\alpha_1.$$

Se procedează apoi, în mod asemănător, pentru obținerea coordonatelor punctului B, în care scop se deduc orientările direcțiilor 2—P și 3—P, cu ajutorul orientării 2—3, calculate din coordonate și a unghiului β_2 măsurat pe teren.

$$\theta_{3-B}=\theta_{3-2}-100^g$$

$$\theta_{2-B}=\theta_{3-B}-\beta=\theta_{2-3}+(100^g-\beta).$$

Coordonatele punctului B se calculează ca o intersecție înainte, pe cale analitică.

În continuare se calculează orientarea dreptei AB, folosind coordonatele punctelor calculate mai înainte, iar apoi cunoscînd că $2P \perp AB$ se calculează orientarea dreptei 2—P :

$$\theta_{2-P}=\theta_{A-B}\pm 100^g.$$

Cu ajutorul orientării dreptei 2—P se obţin orientările direcţiilor P—1 şi P—3 :

$$\theta_{P-1}=\theta_{P-2}-\alpha_1$$

$$\theta_{P-3}=\theta_{P-2}+\beta_2.$$

Punctul P se obţine prin intersecţie directă, luîndu-se două cîte două direcţiile 1—P cu 2—P, iar apoi 2—P cu 3—P.

Se foloseşte şi al treilea cerc şi, cunoscînd orientarea dreptei A—B şi unghiul β_3, se calculează orientarea direcţiei P—4 ;

$$\theta_{P-4}=\theta_{P-2}+\beta_3.$$

Pentru control, punctul P se calculează şi ca rezultat al intersecţiei dreptelor P—3 cu P—4.

Procedeul imaginat de C a s s i n i impune urmărirea calculelor cu ajutorul schiţei. Deşi calculele sînt mai lungi, el este totuşi folosit uneori, deoarece oferă posibilităţi de control pe parcurs.

În final, coordonatele punctului P se obţin ca medii ale mai multor valori, ceea ce elimină eventualele erori apărute pe parcurs.

Rezolvarea Martinian. În această rezolvare măsurările pe teren se limitează la unghiurile formate de direcţia punctului necunoscut cu punctele cunoscute, notate cu α şi β, iar pentru control şi a unghiului γ (fig. 11.17).

Metoda se bazează pe o construcţie grafică de genul celei imaginate de Cassini, după care se trece la calculul coordonatelor punctului necunoscut.

Relaţiile pentru calculul punctului necunoscut sînt :

$$X_P=X_2—r\Delta Y$$

$$Y_P=Y_2+r\Delta X$$

Raportul r rezultă din relaţia :

$$r=\frac{\Delta Y\delta X-\Delta X\delta Y}{\Delta X^2+\Delta Y^2},$$

în care :

$$\Delta X=(Y_3—Y_2)\operatorname{ctg}\beta—(Y_2—Y_1)\operatorname{cgt}\alpha+X_3—X_1$$

$$\Delta Y=—(X_3—X_2)\operatorname{ctg}\beta+(X_2—X_1)\operatorname{ctg}\alpha+Y_3—Y_1$$

$$\delta X=(Y_2—Y_1)\operatorname{ctg}\alpha—X_1+X_2$$

$$\delta Y=(X_1—X_2)\operatorname{ctg}\alpha—Y_1+Y_2$$

Deducerea relaţiilor este anevoioasă iar calculele sînt numeroase, astfel încît metoda are o întrebuinţare redusă.

Ea oferă, ca şi alte metode, posibilitatea controlului cu ajutorul celei de a patra vize. Pentru aceasta este necesar să se cunoască orientarea uneia din drepte şi unghiul pe care-l face dreapta respectivă cu viza a patra.

Cazuri de nedeterminare la aplicarea intersecţiei înapoi. La folosirea metodei de obţinere a punctelor prin intersecţie înapoi există însă şi situaţii de nedeterminare datorită poziţiei punctelor, care conduc la o situaţie în care nu se poate aplica nici una din soluţii. Este vorba de situaţia

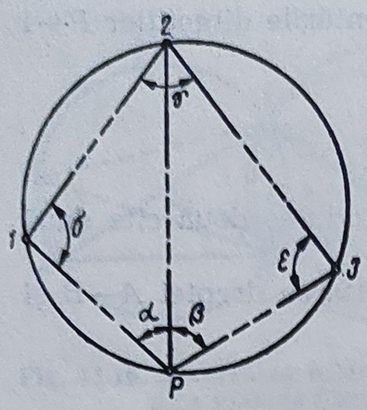


Fig. 11.18. Cazul nedeterminării la efectuarea unei intersecții înapoi.

cînd cele 3 puncte cunoscute formează împreună cu punctul necunoscut un patrulater inscriptibil într-un cerc. Pentru a preîntîmpina o asemenea situație se poate determina pe cale matematică posibilitatea de apariție a nedeterminărilor (fig. 11.18).

Pentru aceasta vom considera punctele cunoscute 1, 2, 3 și punctul necunoscut P, incriptibile într-un cerc. Suma unghiurilor din poligonul 1—2—3—P va fi :

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=400^g. \tag{11.47}$$

Din aplicarea teoremei sinusurilor în triunghiurile 1—P—2 și 3—P—2 rezultă relațiile :

$$\frac{2-P}{\sin\delta}=\frac{1-2}{\sin\alpha}\,;\quad \frac{2-P}{\sin\varepsilon}=\frac{2-3}{\sin\beta}\,. \tag{11.48}$$

Din proporțiile de mai sus se scoate termenul 2—P, obținîndu-se :

$$2-P=1-2\,\frac{\sin\delta}{\sin\alpha}\quad\text{și}\quad 2-P=2-3\,\frac{\sin\varepsilon}{\sin\beta}\,. \tag{11.49}$$

Termenul din partea stîngă fiind același, se poate scrie egalitatea dintre termenii înscriși în partea a doua a relațiilor :

$$1-2\,\frac{\sin\delta}{\sin\alpha}=2-3\,\frac{\sin\varepsilon}{\sin\beta} \tag{11.50}$$

sau, inversînd termenii proporției obținute, se ajunge la :

$$\frac{\sin\delta}{\sin\varepsilon}=\frac{2-3}{1-2}\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\,. \tag{11.51}$$

Folosind una din proprietățile proporțiilor, după care valoarea unei proporții nu se modifică dacă, din ambii membrii, numitorii se scad de la numărători și se adună la numitori, se va obține :

$$\frac{\sin\delta-\sin\varepsilon}{\sin\delta+\sin\varepsilon}=\frac{2-3\cdot\sin\alpha-1-2\cdot\sin\beta}{2-3\cdot\sin\alpha+1-2\cdot\sin\beta} \tag{11.52}$$

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{\delta-\varepsilon}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\delta+\varepsilon}{2}}=\frac{1-\frac{1-2\cdot\sin\beta}{2-3\cdot\sin\alpha}}{1+\frac{1-2\cdot\sin\beta}{2-3\cdot\sin\alpha}}\,, \tag{11.53}$$

sau :

$$\operatorname{tg}\frac{\delta-\varepsilon}{2}=\operatorname{tg}\frac{\delta+\varepsilon}{2}\cdot\frac{1-\frac{1-2\cdot\sin\beta}{2-3\cdot\sin\alpha}}{1+\frac{1-2\cdot\sin\beta}{2-3\cdot\sin\alpha}}\,. \tag{11.54}$$

Pentru simplificarea notației în relația (11.54) vom nota :

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{1-2\cdot\sin\beta}{2-3\cdot\sin\alpha}\,. \tag{11.55}$$

Prin înlocuirea lui (11.55) în (11.54), aceasta se va scrie sub forma :

$$\operatorname{tg}\frac{\delta-\varepsilon}{2}=\operatorname{tg}\frac{\delta+\varepsilon}{2}\cdot\frac{1-\operatorname{tg}\varphi}{1+\operatorname{tg}\varphi}. \tag{11.56}$$

În cazul cînd $\alpha+\beta+\gamma=200^g$, înseamnă că în situaţia unui patrulater inscriptibil într-un cerc $\delta+\varepsilon=200^g$ şi atunci :

$$\sin\delta=\sin(200^g-\varepsilon)=\sin\varepsilon \tag{11.57}$$

Înseamnă că relaţia (11.56) se va putea scrie sub forma :

$$\operatorname{tg}\frac{\delta-\varepsilon}{2}=\operatorname{tg}\frac{200^g}{2}\cdot\frac{1-1}{1+1}=\infty\cdot 0. \tag{11.58}$$

Rezultă că la aplicarea intersecţiei înapoi trebuie evitată situaţia în care :

$$\alpha+\beta+\gamma=200^g, \tag{11.59}$$

deoarece aceasta conduce la nedeterminare. Acest lucru trebuie realizat chiar de la proiectarea vizelor pentru determinarea punctului de intersecţie.

11.6.4. INTERSECŢIA COMBINATĂ

Există numeroase situaţii în care folosirea intersecţiei înainte sau a celei înapoi nu este posibilă, deoarece fie că nu toate punctele cunoscute sînt staţionabile (turnuri de biserici, coşuri de fabrici etc.), fie că nu sînt vizibile, în numărul prevăzut de instrucţiuni, pentru observarea din punctul necunoscut.

Pentru determinarea coordonatelor punctului necunoscut se utilizează o combinaţie între intersecţia înainte şi cea înapoi, de unde şi denumirea metodei. În plus, intersecţia combinată asigură condiţii mai bune pentru intersectarea direcţiilor sub unghiuri mai favorabile.

Metoda foloseşte atît vize orientate de la punctele vechi de coordonate cunoscute, ca la intersecţia înainte, cît şi vize de la punctul nou, spre puncte vechi de coordonate cunoscute, ca la intersecţia înapoi (fig. 11.19).

În cazul situaţiei prezentată în figura 11.19, din punctul P sînt posibile vize la punctele 3 şi 4 nestaţionabile şi se poate viza din punctele 1 şi 2 la punctul nou.

Într-o astfel de situaţie, pe teren, se fac observaţii atît din punctele cunoscute, cît şi din punctul nou, operaţiile desfăşurîndu-se astfel :

— din staţia 1, după introducerea în aparat a orientării dreptei 1—2 se vizează la punctul P, obţinîndu-se orientarea dreptei 1—P ;

— se procedează în acelaşi mod în staţia 2, în urma observaţiilor obţinîndu-se orientarea dreptei 2—P ;

— din staţia P se măsoară unghiurile α şi β formate de direcţiile P—3 cu P—1 şi P—1 cu P—4.

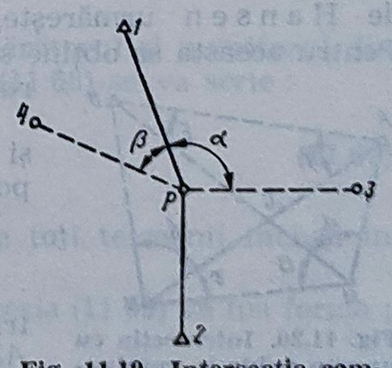


Fig. 11.19. Intersecţia combinată.

Calculul orientărilor se desfășoară după procedeul orientării automate a vizelor, așa cum se arată la intersecția înainte.

Orientările definitive pentru calculul punctului nou se obțin ca medii ale direcțiilor din punctele cunoscute la punctul nou și ale celor de la punctul nou la punctele cunoscute.

Pentru direcțiile care au fost vizate numai din punctul nou orientările se obțin cu ajutorul unghiurilor și al orientărilor direcțiilor vizate reciproc.

Cu elementele de pe teren și calculul orientărilor, problema este transformată în intersecție înainte. La calculul intersecțiilor se caută direcțiile cele mai convenabile care fac între ele unghiuri de 50—100^g.

11.6.5. INTERSECȚII LA LIMITĂ

În numeroase cazuri, îndeosebi în condiții dificile de teren (terenuri inundabile, zone irigate, terenuri degradate), punctele de sprijin existente sînt insuficiente ca număr sau nestaționabile pentru aplicarea intersecției în condițiile prevăzute de instrucțiunile tehnice.

Întrucît îndesirea punctelor de sprijin prin triangulație topografică este dificilă și cere un timp lung și un volum important de forțe de muncă, au fost imaginate soluții și pentru asemenea situații.

Rezolvarea Hansen. Prin această soluție este posibilă obținerea coordonatelor unui punct nou folosind numai două puncte de sprijin (fig. 11.20).

În acest scop se alege un punct ajutător la o distanță de minimum 40% din depărtarea dintre punctele cunoscute și se staționează cu teodolitul atît în punctul ale cărui coordonate se caută, cît și în punctul ajutător. În ambele stații observațiile se fac prin metoda turului de orizont, cu luneta, în ambele poziții ale sale. Vizele se fac atît la punctele cunoscute, cît și la punctul ajutător, respectiv la punctul nou, obținîndu-se unghiurile α, β, γ și δ, care se compensează cu corecția în tur de orizont.

De pe figură se observă că dacă s-ar cunoaște unghiurile φ și ε problema se transformă în intersecție înainte, punctul nou rezultînd din intersectarea a 3 direcții : $\overline{AM}$, $\overline{BM}$ și MN astfel încît rezolvarea concepută de Hansen urmărește, îndeosebi, determinarea acestor două unghiuri. Pentru aceasta se obține suma și diferența dintre aceste două unghiuri, în raport de elementele măsurate pe teren.

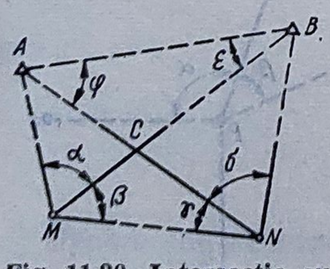


Fig. 11.20. Intersecția cu puncte duble în rezolvarea Hansen.

O primă relație rezultă din triunghiurile ACB și MCN care au unghiul din C egal, astfel încît se poate scrie :

$$\varphi+\varepsilon=\beta+\gamma. \qquad (11.60)$$

Pentru obținerea celei de a doua relații se iau triunghiurile AMN și AMB, care au comună latura AM și BMN cu ANB, care au comună latura BN, aplicîndu-se teorema sinusurilor.

Din prima pereche de triunghiuri rezultă relaţiile :

$$\frac{MN}{\sin [200^g-(\alpha+\beta+\gamma)]}=\frac{AM}{\sin \gamma} \text{ sau } \frac{MN}{AM}=\frac{\sin [200^g-(\alpha+\beta+\gamma)]}{\sin \gamma} \quad (11.61)$$

şi

$$\frac{AM}{AB}=\frac{\sin \varepsilon}{\sin \alpha}, \quad (11.62)$$

iar din înmulţirea relaţiilor (11.61) şi (11.62) se va obţine :

$$\frac{MN\cdot AM}{AM\cdot AB}=\frac{\sin [200^g-(\alpha+\beta+\gamma) \sin \varepsilon]}{\sin \gamma \cdot \sin \alpha} \text{ sau : } \frac{MN}{AB}=\frac{\sin (\alpha+\beta+\gamma) \sin \varepsilon}{\sin \gamma \cdot \sin \alpha} \quad (11.63)$$

Din a doua pereche de triunghiuri se ajunge la :

$$\frac{MN}{BN}=\frac{\sin (\beta+\gamma+\delta)}{\sin \beta} \quad (11.64)$$

şi

$$\frac{BN}{AB}=\frac{\sin \varphi}{\sin \delta}, \quad (11.65)$$

iar din înmulţirea relaţiilor (11.64) cu (11.65) va rezulta :

$$\frac{MN\cdot BN}{BN\cdot AB}=\frac{\sin (\beta+\gamma+\delta) \sin \varphi}{\sin \beta \sin \delta}$$

sau :

$$\frac{MN}{AB}=\frac{\sin (\beta+\gamma+\delta) \sin \varphi}{\sin \beta \sin \delta} \quad (11.66)$$

Deoarece termenii din partea stîngă ai ecuaţiilor (11.63) şi (11.66) sînt aceiaşi, se pot egala între ei şi termenii din dreapta egalităţilor :

$$\frac{\sin (\alpha+\beta+\gamma) \sin \varepsilon}{\sin \gamma \sin \alpha}=\frac{\sin (\beta+\gamma+\delta) \sin \varphi}{\sin \beta \sin \delta} \quad (11.67)$$

Prin inversarea unor termeni ai proporţiilor se ajunge la relaţia :

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varphi}=\frac{\sin (\beta+\gamma+\delta) \sin \varphi \sin \alpha}{\sin (\alpha+\beta+\gamma) \sin \beta \sin \delta} \quad (11.68)$$

Pentru simplificarea notaţiei se notează numărătorul şi numitorul din partea dreaptă a egalităţii, astfel încît expresia (11.68) se va scrie :

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varphi}=\frac{P_1}{P_2} \quad (11.69)$$

Această simplificare este justificată deoarece toţi termenii incluşi în P_1 şi P_2 sînt cunoscuţi prin măsurare pe teren.

Utilizînd o altă proprietate a proporţiilor expresia (11.69) va lua forma :

$$\frac{\sin \varepsilon-\sin \varphi}{\sin \varepsilon+\sin \varphi}=\frac{P_1-P_2}{P_1+P_2} \quad (11.70)$$

Se înlocuiesc numitorul și numărătorul din stînga ecuației cu relațiile cunoscute din trigonometrie :

$$\sin \varepsilon - \sin \varphi = 2 \sin \frac{\varepsilon-\varphi}{2} \cos \frac{\varepsilon+\varphi}{2} \tag{11.71}$$

$$\sin \varepsilon + \sin \varphi = 2 \sin \frac{\varepsilon+\varphi}{2} \cos \frac{\varepsilon-\varphi}{2}, \tag{11.72}$$

astfel încît relația (11.70) va deveni, după simplificare cu 2 :

$$\frac{\sin \frac{\varepsilon-\varphi}{2} \cos \frac{\varepsilon+\varphi}{2}}{\sin \frac{\varepsilon+\varphi}{2} \cos \frac{\varepsilon-\varphi}{2}} = \frac{P_1-P_2}{P_1+P_2} \tag{11.73}$$

sau :

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon-\varphi}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varepsilon+\varphi}{2} = \frac{P_1-P_2}{P_1+P_2} \tag{11.74}$$

Din această relație se deduce :

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon-\varphi}{2} = \frac{P_1-P_2}{P_1+P_2} \operatorname{tg} \frac{\varepsilon+\varphi}{2} \tag{11.75}$$

sau :

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon-\varphi}{2} = \frac{P_1-P_2}{P_1+P_2} \operatorname{tg} \frac{\beta+\gamma}{2}, \text{ deoarece } \varepsilon+\varphi=\beta+\gamma \tag{11.76}$$

Toți termenii din partea dreaptă a relației (11.76) sînt măsurați pe teren, astfel încît se poate calcula valoarea $\operatorname{tg} \frac{\varepsilon-\varphi}{2}$ și, în consecință, mărimea diferenței $\varepsilon - \varphi$.

Se rezolvă sistemul de ecuații care au ca necunoscute pe ε și φ și, prin aceasta, devine posibilă determinarea orientărilor necesare pentru obținerea coordonatelor punctului M prin intersecție înainte. Orientările căutate sînt :

$$\theta_{A-N} = \theta_{A-B} + \varphi$$

$$\theta_{A-M} = \theta_{A-B} + \varphi + [200^g - (\alpha+\beta+\gamma)]$$

$$\theta_{B-N} = \theta_{B-A} - \varepsilon - [200^g - (\beta+\gamma+\delta)]$$

$$\theta_{B-M} = \theta_{B-B} - \varepsilon$$

Rezolvarea Ottokar Kadner. Această soluție necesită aceleași lucrări de teren ca și metoda Hansen : alegerea unui punct ajutător, amplasat la 40—50% de punctul căutat din distanța dintre punctele cunoscute ; staționarea în cele două puncte necunoscute și observarea cu un teodolit atît a punctelor vechi, cît și a celuilalt punct necunoscut. După compensarea în tur de orizont se deduc unghiurile necesare transformării intersecției îna-

poi într-o intersecție înainte. În această rezolvare unghiurile necesare calculului, așa cum se pot observa și pe figura 11.21, sînt :

$$\alpha = C_{M-N} - C_{M-A}$$

$$\beta = C_{M-B} - C_{M-N}$$

$$\gamma = C_{N-A} - C_{N-M}$$

$$\delta = C_{N-B} - C_{N-M}$$

Pentru a se putea transforma problema într-o intersecție înainte se observă că este necesar unghiul ε rezultat din prelungirea dreptelor BA și MN, după care $\theta_{MN} = \theta_{AB} + \varepsilon$.

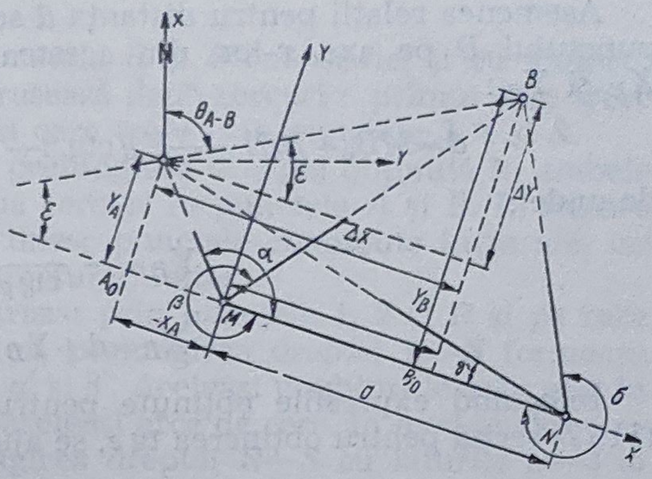


Fig. 11.21. Problema Hansen, în rezolvarea lui Kadner Otokar.

Cu ajutorul orientării θ_{MN} se obțin și celelalte orientări :

$$\theta_{MA} = \theta_{MN} - \alpha \qquad \theta_{NA} = \theta_{MN} + \gamma$$

$$\theta_{MB} = \theta_{MN} + \beta \qquad \theta_{NB} = \theta_{NM} - \delta$$

Rezultă că problema de bază a acestei soluții stă în obținerea unghiului ε, deoarece orientarea dreptei A—B se obține din coordonatele punctelor.

Pentru determinarea unghiului ε se începe prin trasarea unui sistem de axe rectangulare prin punctul M, una din axe — cea a X-lor —, fiind chiar direcția MN.

Înseamnă că în noul sistem punctele cunoscute vor avea coordonatele : $A(X_A ; Y_A)$ și $B(X_B ; Y_B)$, proiecțiile punctelor pe axa X-lor notîndu-se cu A_0 și B_0. Ducînd prin punctul A o paralelă la direcția MN, aceasta va forma cu linia AB, unghiul ε, astfel încît se poate scrie :

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \tag{11.77}$$

Pentru obținerea termenilor din partea dreaptă a relației (11.77) se scrie mai întîi expresia lui d, distanța dintre punctele M și N în funcție de coordonatele sistemului nou și elementele măsurate pe teren.

În raport cu proiecția punctului A pe axa x-lor, distanța d va fi :

$$d = A_0N - A_0M = Y_A \operatorname{ctg} \gamma - (-Y_A \operatorname{ctg} \alpha) = Y_A \operatorname{ctg} \gamma - (-X_A), \tag{11.78}$$

de unde :

$$Y_A = \frac{d}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \gamma}$$

$$X_A = d - Y_A \operatorname{ctg} \gamma \tag{11.79}$$

Asemenea relații pentru distanța d se pot scrie și în raport cu proiecția punctului B pe axa x-lor, din acestea putîndu-se obține relații pentru X_B și Y_B:

$$d = MB_0 + B_0N = -Y_B \operatorname{ctg} \beta - Y_B \operatorname{ctg} \delta = X_B - Y_B \operatorname{ctg} \delta, \qquad (11.80)$$

de unde :

$$Y_B = -\frac{d}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \delta} \qquad (11.81)$$

$$X_B = d + Y_B \operatorname{ctg} \delta.$$

Înlocuind expresiile obținute pentru X_A, X_B, Y_A și Y_B în relația (11.77) scrisă pentru obținerea tg ε, se ajunge la :

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\dfrac{d}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \delta} - \dfrac{d}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \gamma}}{d - \dfrac{d}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \delta} \operatorname{ctg} \delta - d + \dfrac{d}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \gamma} \operatorname{ctg} \gamma} \qquad (11.82)$$

de la care, prin operații de aducere la același numitor și reducere a termenilor asemenea, se ajunge la forma definitivă :

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{ctg} \delta}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \delta - \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma}. \qquad (11.83)$$

Întrucît toți termenii din partea dreaptă sînt cunoscuți, relația este calculabilă, astfel încît în final se obține tg ε, iar cu ajutorul tabelelor de valori naturale valoarea unghiului ε.

Rezolvarea Marek. Această metodă contribuie la rezolvarea unei alte situații de intersecție la limită. Considerînd punctele de coordonate cunoscute, 1 și 2, inaccesibile dar vizibile din punctul necunoscut R, se caută un alt punct ajutător, S, de la care să existe vizibilitate către punctul R și către alte două puncte, de asemenea inaccesibile, 3 și 4.

Pe teren se staționează cu teodolitul în punctele necunoscute R și S, măsurîndu-se :

— din stația R unghiurile α și β ;

— din stația S unghiurile γ și δ (fig. 11.22).

Rezolvarea Marek are două etape : prima — *grafică*, iar a doua *de calcul*.

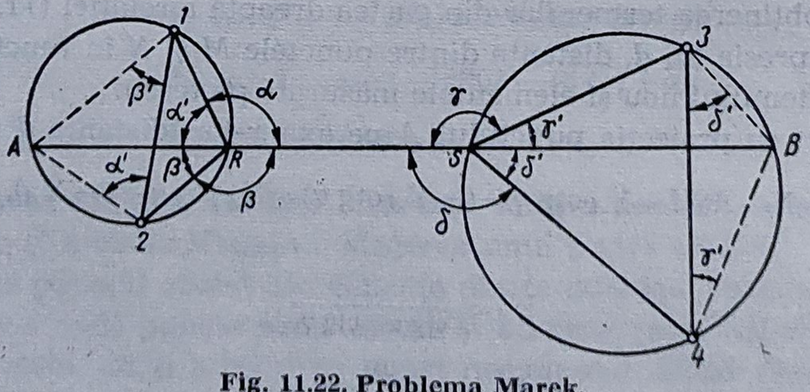


Fig. 11.22. Problema Marek.

În prima etapă se consideră punctele R și S cunoscute, și cu ajutorul unghiurilor măsurate pe teren se trasează două cercuri : primul care trece prin punctele 1, 2 și R, iar al doilea care trece prin punctele 3, 4 și S.

Se unește punctul R cu S și se prelungește dreapta obținută în ambele sensuri, pînă intersectează cele două cercuri în punctele A și B. În fiecare cerc se trasează linii prin care se unesc punctele cunoscute între ele, iar apoi cu punctul necunoscut și cu punctul ajutător.

Considerînd cercul din stînga, trasat prin punctele 1, 2 și R și pe care s-a obținut punctul A, se observă că prelungirea dreptei R—S formează cu laturile R—1 și R—2 unghiurile α' și β'. Aceleași unghiuri le vom găsi în punctele 1 și 2, deoarece subîntind aceleași arce de cerc. În mod analog unghiurile γ' și δ' formate de prelungirea dreptei R—S cu laturile S—3 și S—4 se regăsesc în punctele 4 și 3, egale în baza aceluiași principiu (subîntind arce egale).

În continuare se calculează orientările direcțiilor 1—2 și 3—4, folosind coordonatele acestor puncte și orientările laturilor ajutătoare.

$$\theta_{1-A}=\theta_{1-2}+\beta', \quad \theta_{3-B}=\theta_{3-4}-\delta'$$

$$\theta_{2-A}=\theta_{1-2}\pm 200^g-\alpha', \quad \theta_{4-B}=\theta_{3-4}\pm 200^g+\gamma'.$$

Folosind orientările laturilor 1—A și 2—A pe de o parte, și ale laturilor S—4 și 4—B pe de altă parte, se calculează coordonatele punctelor A și B prin intersecție înainte.

Avînd coordonatele punctelor A și B se calculează orientarea dreptei A—B care, avînd aceeași orientare cu a dreptei R—S, permite determinarea orientărilor dreptelor care determină punctele R și S.

$$\theta_{1-R}=\theta_{A-B}\pm 200^g-\alpha$$

$$\theta_{2-R}=\theta_{A-B}\pm 200^g+\beta$$

$$\theta_{3-S}=\theta_{A-B}\pm 200^g-\gamma$$

$$\theta_{4-S}=\theta_{A-B}\pm 200^g+\delta.$$

În acest fel, utilizînd orientărilt obținute, coordonatele punctelor noi se pot obține prin intersecție directă.

Pentru control se verifică dacă punctele A, R, S și B sînt colineare, în care caz suprafața calculată din coordonatele punctelor trebuie să fie egală cu zero.

11.7. ÎNDESIREA PUNCTELOR DE SPRIJIN PRIN POLIGONOMETRIE

11.7.1. CARACTERISTICI. CONDIȚII

În numeroase situații sînt necesare mai multe puncte de sprijin decît cele cerute de instrucțiuni, așa cum este cazul traseelor pentru canale de alimentare și evacuare din sistemele de îmbunătățiri funciare al căilor de comunicație și al altor lucrări unde atît pentru proiectare și execuție, cît

mai ales pentru exploatare sînt necesare lucrări periodice sau ocazionale de amplasare sau de verificare.

În asemenea situații amplasarea de triangulații nu este suficientă și nici economică, iar intersecția nu asigură numărul necesar de puncte decît prin repetarea ei.

În astfel de cazuri rețeaua punctelor de sprijin se poate îndesi prin poligonometrie, care poate înlocui în condiții dificile triangulația de ordinul V.

La executarea drumuirilor poligonometrice trebuie să fie respectate o serie de condiții, printre care mai importante sînt următoarele :

— lungimea laturilor să fie măsurată direct, ca și bazele de triangulație, neadmițîndu-se laturi mai scurte de 100 m sau mai lungi de 500 m ;

— măsurarea unghiurilor trebuie să se facă cu teodolite de 2—5^{cc} ;

— drumuirea să se desfășoare pe trasee aproximativ în linie dreaptă și fără denivelări, neadmițîndu-se o abatere mai mare de 1/3 din lungimea totală a traseului față de linia care unește punctul inițial și cel final ;

— unghiurile laturilor să nu fie mai mici de 150^{g} sau mai mari de 250^{g} ;

— laturile să fie pe cît posibil egale și cît mai apropiate de lungimea maximă recomandată pentru drumuirile poligonometrice ;

— la stabilirea punctelor de stație să se asigure posibilitatea ca după fiecare 4—5 stații să existe vizibilitate pentru vize de control la puncte de triangulație.

11.7.2. EFECTUAREA DRUMUIRILOR POLIGONOMETRICE

Întocmirea proiectului și recunoașterea terenului. În vederea realizării unei drumuiri poligonometrice se întocmește un proiect tehnic, format din piesele necesare oricărei ridicări numerice în plan.

Proiectul tehnic constă în amplasarea pe o hartă la scara 1 : 25 000 sau 1 : 50 000, pe care s-au trecut toate punctele geodezice cunoscute, a traseului drumuirii, cu punctele ei caracteristice, urmărindu-se respectarea condițiilor, enunțate în paragraful anterior.

Pe baza proiectului, de fapt a anteproiectului, se face recunoașterea tuturor traseelor stabilite, cu care ocazie se verifică fiecare punct poligonometric proiectat, posibilitatea de amplasare, materializare și semnalizare a lui, condițiile de vizibilitate.

După recunoașterea terenului se definitivează proiectul tehnic, în raport cu observațiile făcute pe teren și se completează și cu celelalte piese ale dosarului : memoriul justificativ și devizul estimativ.

Marcarea și semnalizarea punctelor. Punctele poligonometrice se materializează pe teren prin *borne*, pe teren deschis, sau prin *repere* încastrate în localități.

Asemenea marcaje se practică la distanțe de 1 000—1 200 m. Punctele amplasate la distanțe intermediare se materializează cu picheți de lemn în extravilan sau buloane metalice în intravilan.

Pentru fiecare punct marcat se întocmește o descriere topografică în care se indică felul marcării și posibilitatea de acces la el, prin înscrierea distanței și orientării față de un punct de reper.

Semnalizarea punctelor poligonometrice se face cu jaloane instalate pe trepied deasupra pentru punctele la care este posibilă vizarea la acestea sau prin semnale demontabile, de tipul balizelor, pentru punctele amplasate la limita superioară a lungimii laturilor.

Măsurări pe teren. Pe teren se măsoară unghiurile pe care le fac laturile succesive ale drumuirii, precum și lungimea laturilor.

Măsurarea unghiurilor se face cu teodolite de 2^{cc}, cu două serii și închiderea obligatorie în tur de orizont. Centrarea în stație trebuie să se facă cu grijă, neadmițîndu-se o eroare de centrare mai mare de 2 mm. Cînd vizele se fac la distanțe mai mari de 600 m este necesar ca măsurarea unghiurilor să se facă cu 4 serii.

În fiecare stație trebuie măsurate și unghiurile verticale ale laturilor drumuirii, făcîndu-se vize atît la punctul înapoi, cît și la punctul înainte. Observațiile se fac cu ambele poziții ale lunetei și sînt necesare pentru determinarea poziției nivelitice a punctelor.

În prima și în ultima stație se mai măsoară folosind punctele de sprijin, orientarea laturii de pornire și a laturii finale a drumuirii.

La închiderea unghiulară a unei drumuiri poligonometrice se admite o nepotrivire care trebuie să fie mai mică decît toleranța, care este dată de relația :

$$T = \pm 20^{cc}\sqrt{n},$$

în care T reprezintă toleranța exprimată în secunde ; n — numărul vîrfurilor poligonului, inclusiv punctul inițial și final.

Măsurarea laturilor se face cu ajutorul panglicii de oțel, dus și întors, între cele două valori obținute pentru aceeași latură putînd exista un ecart care trebuie să fie mai mic decît toleranța dată de formula :

$$T = 0{,}030 + 0{,}002\sqrt{D},$$

în care D reprezintă lungimea laturii măsurate.

În cazul cînd dificultățile de teren nu permit măsurarea directă a unei laturi de drumuire se poate folosi *procedeul bazei scurte*, cunoscut de la metoda triangulației. Baza scurtă trebuie să aibă o lungime de cel puțin 1/3 din latura drumuirii, iar precizia de măsurare a ei trebuie să fie de 1 : 20 000.

C a l c u l e. Pentru obținerea coordonatelor punctelor se fac următoarele calcule :

— compensarea unghiurilor în tur de orizont, cu efectuarea mediilor pentru fiecare viză, iar apoi compensarea neînchiderii unghiulare a drumuirii ;

— calculul laturilor determinate cu ajutorul bazelor ajutătoare și reducerea la orizont ;

— transmiterea orientărilor ;

— calculul și compensarea coordonatelor relative. Compensarea coordonatelor relative se face proporțional cu mărimea laturilor, cînd drumuirea are pînă la 5 laturi și prin metode mai riguroase, cînd drumuirea are mai multe laturi ;

— calculul coordonatelor absolute.

Toate aceste calcule se desfășoară în același mod care a fost prezentat detaliat la metoda triangulației.

În final, se întocmește documentația definitivă care conține alături de datele măsurărilor de pe teren și calculele efectuate pe formulare standardizate.

11.8. RIDICĂRI PLANIMETRICE NUMERICE PRIN METODA DRUMUIRII

11.8.1. CUNOȘTINȚE GENERALE PRIVITOARE LA METODA DRUMUIRII

Drumuirea este o metodă numerică utilizată atît la ridicările planimetrice, cît și la cele nivelitice.

Spre deosebire de metodele numerice prezentate anterior, drumuirea este folosită în principal pentru obținerea punctelor caracteristice de detaliu. Ea se poate utiliza, atunci cînd se întrebuințează aparate de precizie ridicată și metodele adecvate, pentru obținerea de puncte de sprijin.

Drumuirile sînt de mai multe feluri ; ele se împart după felul punctelor și după forma drumuirilor.

După felul punctelor între care se desfășoară drumuirile, se deosebesc trei feluri de drumuiri și anume :

— *primare,* cînd drumuirea se sprijină la ambele extremități pe puncte de triangulație sau intersecție ;

— *secundare,* cînd unul din punctele de drumuire, cel inițial, este un punct de triangulație sau intersecție, iar celălalt un punct de drumuire primară ;

— *terțiare,* cînd două sau mai multe puncte ale drumuirii sînt puncte de drumuire primară sau secundară.

După forma lor, drumuirile pot fi : *sprijinite* sau *închise.*

Drumuirile sprijinite. Sînt cele care pornesc de la un punct de triangulație sau intersecție și se sprijină, în final, pe un punct, de asemenea cunoscut și determinat anterior. În cazul drumuirilor sprijinite se pot distinge cele trei categorii de drumuiri, deosebite din punct de vedere al punctelor pe care se sprijină.

Drumuirile sprijinite sînt și ele de mai multe feluri. În primul rînd se distinge drumuirea sprijinită *cu stații curente* (fig. 11.23) și care constă în a staționa în fiecare punct al poligonului, măsurîndu-se fie unghiurile

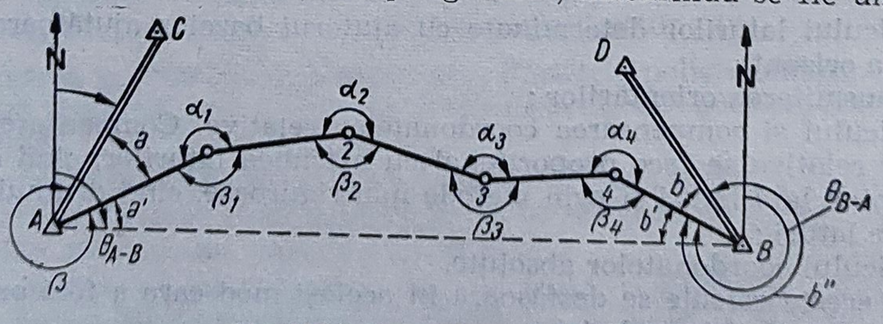


Fig. 11.23. Drumuirea sprijinită.

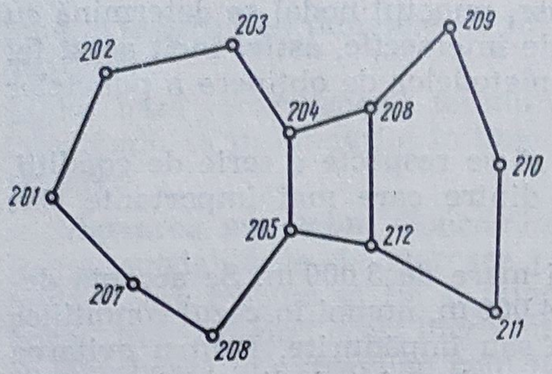


Fig. 11.24. Drumuire sprijinită acolată.

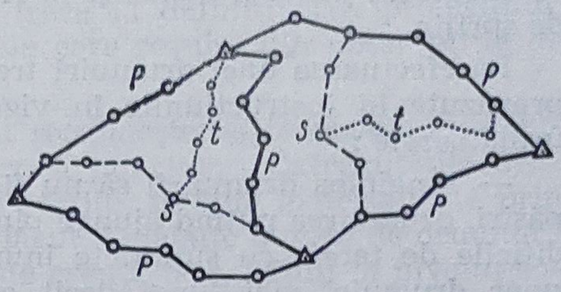


Fig. 11.25. Tipuri de drumuiri sprijinite :
p — principale ; *s* — secundare ; *t* — terțiare.

dintre laturile poligonului, fie orientările laturilor, unghiurile verticale precum și lungimea tuturor laturilor, pe cale directă sau indirectă.

În cazul cînd punctele caracteristice nu pot fi cuprinse printr-o parcurgere simplă a lor, ele se grupează, formînd în acest fel o așa-numită *drumuire acolată,* care constă din alăturarea mai multor drumuiri legate între ele prin una sau mai multe rețele (fig. 11.24). Acesta este un caz particular de drumuire, ca și cel prezentat în figura 11.25, în care se prezintă un grupaj de drumuiri sprijinite, de ordine diferite și prin care se caută să se parcurgă traseele care interesează lucrările care trebuie executate.

Drumuirea în circuit închis. Constă din parcurgerea unei linii poligonale închise, staționîndu-se în vîrfurile poligonului și măsurîndu-se elementele specifice drumuirii : unghiuri orizontale sau orientări, unghiuri verticale și mărimile laturilor.

Instrucțiunile în vigoare indică folosirea drumuirilor închise atunci cînd din unele puncte de drumuire se pot face observații la puncte de triangulație sau intersecție, direcțiile vizate formînd cu laturile drumuirii unghiuri apropiate de 100^g (fig. 11.26).

Un caz particular de drumuire îl constituie *drumuirea cu punct nodal.*

Particularitatea constă în faptul că însumează un număr de 2—5 drumuiri care au un punct comun, denumit *punct nodal* (fig. 11.27). Măsură-

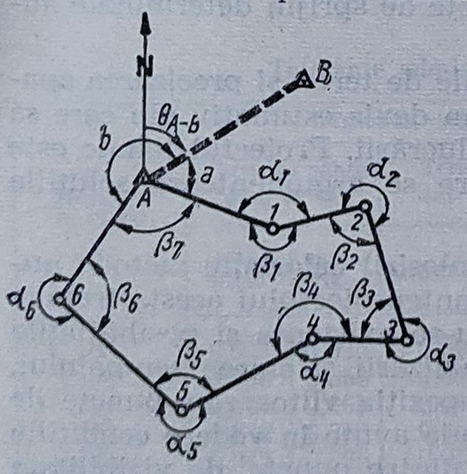


Fig. 11.26. Drumuirea în circuit închis.

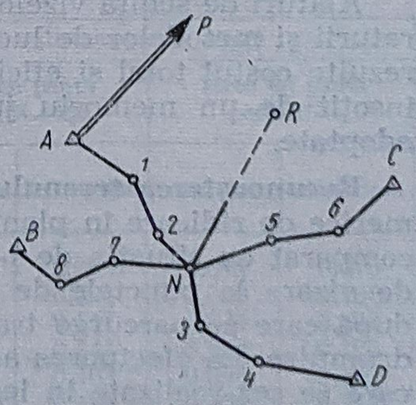


Fig. 11. 27. Drumuirea cu punct nodal.

rile ca și compensările fiind mai riguroase, punctul nodal se determină cu o precizie apropiată de cea a punctelor de intersecție, astfel încît acest fel de drumuire poate fi inclus și în rîndul metodelor de obținere a punctelor de sprijin.

La efectuarea unei drumuiri trebuie să se respecte o serie de condiții, prevăzute în instrucțiunile în vigoare, dintre care mai importante sînt următoarele :

— lungimea drumuirii să nu fie mai mare de 3 000 m. Se acceptă depășiri, drumuirea putînd ajunge pînă la 4 000 m, numai în cazul condițiilor dificile de teren, cu suprafețe inundate sau împădurite. Pentru evitarea unor drumuiri mai lungi decît cele prescrise sînt indicate drumuirile acolate ;

— laturile drumuirilor trebuie să fie cuprinse între 50 m și 300 m ; se pot utiliza și lungimi mai mici sau mai mari decît cele indicate, însă numai cu luarea unor măsuri suplimentare privind centrarea vizelor ;

— punctele trebuie astfel alese încît să fie asigurată vizibilitatea punctelor și posibilitatea de măsurare directă a distanțelor. Măsurarea indirectă a distanțelor se poate utiliza în cazul drumuirilor secundare sau terțiare ;

— materializarea punctelor pe teren urmează să se facă prin țăruși de lemn sau borne, în raport cu caracterul punctelor, în extravilan și cu buloane metalice în intravilan. Numerotarea punctelor se face cu cifre arabe, începînd cu 200 în trapeze la scara 1 : 10 000, și trebuie să se evite numerotarea bisată sau fracționată pentru puncte din cadrul aceluiași trapez.

Pentru a se evita refaceri de lucrări care cer un important volum de muncă pe teren se recomandă ca numărul laturilor unei drumuiri să nu depășească cifra de 25.

11.8.2. LUCRĂRI DE TEREN ȘI CALCULE LA EFECTUAREA DRUMUIRII SPRIJINITE

Întocmirea proiectului drumuirii. Această primă etapă se realizează pe un plan la scara 1 : 10 000 sau 1 : 25 000 și constă în alegerea traseului, cu respectarea condițiilor menționate, între puncte de sprijin determinate anterior și figurate pe plan.

Alături de schița vizelor pentru observațiile de teren și precizarea aparaturii și metodelor de lucru se întocmește un deviz estimativ din care să rezulte costul total și eficiența economică a lucrării. Proiectul tehnic este însoțit de un memoriu justificativ prin care se argumentează soluțiile adoptate.

Recunoașterea terenului. Ca și în cazul folosirii celorlalte metode numerice de ridicare în plan, după întocmirea anteproiectului acesta trebuie comparat cu situația de pe teren, verificîndu-se existența și posibilitățile de vizare la punctele de sprijin, felul semnalizării și starea semnalului, după care se parcurge traseul stabilindu-se poziția viitoarelor puncte de drumuire. La efectuarea acestei operații trebuie avute în vedere condițiile care se cer realizate în legătură cu distanța dintre puncte, de vizibilitate și accesibilitate în cazul măsurării directe a distanțelor. De asemenea, tre-

buie avut grijă ca punctele să fie instalate în locuri unde să fie ferite de distrugere.

Pe baza recunoașterii terenului se trece la definitivarea proiectului, înlocuindu-se propunerile inițiale cu cele care rezultă din observațiile de pe teren.

Marcarea punctelor. Concomitent cu recunoașterea terenului se stabilesc și modalitățile de marcare pe teren a punctelor. Extremitățile drumuirii, care trebuie să fie și puncte de sprijin, trebuie materializate prin borne, în cazul cînd acest lucru nu este făcut. Celelalte puncte de drumuire se marchează în extravilan prin țăruși de esență tare, bătuți la nivelul solului și avînd ca dimensiuni 30 cm lungime și 5 cm diametru. Fiecare punct marcat se mușuroiește printr-o săpătură circulară cu raza de 30 cm.

Semnalizarea punctelor drumuirii se face cu ajutorul jaloanelor. Punctele de sprijin se semnalizează cu balize demontabile.

Măsurarea de unghiuri și distanțe. În această etapă se trece la măsurarea distanțelor dintre puncte de stație, a unghiurilor orizontale și a celor verticale.

Laturile drumuirii se măsoară cu panglica de oțel de 50 m, cu firul de 100 m sau pe cale indirectă. Pe tipuri de drumuire se recomandă ca măsurarea laturilor să se facă astfel :

La drumuiri principale cu panglica de oțel dus și întors, între valori obținîndu-se nepotriviri mai mici sau cel mult egale cu toleranța, care se calculează cu formula :

$$T_d = 0{,}004\sqrt{D} + \frac{D}{7\,500}\text{, în extravilan}$$

$$T_d = \pm 0{,}003\sqrt{D}\text{, în intravilan.}$$

În aceste relații D reprezintă distanța măsurată în metri.

În tabelul 11.7 sînt înscrise valorile toleranțelor oficiale admise la măsurarea directă a distanțelor în extravilan și în intravilan pentru distanțe și pante diferite.

Tabelul 11.7

Toleranțe admise la măsurarea directă a distanțelor

Distanța în metri	Toleranțe admise la măsurarea directă a distanțelor în metri							
	Teren cu panta pînă la 5g;		Teren cu panta între 5g – 10g;		Teren cu panta între 10g – 15g;		Teren cu panta peste 15g;	
	intravilan	extravilan	intravilan	extravilan	intravilan	extravilan	intravilan	extravilan
50	0,021	0,035	0,025	0,047	0,032	0,060	0,042	0,070
100	0,030	0,053	0,036	0,072	0,045	0,090	0,060	0,106
150	0,037	0,069	0,044	0,093	0,056	0,117	0,074	0,138
200	0,042	0,083	0,050	0,112	0,063	0,141	0,084	0,166
250	0,047	0,096	0,056	0,130	0,071	0,163	0,094	0,192
300	0,052	0,109	0,062	0,147	0,078	0,185	0,104	0,218

În terenuri cu pante peste 5^g măsurarea distanțelor se face cu panglica așternută la sol, citindu-se și unghiurile verticale.

La drumuirile secundare și terțiare laturile se măsoară pe cale directă cu panglica de oțel, printr-o singură parcurgere a distanței sau pe cale stadimetrică. În acest caz lungimea laturilor nu trebuie să depășească 150 m, iar observațiile se fac de la ambele extremități ale laturii. Între valorile care se obțin pentru aceeași latură se admit diferențe mai mici sau cel mult egale cu toleranța, aceasta fiind, de asemenea, variabilă în raport cu panta terenului. În tabelul 11.8 sînt înscrise toleranțele la măsurarea distanțelor cu mira verticală.

Tabelul 11.8

Toleranțe admise la măsurarea distanțelor cu mira verticală

Distanța în metri	Toleranțe admise la măsurarea distanțelor cu mira verticală în metri			
	Unghiuri verticale			
	5^g-10^g	10^g-20^g	20^g-30^g	30^g-40^g
50	0,17	0,22	0,27	0,32
60	0,18	0,23	0,28	0,33
70	0,20	0,25	0,29	0,34
80	0,22	0,26	0,30	0,36
90	0,23	0,27	0,31	0,38
100	0,25	0,29	0,33	0,40
110	0,27	0,31	0,35	0,42
120	0,28	0,33	0,38	0,44
130	0,30	0,35	0,39	0,46
140	0,32	0,37	0,42	0,48
150	0,35	0,40	0,45	0,50

Măsurarea unghiurilor se face cu teodolitul de precizie mijlocie (1^c sau $1'$), prin metoda simplă și cu închiderea obligatorie în tur de orizont. Se măsoară unghiurile orizontale situate pe o parte sau alta a drumuirii. Mai frecvent se utilizează *metoda orientărilor directe*, care permite verificarea măsurării unghiurilor pe teren și care nu mai necesită operația de transmitere a primei orientări la celelalte laturi prin calcul.

La închiderea drumuirii orientarea obținută pe teren, pentru latura de sprijin, trebuie să fie egală cu cea rezultată din calcul. Eventuala nepotrivire constituie eroarea de închidere a drumuirii pe orientare, care trebuie să îndeplinească condiția : $e \leqslant T$, toleranța calculîndu-se cu formula :

$$T = c\sqrt{n},$$

în care c este egal cu 150^{cc} sau $45''$; n — numărul stațiilor de drumuire.

În tabelul 11.9 sînt indicate toleranțele pentru închiderea drumuirii pe orientare în funcție de numărul punctelor de stație și al tipului de gradație al aparatului.

Unghiurile verticale se măsoară cu ambele poziții ale lunetei prin vizarea pe semnal la înălțimea aparatului, de la ambele extremități ale fiecărei laturi.

Tabelul 11.9

Toleranțe admise pentru închiderea pe orientare a drumuirilor

Nr. de stații	Toleranțe				Nr. de stații	Toleranțe				Nr. de stații	Toleranțe			
	Gradații centi.		Gradații sexa.			Gradații centi.		Gradații sexa.			Gradații centi.		Gradații sexa.	
	c	cc	'	"		c	cc	'	"		c	cc	'	"
2	2	10	1	25	10	4	75	2	30	18	6	40	3	10
3	2	60	1	20	11	5	00	2	35	19	6	60	3	15
4	3	00	1	30	12	5	20	2	40	20	6	75	3	20
5	3	35	1	40	13	5	40	2	45	21	6	90	3	25
6	3	70	1	50	14	5	60	2	50	22	7	05	3	30
7	4	00	2	00	15	5	80	2	55	23	7	20	3	35
8	4	25	2	10	16	6	00	3	00	24	7	35	3	40
9	4	50	2	20	17	6	20	3	05	25	7	50	3	45

C a l c u l e. Datele obținute prin măsurări pe teren trebuie prelucrate pentru a fi transformate în coordonate rectangulare.

Astfel, în cazul unei drumuiri sprijinite pe punctele 170 și 171 (fig. 11.28), vor fi necesare calculele pe care le prezentăm în continuare și ale căror rezultate sînt înscrise în tabelul 11.10.

Reducerea distanțelor la orizont se face cu ajutorul relațiilor :

$$d = D_p \cos \alpha$$

$$d = D_m \cos^2 \alpha,$$

în care D_p este distanța măsurată cu panglica de oțel ; D_m — distanța măsurată stadimetric ; α — unghiul vertical.

Pentru efectuarea calculelor sînt necesare tabele de valori naturale pentru cos v și mașini de calculat.

Compensarea orientărilor este formată din mai multe operații.

Se începe cu compensarea în tur de orizont în stațiile în care valoarea de închidere nu este identică cu cea inițială.

Neînchiderea se repartizează în mod egal și în progresie aritmetică la viza înainte și la viza de închidere. Acest calcul se înscrie în coloana 6 a tabelului.

Se trece apoi la acordul orientărilor care constă din a realiza coincidența dintre orientarea înapoi a unei stații și cea înainte, compensată în tur de orizont, a stației precedente. Această compensare se mai face și în scopul acordării orientării introduse în aparat cu cea dedusă din calcul pentru orientarea laturii de plecare.

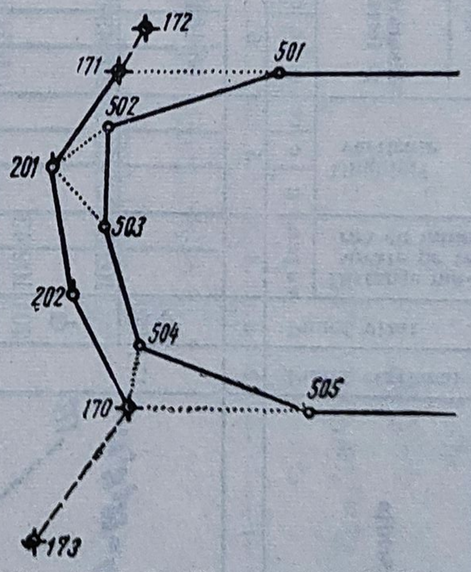
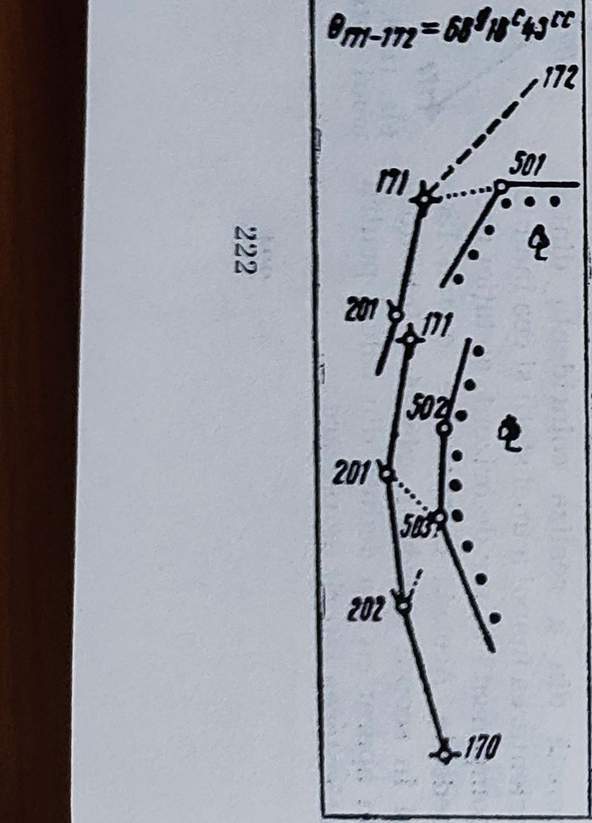


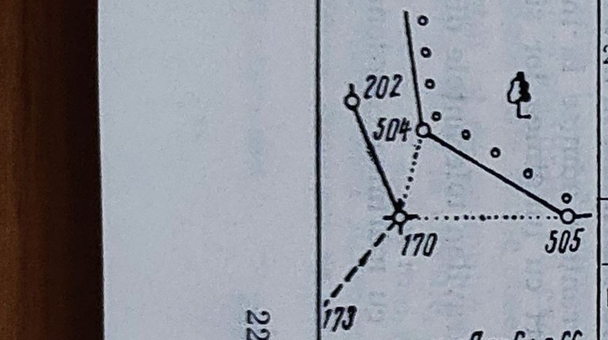
Fig. 11.28. Desfășurarea unei drumuiri sprijinite pe punctele 172 și 173.

Tabelul 11.10

Carnet de teren şi calcule pentru drumuirea sprijinită ⊙171 – ○201 – ○202 – ⊙170

Schiţa	Punct staţional	Punct vizat	Distanţe măsurate pe teren cu mîna	Unghiuri verticale	Orientări: Măsurate pe teren	Orientări: Compensate	Reducerea dist. la oriz $\frac{\cos V}{\cos^2 V}$	Valori naturale $\frac{\text{sinus}}{\text{cosinus}}$	Coordonate: Relative	Coordonate: Absolute	Pt
									ΔX / ΔY	X / Y	
			cu pan.	g c cc	g c cc	g c cc	dist. red				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 / 11	12 / 13	14
	171	⊙ 172			68 18 00	68 18 00 + 45 68 18 45				3310,72 / 2465,08	⊙ 171
		○ 201	102 50 102 43	398 25 00	226 43 00	226 43 00 + 45 + 25 226 43 70	0,999622 102,39	−0,403339 −0,915007	−93,69 − 0,04 −93,73 / −41,30 − 0,03 −41,33	3216,99 / 24,2375	○ 201
		⊙ 172			68 18 00	68 18 00 + 45 68 18 45					
		○ 501	56 20	397 14 00	92 36 00	92 36 00	0,997983 56,09	+0,992808 +0,119721	+ 6,72 / +55,69	3317,44 / 2520,77	○ 501
	201	⊙ 171			26 43 00	26 43 00 + 45 + 25 26 43 70					
		○ 202	94 00 94 16	398 80 00	183 56 00	183 56 00 + 45 + 50 183 56 95	0,999822 94,14	+0,255234 −0,966879	−91,02 − 0,03 −91,02 / +24,03 − 0,01 +24,02	3125,94 / 2447,77	○ 202
		⊙ 171			26 43 00	26 43 00 + 45 + 25 26 43 70					
		○ 502	49 60	1 65 00	37 08 00	37 08 00	0,999328 49,57	+0,550073 +0,835117	+41,40 / +27,27	3258,30 / 2451,02	○ 502
		○ 503	38 20	397 15 00	154 72 00	154 72 00	0,997997 38,12	+0,652786 −0,757542	−28,88 / +24,88	3188,11 / 2448,63	○ 503

Tabelul 11.10 (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	○	○ 201			383 56 00 383 56 95	383 56 00 + 15 + 50 383 56 95							◇
	202	◇ 170	95 70 95 74	396 08 00	160 21 00 1 00 160 20 00	160 20 00 + 45 + 75 160 21 00	0,999545 95,70	+ 0,565087 0,810969	− 77,61 − 0,03 − 77,64	+ 55,99 − 0,04 + 55,95	3048,30	2503,72	170
		201			383 58 00 2 00 383 56 00	383 56 00 + 45 + 50 383 56 95							
	◇ 170	○ 202			360 21 00	360 21 00 + 55 − 75 360 21 20							
		◇ 173			258 23 00	258 23 00 − 55 + 1 00 258 23 45							
		○ 202			360 21 00	360 21 00 − 55 + 75 360 21 20							
		○ 504	34 20	2 35 00	8 65 00	8 65 00	0,998638 34,15	+ 0,135455 + 0,990783	+ 33,84	+ 4,63	3082,14	2508,35	○ 504
		○ 505	90 60	1 06 00	96 60 00	96 60 00	0,999723 90,57	+ 0,998574 + 0,053382	+ 4,83	+ 90,44	3053,13	2594,16	○ 506

$e_\theta = 1^c 00^{cc}$

$T_\theta = 1^c 50^{cc} \sqrt{4} = 3^c 00^{cc}$

$e_\theta = 1^c 00^{cc}$

$e_\theta < T$

$c_\theta = \frac{100^{cc}}{4} = 25^{cc}$

$\Sigma \Delta x = 262{,}32$ m $\Sigma \Delta Y = 38{,}72$ m ; $X_{170} - X_{171} = \Delta X = -262{,}42$ m ; $Y_{170} - Y_{171} = \Delta Y = +38{,}64$ m

$e_x = +0{,}10$ m , $e_y = +0{,}08$ m $E = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} = \sqrt{(+0{,}10)^2 + (+0{,}08)^2} = 0{,}13$ m

$T = 000{,}45\sqrt{D} + \frac{3D}{5200} = 0{,}25$m ; $E < T$; $C_x = \frac{-ex}{[\Sigma \Delta x]} \cdot 100 = \frac{-0{,}10}{262{,}42} \cdot 100 =$

$= -0{,}038$ m la 100 m ΔX , $C_y = \frac{-ey}{[\Sigma \Delta y]} \cdot 100 = \frac{-0{,}08}{121{,}32} \cdot 100 = -0{,}066$ m la 100 m ΔY

A doua corecție de acord al orientărilor apare la prima stație, după aceea în care s-a constatat și compensat o neînchidere în tur de orizont. În cazul exemplului din tabelul 11.10 o asemenea corecție a apărut necesară în stația ⊙170

Aceste corecții se înscriu, cu semnul lor, sub valorile compensate în tur de orizont în coloana 7.

Ultima etapă a compensării orientărilor se referă la repartizarea în progresie aritmetică a erorii de neînchidere a drumuirii pe orientare. Pentru obținerea valorii neînchiderii se compară orientarea laturii de închidere calculată cu cea măsurată pe teren și căreia i s-au aplicat corecțiile anterioare

Această corecție se înscrie tot în coloana 7, după care se efectuează toate operațiile de adunare sau scădere, ultima valoare din fiecare linie a acestei coloane fiind orientarea compensată.

Calculul coordonatelor relative se efectuează cu relațiile cunoscute

$$\Delta x = d \cdot \cos \theta$$

$$\Delta y = d \cdot \sin \theta,$$

în care d este distanța redusă la orizont, iar θ orientarea compensată.

Compensarea coordonatelor relative. Este o etapă premergătoare calculului coordonatelor absolute ale punctelor.

Pentru a verifica exactitatea măsurării distanțelor și a calculului coordonatelor relative se verifică dacă suma coordonatelor relative este egală cu diferența coordonatelor punctelor de sprijin, adică se calculează

$$e_x = \sum \Delta X_i - \Delta X$$

$$e_y = \sum \Delta Y_i - \Delta Y,$$

în care $\Delta X = X_{\text{final}} - X_{\text{inițial}}$, $\Delta Y = Y_{\text{final}} - Y_{\text{inițial}}$; $\sum \Delta X_i$ și $\sum \Delta Y_i$ — sume ale coordonatelor relative ale drumuirii.

Eroarea totală, sau abaterea lineară a drumuirii, adică $E = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$, trebuie să fie mai mică sau cel mult egală cu toleranța, care se calculează cu formula

$$T = 0{,}0045\sqrt{D} + \frac{3D}{5\,200},$$

în care D reprezintă lungimea drumuirii exprimată în metri.

În tabelul 11.11 sînt calculate toleranțele admise la închiderea drumuirii pe coordonate relative în raport cu lungimea lor și pantele terenului.

Pentru drumuirile efectuate în intravilan toleranțele din tabelul 11.11 se reduc cu 35%.

Corecția se aplică proporțional fie cu mărimea coordonatelor relative, fie cu mărimea laturilor drumuirii.

Tabelul 11.11

Toleranțe admise la închiderea drumuirii pe coordonate relative în extravilan

Lungimea drumuirii în metri	Toleranța în m pentru pantele:				Lungimea drumuirii în metri	Toleranțe în m pentru pantele			
	0–5%	5–10%	10–15%	peste 15%		0–5%	5–10%	10–15%	peste 15%
400	0,32	0,40	0,48	0,64	1 500	1,04	1,30	1,56	2,08
500	0,39	0,49	0,58	0,78	1 600	1,10	1,38	1,65	2,21
600	0,46	0,57	0,68	0,91	1 700	1,17	1,46	1,75	2,33
700	0,52	0,65	0,78	1,05	1 800	1,23	1,54	1,84	2,46
800	0,59	0,74	0,88	1,18	1 900	1,29	1,62	1,94	2,58
900	0,65	0,82	0,98	1,31	2 000	1,36	1,69	2,03	2,71
1 000	0,72	0,90	1,08	1,44	2 100	1,42	1,77	2,13	2,84
1 100	0,78	0,98	1,18	1,57	2 200	1,48	1,85	2,22	2,96
1 200	0,85	1,06	1,27	1,70	2 300	1,54	1,93	2,31	3,09
1 300	0,91	1,14	1,37	1,82	2 400	1,61	2,01	2,41	3,21
1 400	0,98	1,22	1,46	1,95	2 500	1,67	2,08	2,50	3,33

Instrucțiunile în vigoare recomandă calcularea corecțiilor proporțional cu lungimea coordonatelor relative. Relațiile de calcul vor fi în acest caz:

$$C_x = -\frac{e_x}{|\sum \Delta X_i|} \cdot 100$$

$$C_y = -\frac{e_y}{|\sum \Delta Y_i|} \cdot 100.$$

Valorile corecțiilor se înscriu în coloanele 10 și 11. Înainte de a se trece la calculul coordonatelor absolute ale punctelor se verifică dacă suma corecției pe ΔX ca și pe ΔY este egală cu mărimea erorii respective.

Calculul coordonatelor absolute. Coordonatele absolute ale punctelor se obțin din aproape în aproape, pornind de la coordonatele punctului inițial și închizîndu-se pe punctul final.

Coordonatele obținute prin calcul pentru ultimul punct al drumuirii, cel de sprijin, trebuie să fie identice cu cele determinate prin măsurările anterioare.

Drumuirea sprijinită cu stații sărite. Este un caz particular de drumuire sprijinită în care se staționează pentru măsurarea orientărilor din două puncte în două puncte, în cazul exemplului din figura 11.29 în punctele 106, 202, 204 și 107. Pentru transmiterea orientării se vizează atît la punctul înainte cît și la următorul punct de stație.

Mărimile laturilor se obțin în același mod ca și la drumuirea sprijinită cu stații curente. Calculele urmează aceeași desfășurare ca și la celălalt tip de drumuire sprijinită, cu excepția compensării în tur de orizont, unde se are în vedere toate vizele observate.

Folosirea acestui fel de drumuire reclamă o atenție sporită atît la măsurările de pe teren, cît și la calcule, astfel încît, cu toată reducerea timpului de lucru pe teren, se aplică mai rar.

Drumuirea cu stație unică. Aceasta prezintă avantajul reducerii timpului de lucru pe teren, deoarece se staționează numai în punctul de spri-

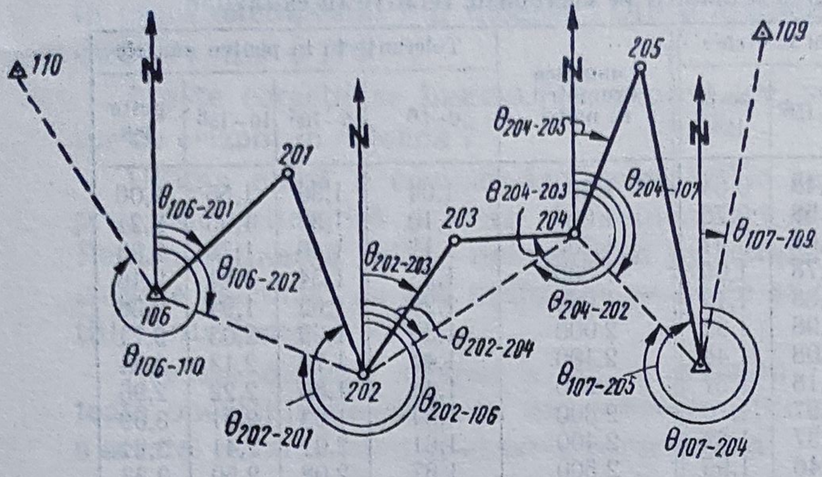


Fig. 11.29. Drumuirea cu staţii sărite.

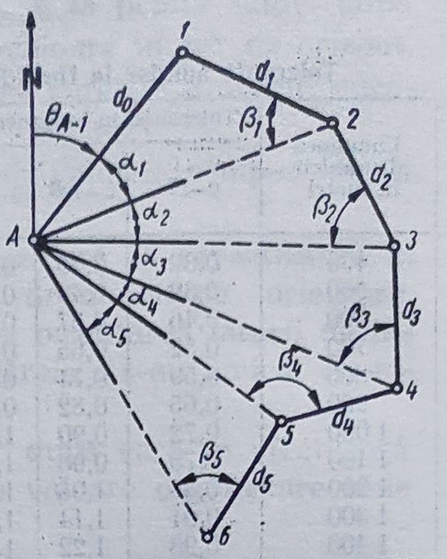


Fig. 11.30. Drumuirea cu staţie unică.

jin A din care se fac vize orientate la toate punctele caracteristice ale drumuirii. Păstrează însă cealaltă caracteristică a metodei, şi anume, măsurarea directă sau stadimetrică a tuturor laturilor (fig. 11.30).

Compensarea unghiurilor constă numai din repartizarea neînchiderii în tur de orizont.

Primul punct al drumuirii se calculează după relaţiile :

$$X_1 = X_A + d_{A-1} \cos \theta_{A-1}$$

$$Y_1 = Y_A + d_{A-1} \sin \theta_{A-1}.$$

Cel de al doilea punct ar putea fi calculat faţă de punctul 1, pentru aceasta fiind necesară orientarea 1—2, ori faţă de punctul A în care caz este necesară distanţa A—2. Deoarece distanţele d_0 şi d_1 sînt măsurate pe teren prin aplicarea teoremei sinusurilor, se poate deduce unghiul β_1 :

$$\frac{d_1}{\sin \alpha_1} = \frac{d_0}{\sin \beta_1}, \text{ de unde : } \sin \beta_1 = \frac{d_0}{d_1}$$

după care :

$$\theta_{A-2} = \theta_{A-1} + \alpha_1$$

$$\theta_{1-2} = \theta_{A-1} + \alpha_1 + \beta_1.$$

În acest fel devine posibil calculul coordonatelor punctului 2 faţă de 1.

Aceeaşi rezolvare se aplică în continuare în fiecare din triunghiurile formate.

Drumuirea cu punct nodal. Drumuirile cu punct sau cu puncte nodale sînt acele drumuiri sprijinite care au o latură şi cel puţin un punct comune. Aceste puncte se determină cu mai multă exactitate, în calculul şi compensarea orientărilor ţinîndu-se seama de lungimea fiecărei drumuiri.

Lucrările de teren pentru fiecare drumuire în parte sînt aceleaşi cu cele prezentate la drumuirea desfăşurată.

La compensarea drumuirilor pe orientare se compară orientarea fiecărei drumuiri cu valoarea medie ponderată a acesteia, folosindu-se relaţia :

$$\theta^* = \frac{p_1\theta_1 + p_2\theta_2 + \cdots + p_n\theta_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n},$$

în care θ^* este orientarea medie ponderată a laturii comune tuturor drumuirilor ; θ — orientările obţinute pentru latura comună în urma măsurărilor de pe teren şi a compensării în tur de orizont şi de acord al orientărilor ; p — greutatea drumuirilor $= \frac{1}{N_i} = \frac{1}{L_i}$, unde N_i este numărul de staţii al drumuirii ; L_i — lungimea drumuirii.

Folosind θ^* se obţin erorile de neînchidere ale fiecărei drumuiri, care se repartizează în progresie aritmetică.

La compensarea coordonatelor relative se ţine, de asemenea, seama de ponderea drumuirilor.

Pentru aceasta se calculează mai întîi coordonatele absolute provizorii folosind coordonatele relative necompensate. Înseamnă că pentru punctul nodal se obţin mai multe valori, atît pentru X, cît şi pentru Y. Coordonatele absolute ale punctului N se calculează ca medie ponderată, folosind relaţia :

$$X_N^* = \frac{X_{N_I} r_1 + X_{N_{II}} r_2 + \cdots + X_{N_n} r_n}{r_1 + r_2 + \cdots + r_n}$$

$$Y_N = \frac{Y_{N_I} r_1 + Y_{N_{II}} r_2 + \cdots + Y_{N_n} r_n}{r_1 + r_2 + \cdots r_n}$$

$X_{N_I}, X_{N_{II}}, \ldots, X_{N_n}$ sînt coordonatele absolute X obţinute de la drumuirile I, II, ..., n ; $Y_{N_I}, Y_{N_{II}}, \ldots, Y_{N_n}$ — coordonatele absolute Y obţinute de la aceleaşi drumuiri ; $r_1, r_2, \ldots, r_n$ — ponderi ale drumuirilor egale cu $r_1 = \frac{1}{L_1}$; $r_2 = \frac{1}{L_2}$; ... ; $r_n = \frac{1}{l_n}$, unde L reprezintă lungimea fiecărei drumuiri.

Folosind coordonatele absolute, medii ponderate, se calculează eroarea de neînchidere lineară a fiecărei drumuiri care se repartizează proporţional cu mărimea coordonatelor relative.

11.8.3. LUCRĂRI DE TEREN ŞI CALCULE LA EFECTUAREA DRUMUIRII ÎNCHISE

Drumuirea în circuit închis are drept principală caracteristică că se urmăreşte, măsurîndu-se aceleaşi elemente de pe teren ca şi în cazul drumuirii sprijinite, un contur poligonal, punctul final fiind identic cu cel iniţial.

De aici derivă şi cîteva particularităţi ale metodei.

În primul rînd este vorba de controlul închiderii drumuirii pe orientare, care se face prin compararea orientării directe şi inverse a aceleiaşi

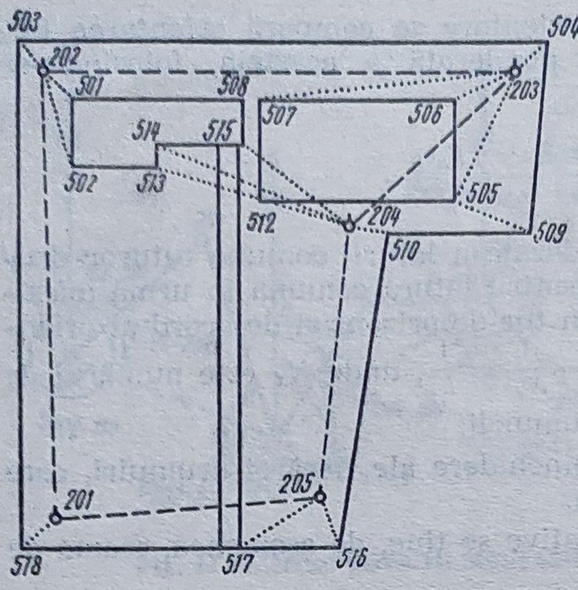


Fig. 11.31. Ridicarea în plan a unei suprafeţe prin metoda drumuirii în circuit închis.

laturi, ca în cazul exemplului din figura 11.31, ale cărui date sînt înscrise în tabelul 11.12 prin compararea orientărilor obţinute pentru latura 201—205.

Orientarea laturii iniţiale se poate lua faţă de meridianul geografic, atunci cînd sînt suficiente puncte de sprijin pentru determinarea ei prin calcul, însă mai adesea se practică orientările magnetice, ceea ce reduce din precizia de obţinere a orientărilor.

Calculul corecţiei de închidere a drumuirii pe orientare şi repartizarea ei pe valorile compensate în tur de orizont şi acordate se fac în acelaşi mod ca şi la drumuirea sprijinită.

A doua particularitate constă în modul cum se face controlul închiderii drumuirii pe coordonate relative. Fiind vorba de o drumuire închisă, conform *teoremei lui Chasles*, trebuie ca suma algebrică a coordonatelor relative, pentru fiecare axă, să fie egală cu zero, adică :

$$\Sigma \Delta x = 0$$

$$\Sigma \Delta y = 0$$

Eventualele nepotriviri trebuie să fie compensabile. Pentru aceasta trebuie ca $E = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$ să fie mai mică sau cel mult egală cu toleranţa, aceeaşi ca şi în cazul drumuirii sprijinite.

Compensarea închiderii drumuirii pe coordonate relative se face în acelaşi mod ca şi la drumuirea sprijinită.

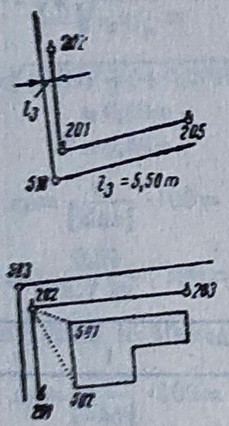
Pentru calculul coordonatelor absolute se porneşte de la coordonatele punctului de pornire care este bine să fie un punct de sprijin. Cînd în zona în care s-a efectuat drumuirea nu există nici un punct de sprijin care să fie inclus în circuitul drumuirii, se atribuie coordonate absolute arbitrare primului punct, după care desfăşurarea calculului coordonatelor absolute ale punctelor se realizează ca şi la drumuirea sprijinită.

11.8.4. DEPISTAREA ERORILOR GROSOLANE DE MĂSURARE LA EFECTUAREA UNEI DRUMUIRI

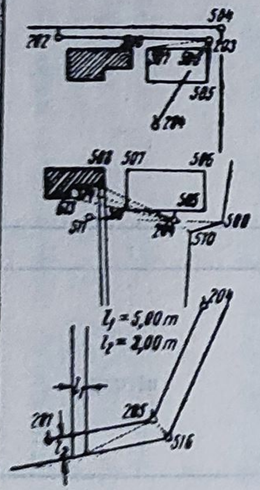
Erori grosolane la măsurarea unghiurilor orizontale. Localizarea erorilor grosolane de măsurare a unui singur unghi orizontal se poate face pe cale grafică sau prin calcul. Procedeul grafic constă în raportarea la o scară aleasă a punctelor de sprijin, iar apoi a punctelor drumuirii prin orientări şi distanţe.

Tabelul 11.12

Carnet de teren şi calcule pentru drumuirea închisă ⏢201 ⏢202 ⏢203 ⏢204 ⏢205 ⏢201

Schiţa	S	V	Distanţe măsurate pe teren cu mira cu pan.	Unghiuri verticale g	c	cc	Orientări măsurate pe teren g	c	cc	Orientări compensate g	c	cc	Reducerea dist. la oriz. $\frac{\cos V}{\cos^2 V}$ dist. red	Valori naturale $\frac{\text{sinus}}{\text{cosinus}}$	Coordonate relative ΔX	Coordonate relative ΔY	Coordonate absolute X	Coordonate absolute Y	Pt
1	2	3	4	5			6			7			8	9	10	11	12	13	14
	⏢201	⏢205					90	18	00	90	18	00					1500,00	2100,00	⏢201
		⏢202	154 30	1	91	00	398	35	00	398	35	00	0,999593	−0,022602	+154,15	− 4,01			
			154 27							−		70	154,20	+0,999661	+0,19		1654,34	2095,99	⏢202
										398	34	30			+154,34	− 4,01			
		⏢205					90	18	00	90	18	00							
										60	18	00							
		⏢518	4 20	1	08	00	215	72	00	236	72	00	0,999712	−0,545341	−3,52	− 2,29	1496,49	2097,14	○518
													4,20	−0,838214					
	⏢202	⏢201					198	35	00	198	35	00							
										−		70							
										196	34	30							
		⏢203	142 50	398	28	00	98	08	00	98	07	00	0,999635	+0,999534	+4,35	+142,38			
			142 50				−	1	00	−	1	40	142,45	+0,030532		− 0,04	1658,69	2238,33	⏢203
							98	07	00	98	05	60			+4,35	+148,34			
		⏢201					198	37	00	198	35	00							
							−	2	00	−		70							
							198	35	00	198	34	30							
		○501	11 00	0	68	00	151	68	00	151	62	00	0,999886	−0,688886	−7,97	−7,58	1646,37	2103,57	○501
													11,00	−0,724869					
		○502	29 12	0	82	00	182	85	00	182	05	00	0,999834	−0,278237					
													29,1	−0,960513	−27,96	+8,10	1626,38	2104,09	○502
		○503	6 00	1	75	00	363	38	00	363	38	00	0,999244	−0,544024					
													6,00	+0,839070	+5,03	−32,6	1659,37	2092,73	○503
	⏢203	⏢202					298	08	00	298	08	00							
										−	1	00							
										−	1	00							
										298	05	60							

Tabelul 11.12 (continuare)

Schița	S	V	Distanțe măsurate pe teren cu mina	Unghiuri verticale	Orientări		Reducerea dist. la oriz. $\frac{\cos V}{\cos^2 V}$	Valori naturale $\frac{\text{sinus}}{\text{cosinus}}$	Coordonate				Pt
					Măsurate pe teren	Compensate			Relative		Absolute		
			cu pan.	9 c cc	9 c cc	9 c cc	dist. red.		ΔX	ΔY	X	Y	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
		○ 204	59 70 59 70	397 15 00	247 62 00 + 50 242 62 50	247 62 50 — 1 00 2 10 247 59 40	0,998998 59,64	−0,679884 −0,733319	−43,74 +0,05 −43,59	−40,66 −0,01 −40,56	1615,00	2197,77	○ 204
		○ 202			298 07 00 + 1 00 298 08 00	298 07 00 — 1 00 — 1 40 298 05 60							
		○ 504	5 40	1 15 00	38 61 00	38 61 00	0,999481 5,40	+0,569982 +0,821657	+4,44	+3,08	1663,13	2241,41	○ 504
		○ 505	42 40	399 05 00	224 68 00	224 68 00	0,999777 42,39	−0,378035 −0,925791	−39,24	−16,02	1619,45	2222,31	○ 505
		○ 506	19 20	398 55 00	267 97 00	267 97 00	0,999481 19,19	−0,876080 −0,482167	−9,25	−16,81	1649,44	2221,52	○ 505
		○ 507	67 65	398 65 00	290 03 00	290 03 00	0,999550 67,62	−0,987762 −0,155969	−10,55	−66,79	1648,14	2171,54	○ 507
		○ 508	87 50	399 04 00	291 92 00	291 92 00	0,999772 87,48	−0,991956 −0,126580	−11,07	−86,78	1647,62	2151,55	○ 508
		○ 203			47 62 00	47 62 00 — 2 50 — 2 70 47 59 40							
	○ 204	○ 205	101 40 101 42	2 82 00	204 53 00 + 1 00 204 54 00	204 54 00 — 2 50 — 80 204 50 70	0,999019 101,32	−0,070733 −0,997496	−101,07 +0,13 −100,94	−7,17 −7,17	1514,06	2190,60	○ 205
		○ 203			47 60 00 + 2 00 47 62 00	47 62 00 — 2 50 — 10 47 59 40							

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
		○ 509	37 00	0 35 00	99 68 00	99 68 00	0,999970 37,00	+0,999987 +0,005027	+0,19	+37,00	1615,19	2234,77	○ 509
		○ 510	3 20	1 69 00	102 45 00	102 45 00	0,999295 3,20	+0,999260 −0,038475	−0,12	+3,20	1614,82	2200,97	○ 510
		○ 411	57 20	0 69 00	305 84 00	305 84 00	0,999882 57,19	−0,995795 +0,091606	+5,24	−56,95	1620,24	2140,82	○ 511
$T_0=1^c50^{cc}\sqrt{5}\approx 3^c50^{cc}$ $c_0=3^c50^{cc}$ $c_0=\frac{3^c50^{cc}}{5}=70^{cc}$ $c_x=-0,30m$; $e_x=+0,08m$ $l=\sqrt{e_x 4c_0^2}=$ $=\sqrt{(0,39)^2+(+0,08)^2}\approx$ $\approx 0,40m$ $T=0,42m$ $c_k=\frac{e_x}{[\Sigma\Delta x]}\cdot 100=$ $=+\frac{0,39}{317,39}\cdot 100=$ $=0,128m$ la $100m\Delta x$ $c_y=\frac{-e_y}{[\Sigma\Delta y]}\cdot 100=$ $=\frac{-0,08}{284,68}\cdot 100=$ $=0,028m$ la $100m\Delta x$	○ 205	○ 512	25 65	398 74 00	307 84 00	307 84 00	0,999712 25,64	−0,999427 +0,122839	+3,15	−25,45	1618,15	2172,32	○ 512
		○ 513	70 75	1 51 00	310 87 00	310 87 00	0,999437 70,71	−0,985458 +0,169917	+12,01	−69,68	1627,01	2128,00	○ 513
		○ 514	72 90	1 67 00	318 16 00	318 16 00	0,999312 72,85	−0,959590 +0,281404	+20,90	−69,91	1635,50	2127,86	○ 514
		○ 515	50 65	0 90 00	327 44 00	327 44 00	0,999800 50,54	−0,908537 +0,417804	+21,12	−45,92	1636,12	2151,85	○ 515
		○ 204			04 53 00	04 53 00 + 50 − 2 80 04 50 70							
		○ 201	91 10 91 69	398 41 00	290 21 00	290 21 00 + 50 − 3 50 290 18 00	0,999688 91,66	−0,988127 −0,153641	−14,08 +0,02 −14,06	−90,57 −0,03 −90,60	1500,00	2100,00	○ 201
		○ 204			04 53 00	04 50 00 + 60 − 2 80 04 50 70							
		○ 516	0 65	1 65 00	142 14 00	142 14 00	0,999328 3,65	+0,788805 −0,614643	−2,24	+2,88	1511,82	2193,48	○ 516
		○ 517	36 70	397 90 00	285 46 00	285 45 00	0,998912 36,63	−0,973996 −0,226566	−8,31	−35,71	1505,75	2154,89	○ 517

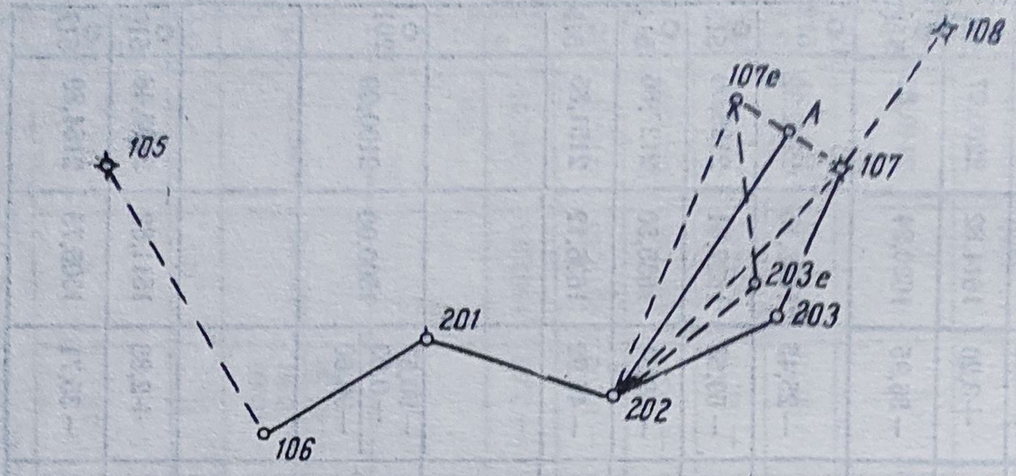


Fig. 11.32. Depistarea greşelii la măsurarea unghiurilor unei drumuiri pe cale grafică.

Astfel, în cazul drumuirii desfăşurate între punctele 106 şi 107, în cazul măsurării greşite a unui unghi, la raportarea punctelor se va obţine un punct 107 *e*, diferit ca poziţie de 107. Se uneşte 107 cu 107 *e*, iar de la jumătatea segmentului 107–107 *e* se ridică o perpendiculară care va trece prin punctul sau prin apropierea punctului de staţie în care s-a măsurat greşit unghiul orizontal (fig. 11.32).

Pentru identificarea prin calcul a punctului în care s-a greşit măsurarea unghiului, se face abstracţie de neînchiderea unghiulară a drumuirii şi se calculează coordonatele relative provizorii. Apoi se calculează coordonatele absolute, de asemenea provizorii, în ambele sensuri. Punctul de la care nu mai coincid în continuare valorile coordonatelor este cel în care s-a făcut greşeala.

Erori grosolane la măsurarea laturilor drumuirii. Depistarea erorilor grosolane de măsurare a unei laturi a drumuirii se face prin calcul. Pentru aceasta, după ce s-a observat că drumuirea nu se închide pe coordonate relative, se verifică din nou calculul coordonatelor relative pentru a elimina ipoteza unei greşeli de calcul. În continuare, se calculează făcînd abstracţie de neînchiderea coordonatelor relative, coordonatele absolute provizorii. Evident că în cazul măsurării greşite a unei distanţe se va ajunge la un punct 107 *e*, cu alte coordonate decît cele cunoscute pentru punctul 107 (fig. 11.33).

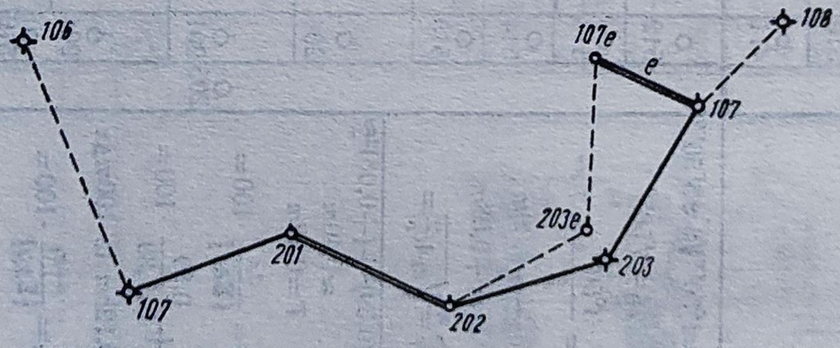


Fig. 11.33. Depistarea greşelii la măsurarea unei laturi de drumuire.

Folosind coordonatele provizorii ale punctului 107 *e* și pe cele ale punctului 107 se calculează orientarea și lungimea segmentului 107—107 *e*.

Lungimea segmentului este apropiată ca mărime cu greșeala făcută la măsurare, iar orientarea lui apropiată de cea a distanței greșit măsurate.

11.9. RIDICĂRI PLANIMETRICE PRIN METODA RADIERII

Noțiuni generale. Radierea, folosită ca metodă numerică de ridicare în plan, se întrebuințează pentru obținerea poziției planimetrice a unor puncte de detaliu. I se mai spune și *metoda coordonatelor polare*, deoarece de cele mai multe ori poziția punctelor se determină prin distanțe și orientări.

Metoda radierii se poate utiliza în mod independent sau în combinație cu metoda drumuirii.

Radierea, ca metodă independentă. Se aplică pe suprafețe restrînse și cu vizibilitate, pentru obținerea poziției punctelor caracteristice ale unor construcții, limite de hotar, cursuri de ape etc.

Pe teren se măsoară orientări magnetice, unghiuri verticale și lungimile vizelor pînă la punctele căutate (fig. 11.34). Unghiurile se măsoară cu ajutorul teodolitului-tahimetru la care se atașează busola sau declinatorul, iar distanțele se determină stadimetric.

De regulă, punctele de radiere nu se marchează pe teren decît în cazul cînd sînt necesare pentru execuția unor lucrări.

Transpunerea pe plan se face, de regulă, pe cale grafică, cu rigla și raportorul, după ce distanțele au fost reduse la orizont și la scara planului.

Pentru punctele cu caracter de permanență, uneori se calculează coordonatele rectangulare. În acest caz punctului de stație i se dau coordonate absolute arbitrare, iar poziția fiecărui punct se determină în raport cu punctul de stație.

Radierea, în combinație cu metoda drumuirii. Sub acest aspect metoda are o folosire largă și se practică în același timp cu efectuarea drumuirii, pentru obținerea poziției punctelor inaccesibile staționării sau de importanță mai mică.

Ca și în cazul cînd se folosește în mod independent, punctele de radiere nu se marchează decît în cazul cînd sînt necesare pentru alte lucrări, iar semnalizarea se face cu mira verticală, astfel încît odată cu observațiile unghiulare se face și citirea distanței.

Observațiile unghiulare se fac în fiecare stație de drumuire, în apropierea că-

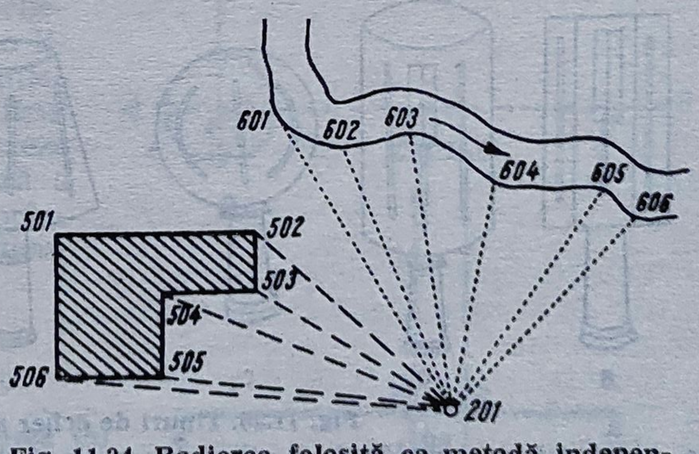


Fig. 11.34. Radierea folosită ca metodă independentă.

reia există asemenea puncte, după epuizarea vizelor de drumuire, însă cu aceeaşi poziţie a limbului, astfel încît punctele radiate fac parte din acelaşi tur de orizont. Uneori aceste observaţii se fac după închiderea turului de orizont al drumuirii, aşa cum s-a procedat pentru cazurile prezentate la metoda drumuirii.

Punctele de radiere se raportează grafic prin orientări şi distanţe. Atunci cînd sînt necesare coordonate rectangulare se efectuează o serie de calcule, aşa cum se poate urmări în tabelul 11.12.

Controlul radierilor se face prin observarea din cîte două staţii de drumuire, sau măsurînd distanţa dintre punctele radiate şi compararea ei cu cea care rezultă din coordonatele punctelor.

11.10. RIDICĂRI PLANIMETRICE PRIN METODA PERPENDICULARELOR

Metoda se bazează pe coborîrea de perpendiculare din punctele a căror poziţie interesează, pe drepte sau direcţii cunoscute. Coborîrea perpendicularelor se face cu ajutorul unor instrumente denumite *echere topografice*, de unde şi denumirea care i se mai dă metodei de *echerare* sau *a punctelor echerice*.

Aplicarea metodei se poate face în mod independent sau în combinaţie cu drumuirea.

11.10.1. ECHERE TOPOGRAFICE

Se cunosc trei tipuri de echere : cu vizare directă, cu oglinzi şi cu prisme.

Echere cu vizare directă. În această grupă intră echerul arpentor şi echerul improvizat.

Echerul arpentor. Este un instrument de construcţie simplă, de obicei de forma unei prisme octogonale şi, mai rar, de formă sferică, cilindrică sau tronconică (fig. 11.35).

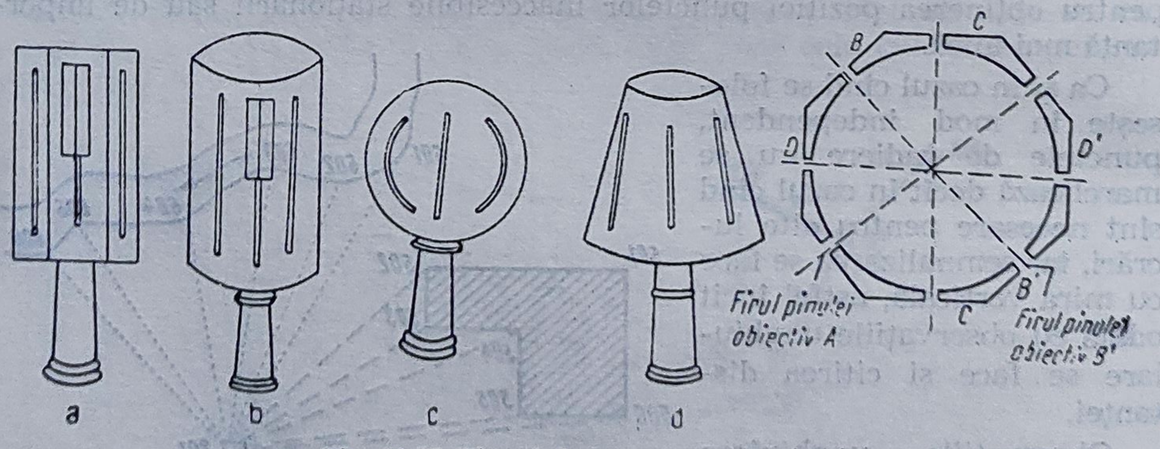


Fig. 11.35. Tipuri de echer arpentor :
a — prismă octogonală ; *b* — cilindric ; *c* — sferic ; *d* — tronconic ; *e* — secţiune transversală în echerul prismatic.

Pe feţele echerului sînt practicate nişte deschideri denumite *pinule*, care formează două cîte două plane de vizare perpendiculare unul pe altul sau unghiuri de 45°.

În timpul lucrului echerul se aşază pe un trepied cu pivot, iar pentru orizontalizare se vizează cu un plan de vizare un fir cu plumb.

Echerul improvizat. Se poate confecţiona din două şipci de 40—50 cm lungime aşezate sub un unghi drept. Pentru formarea celor două linii de vizare se bat două cuie sau ţinte la fiecare linie. Instrumentul se fixează pe un baston de 1,20—1,40 m, care în poziţie de lucru se înfige în pămînt (fig. 11.36).

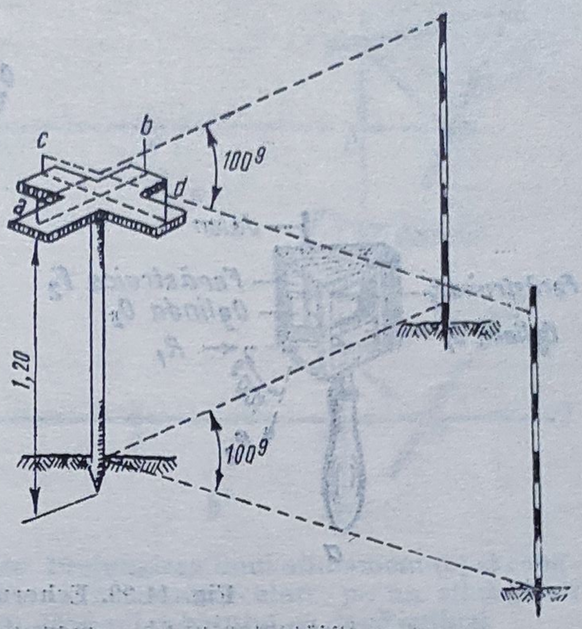


Fig. 11.36. Echerul improvizat.

Cu ajutorul echerelor cu vizare directă se pot efectua următoarele operaţii de bază : determinarea unui punct nou pe un aliniament, ridicarea unei perpendiculare şi coborîrea unei perpendiculare.

Obţinerea unui punct nou pe aliniament (fig. 11.37) se face prin tatonări, observînd prin ambele extremităţi ale unei linii de vizare jaloanele

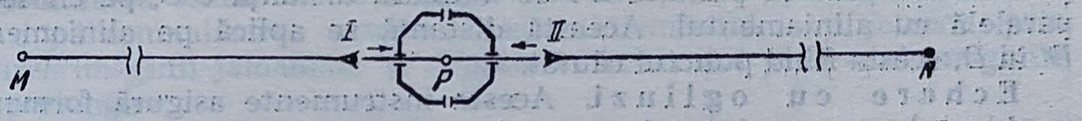


Fig. 11.37. Determinarea unui punct de pe un aliniament cu echerul arpentor.

care se plantează la capetele aliniamentului. Punctul nou se află pe aliniament cînd firul pinulei obiectiv se proiectează pe jalon, atît în poziţia I, cît şi în poziţia II, fără deplasarea echerului.

La ridicarea unei perpendiculare (11.38, *a*) se instalează echerul pe punct şi se fixează cu o linie de vizare pe direcţia aliniamentului, observîndu-se ca firul pinulei obiectiv să se proiecteze pe jalonul din punctul *B*. Fără a deplasa echerul se priveşte printr-un plan de vizare perpendicu-

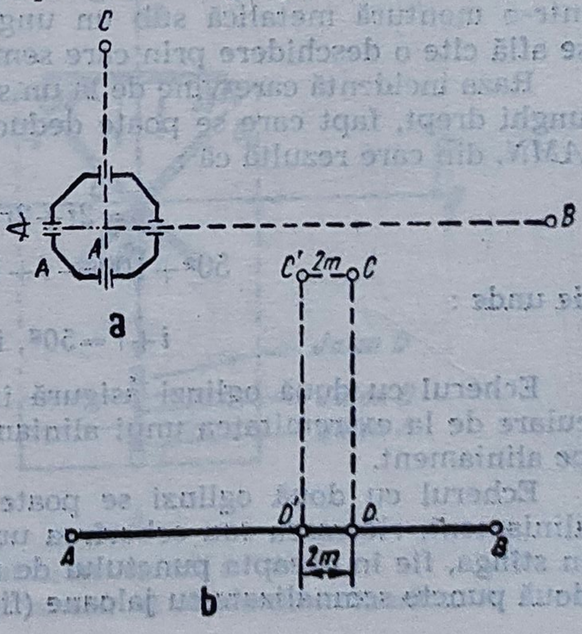


Fig. 11.38. Ridicarea (*a*) şi coborîrea (*b*) unei perpendiculare cu echerul arpentor şi cu echerul improvizat.

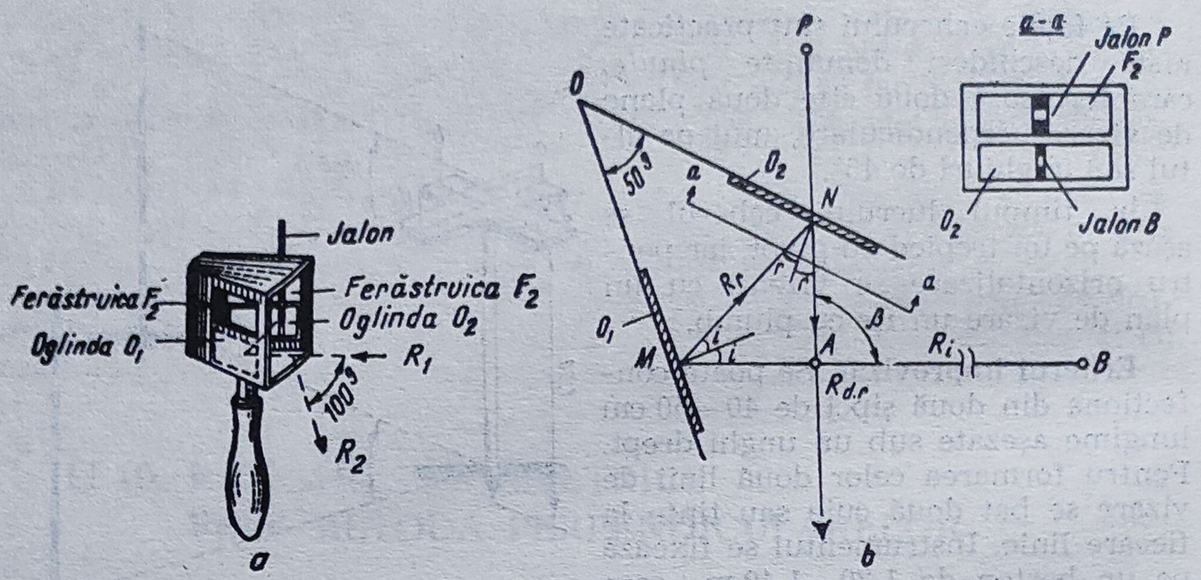


Fig. 11.39. Echerul cu două oglinzi :
a — instrumentul ; *b* — mersul razelor și formarea imaginilor.

lar pe primul și se dirijează un ajutor care ține un jalon, pînă cînd acesta se află în dreptul firului pinulei obiectiv, în punctul *C*.

Coborîrea unei perpendiculare dintr-un punct *C* pe un aliniament *AB* (fig. 11.38, *b*) constă în obținerea punctului *C*, piciorul perpendicularei. Pentru aceasta se determină un punct *D'* pe aliniament și se ridică o perpendiculară pînă în punctul *C'*. Se măsoară distanța *C'C*, pe cît se poate paralelă cu aliniamentul. Această distanță se aplică pe aliniament din *D'* în *D*, acesta fiind punctul căutat.

Echere cu oglinzi. Aceste instrumente asigură formarea de unghiuri drepte cu ajutorul unor oglinzi în care apare imaginea jaloanelor care semnalizează punctele. Sînt două tipuri de echere cu oglinzi : cu două oglinzi și cu trei oglinzi, principiul constructiv fiind același.

Echerul cu două oglinzi (fig. 11.39). Constă din două oglinzi așezate într-o montură metalică sub un unghi de 45°. Deasupra fiecărei oglinzi se află cîte o deschidere prin care semnalele pot fi observate direct.

Raza incidentă care vine de la un semnal formează cu raza reflectată un unghi drept, fapt care se poate deduce (fig. 11.39, *b*) observînd triunghiul *AMN*, din care rezultă că :

$$\beta = 2i + 2r = 2\,(i + r)$$

$$50^g + 100^g - i + 100^g - r = 200^g,$$

de unde :

$$i + r = 50^g, \text{ iar } \beta = 100^g$$

Echerul cu două oglinzi asigură în acest fel ridicarea unei perpendiculare de la extremitatea unui aliniament sau dintr-un punct cunoscut de pe aliniament.

Echerul cu două oglinzi se poate utiliza și pentru prelungirea unui aliniament, ridicarea sau coborîrea unei perpendiculare cu condiția ca fie în stînga, fie în dreapta punctului de staționare cu echerul să fie cel puțin două puncte semnalizate cu jaloane (fig. 11.40).

La prelungirea unui aliniament (fig. 11.40, *a*) imaginile celor trei jaloane trebuie să se observe în oglindă suprapuse, unul peste altul.

La ridicarea sau coborîrea unei perpendiculare (fig. 11.40, *b*) jalonul real, văzut direct, trebuie să se afle în prelungirea imaginilor jaloanelor din stînga sau din dreapta.

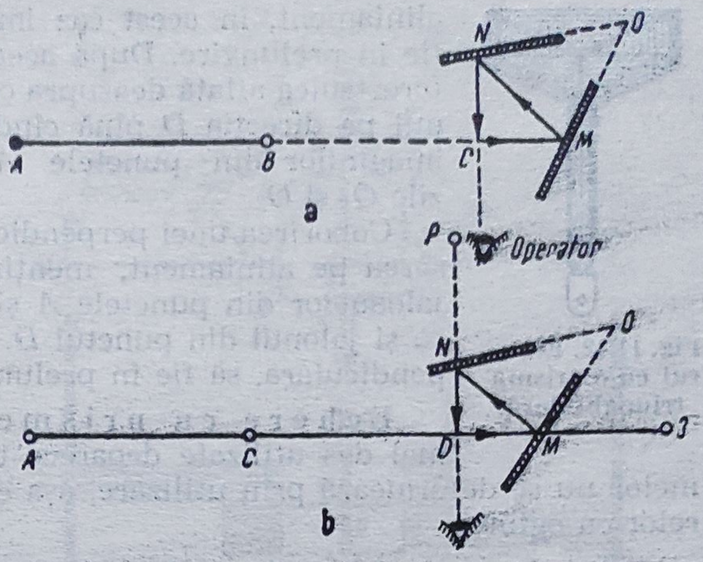


Fig. 11.40. Prelungirea unui aliniament (*a*) și coborîrea (*b*) unei perpendiculare pe un aliniament cu ajutorul echerului cu două oglinzi.

Echerul cu trei oglinzi. Este denumit și *echer de aliniament* deoarece permite obținerea de puncte noi pe aliniament, cît și ridicarea și coborîrea de perpendiculare. Construcția acestui tip de echer este, de asemenea, simplă. El constă din două oglinzi așezate sub un unghi de 100^g și o a treia oglindă, opusă primelor și care formează cu fiecare din ele un unghi de 50^g. Întregul grup de oglinzi este montat într-o carcasă metalică, prevăzută cu un inel pentru susținere și un cîrlig pentru firul cu plumb (fig. 11.41).

Determinarea unuia sau mai multor puncte pe un aliniament se efectuează după semnalizarea extremităților aliniamentului cu jaloane, prin observarea imaginii jaloanelor și deplasarea echerului pînă cînd imaginile sînt în prelungire.

La ridicarea unei perpendiculare se așază echerul deasupra punctului din care trebuie ridicată perpendiculara, verificîndu-se dacă se află pe

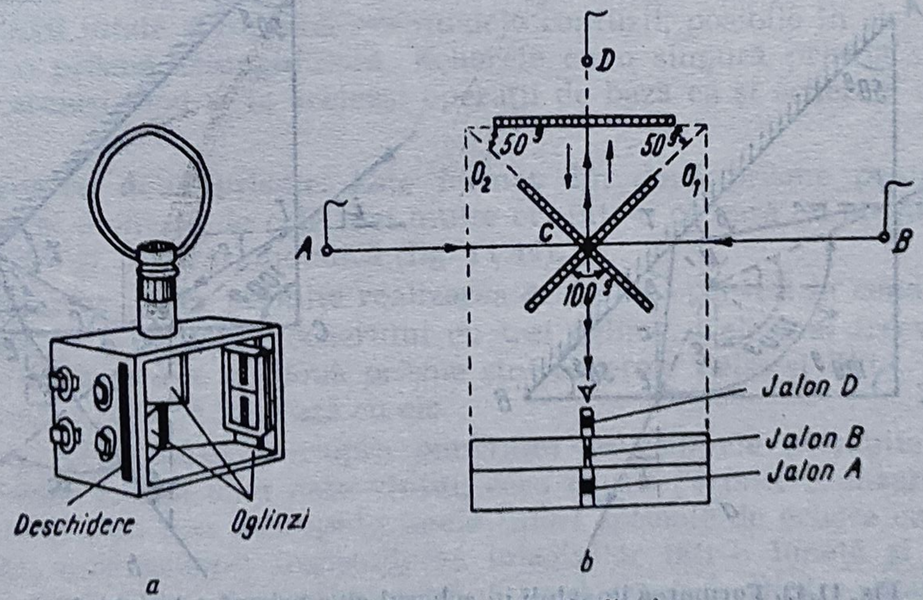


Fig. 11.41. Echerul cu trei oglinzi :
a — instrumentul ; *b* — mersul razelor și formarea imaginilor.

Fig. 11.42. Echerul cu o prismă triunghiulară.

aliniament, în acest caz imaginile jaloanelor trebuind să fie în prelungire. După această verificare se privește prin ferestruica aflată deasupra oglinzii O_3 și se deplasează jalonul pe direcția D pînă cînd acesta se află în prelungirea imaginilor din punctele A și B, observate în oglinzile O_1 și O_2.

Coborîrea unei perpendiculare se realizează prin deplasarea pe aliniament, menținînd în prelungire imaginile jaloanelor din punctele A și B și căutînd poziția C, astfel ca și jalonul din punctul D, din care trebuie coborîtă perpendiculara, să fie în prelungirea imaginii celorlalte două.

Echere cu prisme. Aceste instrumente sînt cele mai des utilizate deoarece unghiul format de fețele prismelor nu se deformează prin utilizare, așa cum se întîmplă în cazul echerelor cu oglinzi.

Echerul cu o prismă. Este de cele mai multe ori format dintr-o *prismă triunghiulară* dreaptă (fig. 11.42) avînd fața care este ipotenuza triunghiului argintată, astfel încît se comportă ca o oglindă. Prisma este fixată într-o montură metalică prevăzută cu un mic mîner de care se poate agăța un fir cu plumb. La mersul razelor prin prismă se disting două cazuri :

— *Raza de lumină suferă o singură reflexie totală* (fig. 11.43, *a*) astfel încît raza incidentă formează cu raza emergentă un unghi α, diferit de 100^g. În acest caz unghiul dintre cele două raze este variabil cu unghiul de incidență, imaginea fiind mobilă, ea deplasîndu-se odată cu rotirea echerului.

— *Raza de lumină suferă o dublă reflexie totală* (fig. 11.43, *b*) în care caz raza incidentă face cu raza emergentă un unghi drept, în orice poziție

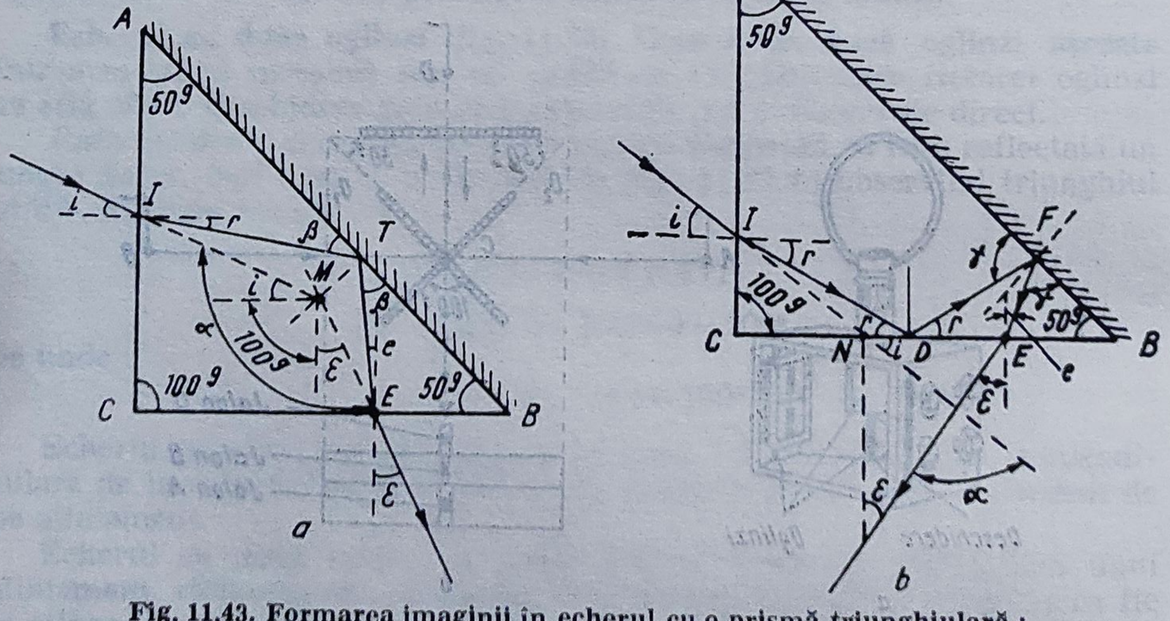


Fig. 11.43. Formarea imaginii în echerul cu o prismă triunghiulară :
a — cu simplă ; *b* — cu dublă reflexie totală.

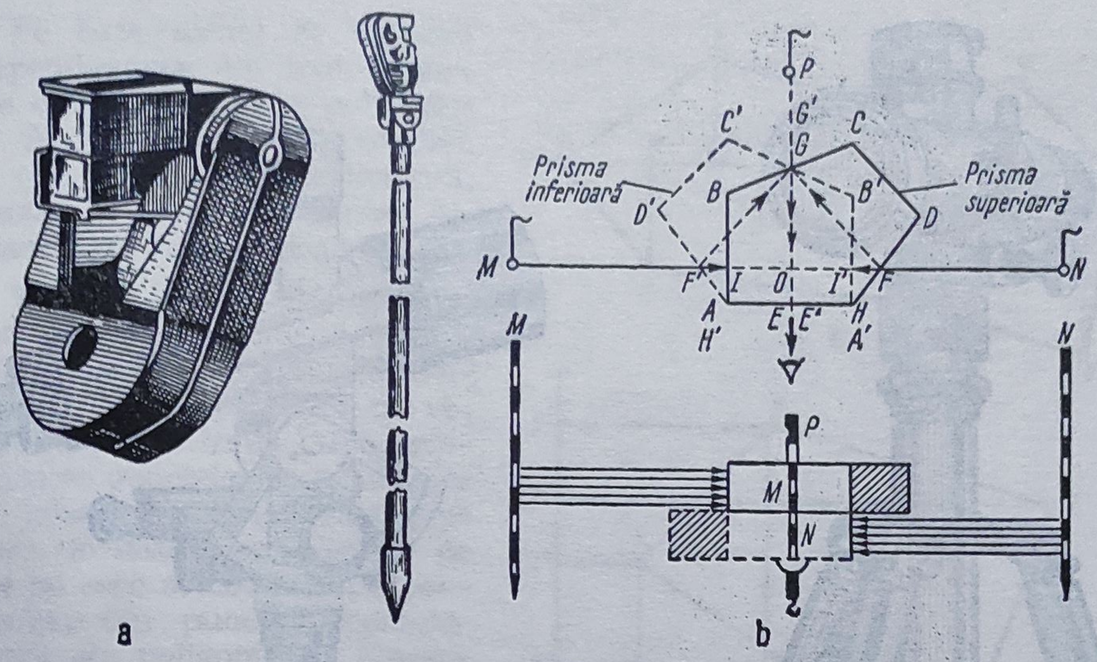


Fig. 11.44. Echerul cu două prisme :
a — instrumentul ; *b* — mersul razelor și formarea imaginii.

a razei incidente. Imaginea jalonului cuprinsă în fasciculul de lumină întîlnește fața prismei în punctul *I*, este refractat, întîlnește fața *C—B* sub un unghi mai mare decît unghiul limită al sticlei și suferă o primă reflexie totală în punctul *D*. Raza reflectată este retrimisă de latura *A—B*, argintată, în care apare o a doua reflexie totală, în punctul *E* unde este din nou refractată.

Atunci cînd se folosește echerul în această poziție, imaginea este fixă.

Echerul cu o prismă pentagonală are aceeași construcție ca și echerul cu o prismă triunghiulară. El are avantajul că dă imaginea în urma a două reflexii totale și elimină eventualele confuzii, posibile în cazul echerului cu o prismă triunghiulară. Echerele cu o singură prismă se utilizează în același mod și la aceleași operații de bază ca și echerele cu două oglinzi.

Echerul cu două prisme. Este format din două prisme pentagonale suprapuse și montate de cele mai multe ori într-o carcasă de ebonită, material plastic și, mai rar, metalică (fig. 11.44).

Acest tip de echer permite realizarea acelorași operații, în condiții mai bune însă, ca și în cazul echerului cu trei oglinzi. Cele mai frecvente și mai cunoscute echere cu două prisme sînt echerele Zeiss și Wild. Acestea se țin în mînă cînd se lucrează cu ele.

Întrucît staționarea deasupra punctului cu echerele obișnuite întîmpină greutăți atunci cînd bate vîntul, ceea ce nu permite realizarea unei bune centrări, au fost concepute unele tipuri speciale de echere cu lunetă și trepied, care asigură transmiterea imaginilor într-o lunetă și fixarea deasupra punctului prin intermediul unui trepied. Dintre tipurile de această construcție pot fi amintite :

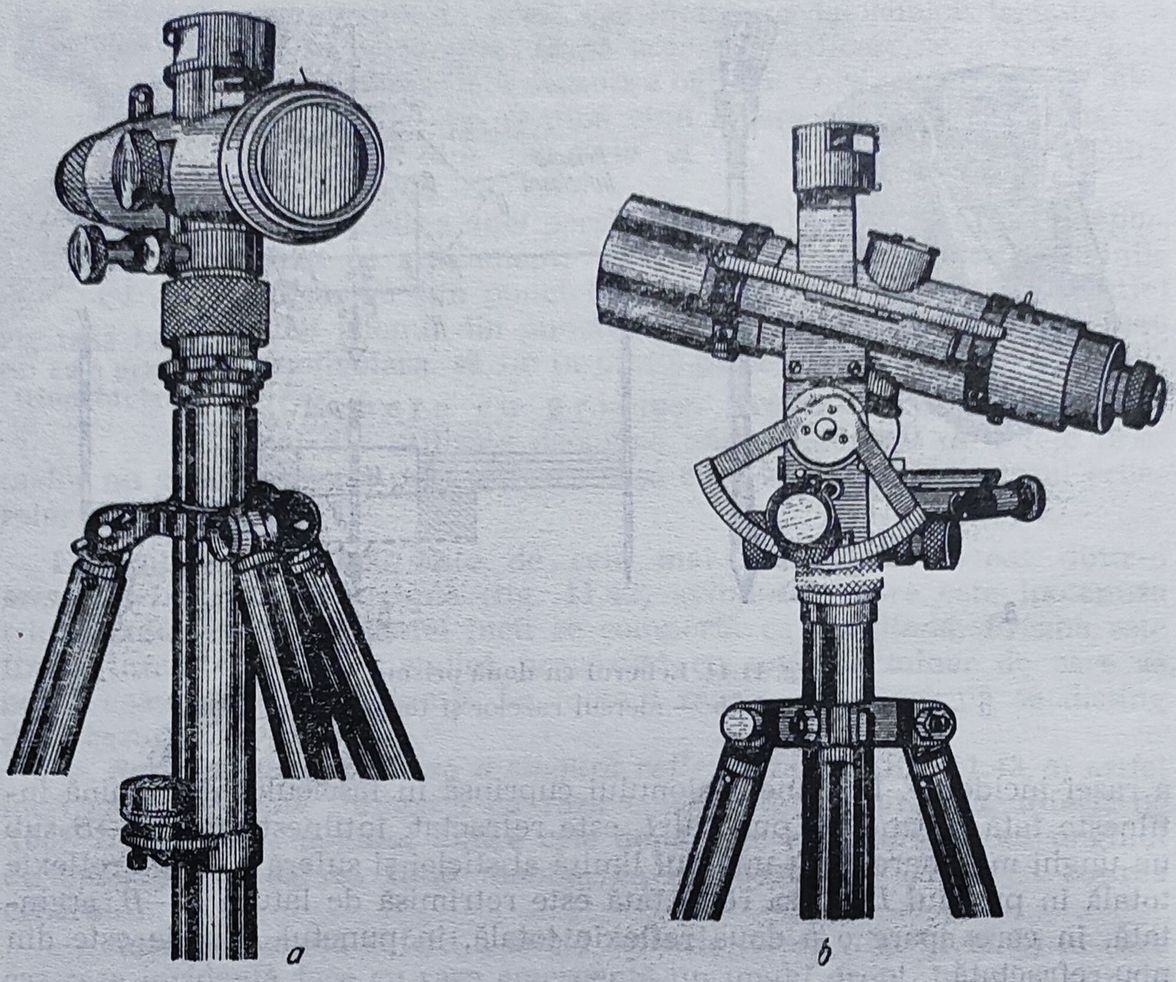


Fig. 11.45. Echere cu lunetă :
a — tipul Lodis ; *b* — tipul Kipplodis.

Echerul cu lunetă Lodis (fig. 11.45, *a*). Are sub echer o lunetă stadimetrică specială, fixată în poziţie orizontală şi care serveşte pentru măsurarea distanţei pe cale optică cu ajutorul unei mire speciale.

Echerul Kipplodis (fig. 11.45, *b*). Este prevăzut cu o lunetă care se poate roti în plan vertical şi, în acelaşi timp, cu un eclimetru pe care se pot măsura şi unghiurile de pantă.

11.10.2. FOLOSIREA METODEI PERPENDICULARELOR ÎN MOD INDEPENDENT

Metoda perpendicularelor permite cunoaşterea formei şi mărimii unor suprafeţe de teren de mărime redusă, procedeul de lucru fiind diferenţiat în raport cu posibilităţile de accesibilitate şi vizibilitate.

Terenul este accesibil şi cu vizibilitate în interior. În situaţia cînd aceste condiţii sînt realizate, ca în cazul poligonului 1, 2, . . . , 7 (fig. 11.46), se semnalizează mai întîi punctele caracteristice, după care se alege ca bază una din diagonalele cele mai lungi, în cazul considerat latura 1—5.

Pe baza aleasă se coboară perpendiculare din toate punctele caracteristice ale poligonului. Se măsoară apoi cu panglica de oțel fiecare perpendiculară, precum și distanțele dintre picioarele perpendicularelor.

Terenul are vizibilitate în interior, dar nu este accesibil. Într-o asemenea situație (figura 11.46, *b*) procedeul de rezolvare este diferit. După semnalizarea punctelor caracteristice cu jaloane se construiește pe teren un sistem rectangular de axe pe care se coboară perpendiculare din punctele caracteristice ale poligonului. Fiecare picior al perpendicularei se marchează provizoriu cu o fișe sau un țăruș, după care se măsoară pe fiecare axă distanța de la origine pînă la primul punct, precum și distanțele dintre picioarele perpendicularelor.

Terenul nu este accesibil și nu are vizibilitate în interior. Ridicarea în plan în această situație impune încadrarea suprafeței date într-o formă geometrică regulată, patrat sau dreptunghi, care se construiește tot cu ajutorul echerului și în care se încadrează complet suprafața de ridicat în plan (fig. 11.46, *c*).

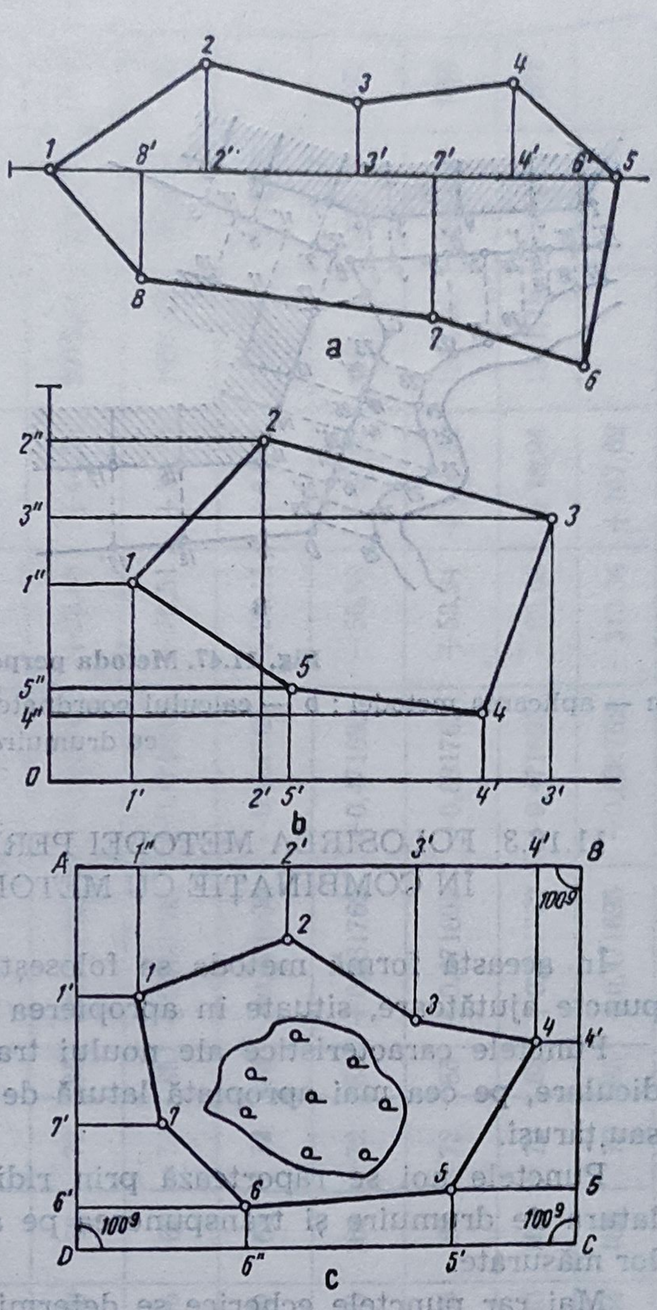


Fig. 11.46. Aplicarea metodei perpendicularelor în mod independent :
a — terenul este accesibil în interior ; *b* — terenul nu este accesibil în interior, dar are vizibilitate ; *c* — terenul este inaccesibil și fără vizibilitate.

Din punctele caracteristice ale poligonului se coboară perpendiculare pe laturile cele mai apropiate ale dreptunghiului sau patratului. Din punctele apropiate de dreptunghiul de încadrare se coboară perpendiculare pe ambele laturi ale dreptunghiului. În continuare se măsoară cu ajutorul panglicii de oțel lungimile perpendicularelor, distanța dintre picioarele perpendicularelor, precum și mărimile laturilor dreptunghiului de încadrare. Pentru control se verifică dacă suma distanțelor dintre picioarele perpendicularelor este egală cu lungimea laturilor dreptunghiului și se măsoară 2—3 laturi, unde este posibil, ale poligonului dat.

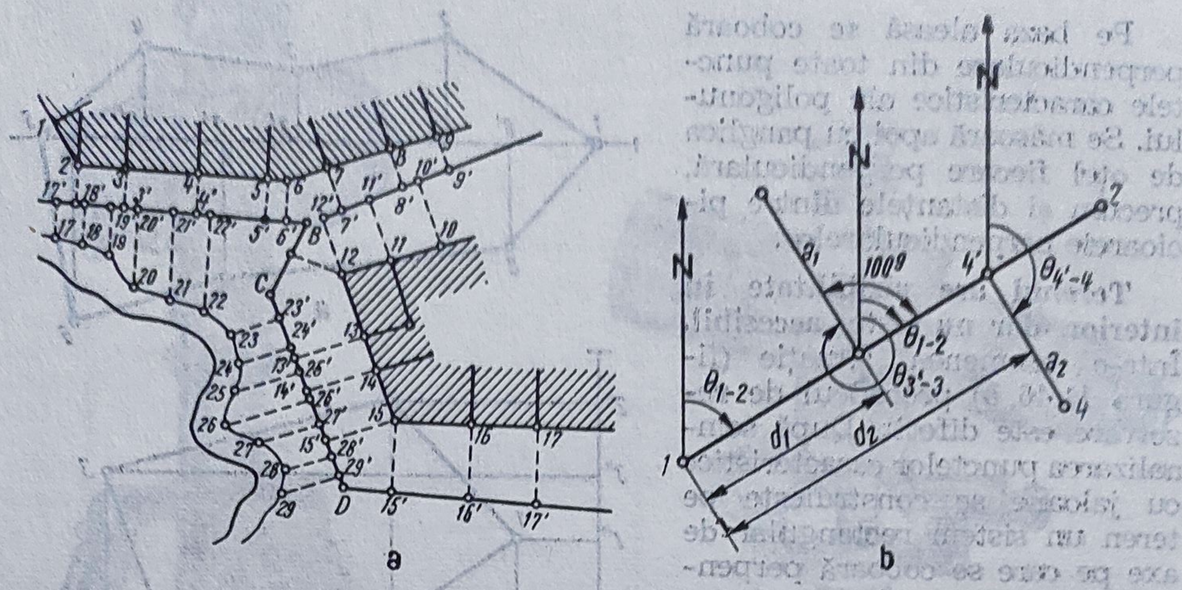


Fig. 11.47. Metoda perpendicularelor :

a — aplicarea metodei ; *b* — calculul coordnatelor la aplicarea metodei în combinație cu drumuirea.

11.10.3. FOLOSIREA METODEI PERPENDICULARELOR ÎN COMBINAȚIE CU METODA DRUMUIRII

În această formă metoda se folosește pentru obținerea poziției unor puncte ajutătoare, situate în apropierea unor puncte de drumuire.

Punctele caracteristice ale noului traseu se proiectează, prin perpendiculare, pe cea mai apropiată latură de drumuire, marcîndu-se prin fișe sau țăruși.

Punctele noi se raportează prin ridicarea de perpendiculare de pe latura de drumuire și transpunerea pe aceste perpendiculare a distanțelor măsurate.

Mai rar punctele echerice se determină prin coordonate rectangulare. Pentru aceasta se calculează cu ajutorul coordonatelor orientarea dreptei de bază, iar apoi cu ajutorul ei orientarea perpendicularelor. Orientarea perpendicularelor *3—3'* și *4—4'*, din exemplul din figura 11.47, *b*, va fi :

$$\theta_{3-3'} = \theta_{1-2} + 300^g$$

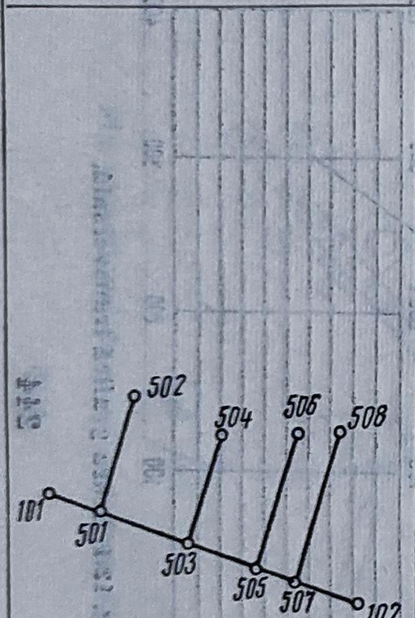
$$\theta_{4-4'} = \theta_{1-2} + 100^g.$$

Folosind aceste orientări și distanțele măsurate pe teren se calculează coordonatele punctelor caracteristice căutate.

În tabelul 11.13 se prezintă un exemplu de calcul pentru obținerea coordonatelor unui traseu format din punctele 502, 504, 506, 508 care se proiectează prin perpendiculare pe latura de drumuire 101—102.

Tabelul 11.13

Exemplu de aplicare a metodei perpendicularelor

Schiţa	Latura	Distanţe	Orientări			Valori naturale		Coordonate relative		Coordonate absolute		Pt
			g	c	cc	sinus	cosinus	ΔX	ΔY	X	Y	
	101 – 102	355,34	168	72	85	+0,471695	−0,881762			2144,52	2739.18	101
	101 – 501	78,50	168	72	85	+0,471695	−0,881762	−69,92	+37,03	2075,30	2776,21	501
	501 – 502	96,20	68	72	85	+0,881762	+0,471695	+45,38	+34,83	2120,68	2861,04	502
	501 – 503	94,18	168	72	85	+0,881762	+0,471695	−83,04	+44,42	1992,26	2820,63	503
	503 – 504	50,20	68	72	85	+0,471695	−0,881762	+23,68	+44,26	2015,94	2864,89	504
	503 – 505	79,96	168	72	85	+0,881762	+0,471695	−70,51	+37,71	1921,75	2858,34	505
	505 – 506	61,80	68	72	85	+0,471695	−0,881762	+29,15	+54,49	1950,90	2912,83	506
	505 – 507	64,50	168	72	85	+0,881762	+0,471695	−56,89	+39,42	1864,26	2888,76	507
	507 – 508	114,35	68	72	85	+0,471695	−0,881762	+53,94	+100,83	1918,80	2989,59	508
	507 – 102	38,20	168	72	85	+0,881762	+0,471695	−33,68	+18,04	1331,18	2906,80	102
	Σ	355,34	168	72	85	+0,471695	−0,831762	−313,34	+167,62			

Capitolul 12.

REDACTAREA PLANIMETRIEI

12.1 RAPORTAREA PLANIMETRICĂ A PUNCTELOR

Unul din principalele obiective ale ridicărilor topografice îl formează întocmirea de planuri și hărți pentru zona care interesează. Planul, ca și harta, s-a arătat că este o reprezentare micșorată și generalizată a suprafeței terestre, în plan orizontal. Detaliile care se figurează pe plan se obțin prin punctele caracteristice ale acestora, determinate pe cale grafică sau numerică, prin măsurări pe teren și prelucrarea rezultatelor măsurărilor. Raportarea punctelor se face prin metode și cu instrumente diferite în funcție de elementele prin care sînt determinate punctele caracteristice.

12.1.1. INSTRUMENTE PENTRU RAPORTAREA PLANIMETRICĂ A PUNCTELOR

Pentru raportarea planimetrică se folosesc, pe lîngă instrumentele utilizate în mod curent în desenul tehnic (rigla, compasul distanțier, raportorul etc.), și o serie de instrumente anume construite.

Scara grafică transversală. Este un instrument (fig. 12.1) care constă dintr-o placă metalică pe care sînt gravate scări transversale pentru scările numerice uzuale (1 : 1 000 ; 1 : 2 000 ; 1 : 2 500 ; 1 : 5 000).

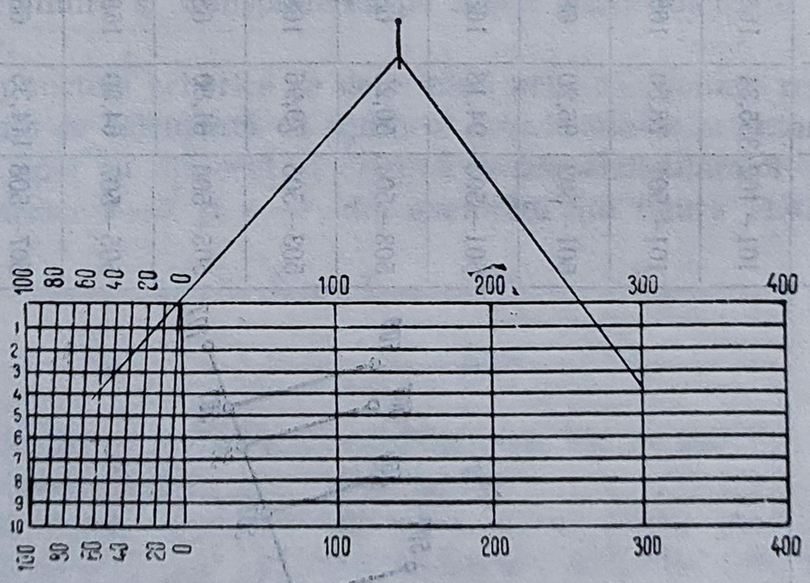


Fig. 12.1. Scara grafică transversală.

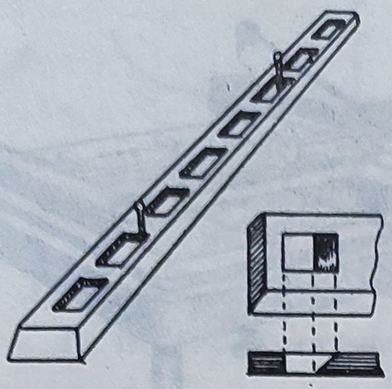


Fig. 12.2. Rigla lui Dobrîșev.

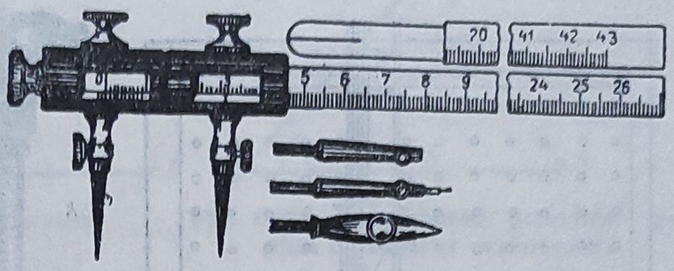


Fig. 12.3. Compasul de distanțe mari.

Rigla lui Dobrîșev (fig. 12.2). Constă dintr-o riglă metalică lungă de 60—100 cm în care sînt practicate deschideri din 5 cm în 5 cm.

Compasul de distanțe mari (fig. 12.3). Este un instrument de o construcție asemănătoare cu a șublerului. El constă dintr-o riglă metalică pe care poate culisa un cursor prevăzut cu vernier. Cursorul este ascuțit la extremitate pentru fixarea exactă a punctului.

Coordonatograful polar (fig. 12.4). Este format dintr-un raportor gradat centesimal sau sexagesimal și în al cărui centru este fixată, nerigid, o rigletă gradată milimetric. În dreptul gradațiilor de pe raportor rigleta este prevăzută cu un vernier circular care permite aprecierea mai exactă a valorilor unghiulare. Pe aceeași rigletă culisează un vernier pentru distanțe.

Coordonatograful rectangular (fig. 12.5). Este un instrument pentru raportarea punctelor prin coordonate rectangulare. El constă din două brațe metalice, gradate milimetric, unul fix și unul mobil și care fac între ele un unghi de 100^g.

Un tip perfecționat este *coordonatograful de precizie* (fig. 12.6) realizat de firma Zeiss Jena din R.D.G.

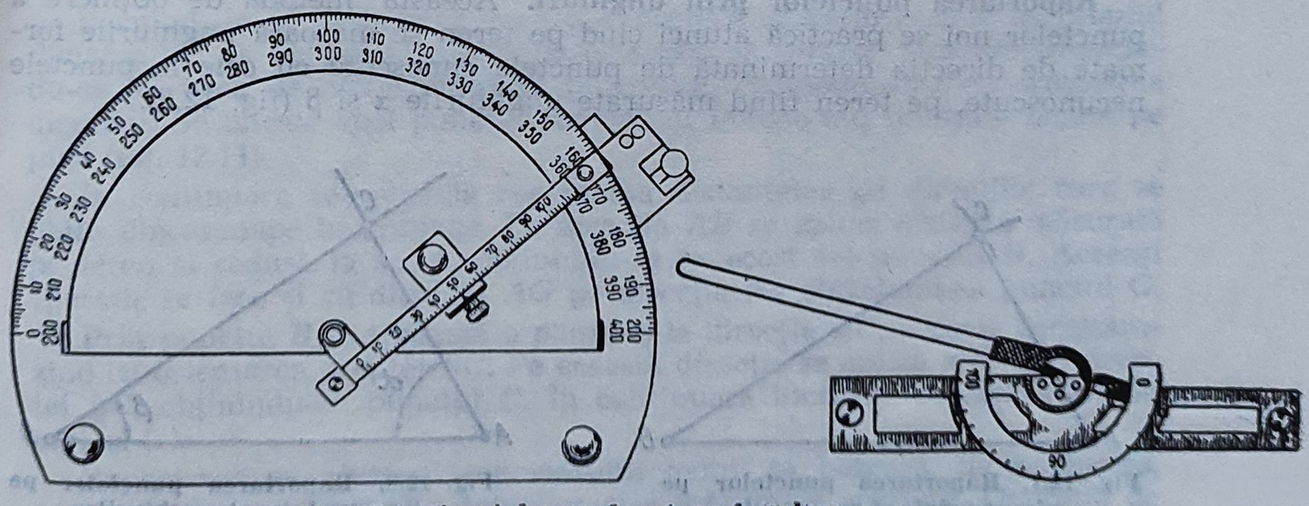


Fig. 12.4. Tipuri de coordonatografe polare.

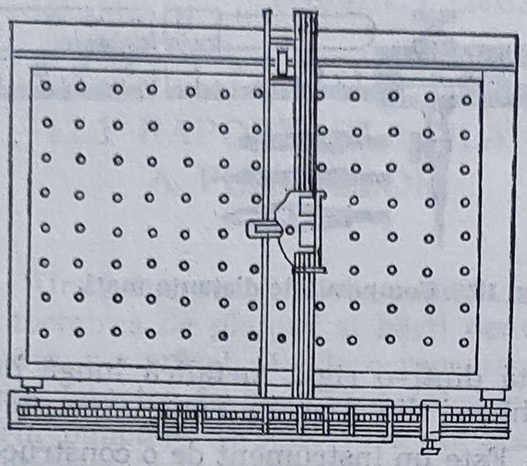


Fig. 12.5. Coordonatograful rectangular.

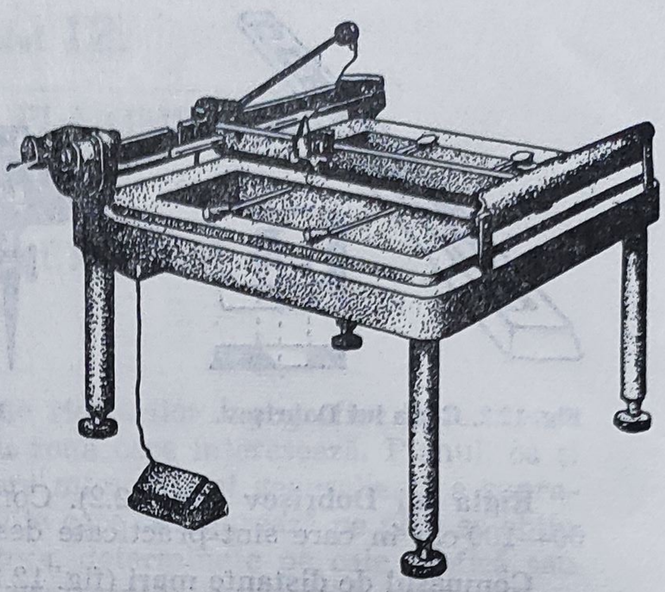


Fig. 12.6. Coordonatograful de precizie.

12.1.2. METODE PENTRU RAPORTAREA PLANIMETRICĂ A PUNCTELOR

La întocmirea planurilor se raportează mai întîi punctele de sprijin și apoi, în ordinea preciziei lor, punctele de drumuire, cele de radiere, iar în final cele obținute prin coborîrea de perpendiculare. Se utilizează mai multe metode de raportare, în funcție de elementele care determină poziția punctelor.

Raportarea punctelor prin distanțe. În cazul cînd ridicarea în plan s-a făcut prin metoda triunghiurilor, cu ajutorul panglicii de oțel, singurele elemente care se măsoară pe teren sînt laturile triunghiurilor. Raportarea punctelor pe plan se face, după reducerea distanțelor la scara planului, cu ajutorul riglei și a unui compas (fig. 12.7).

Raportarea punctelor prin unghiuri. Această metodă de obținere a punctelor noi se practică atunci cînd pe teren se măsoară unghiurile formate de direcția determinată de punctele cunoscute cu cele la punctele necunoscute, pe teren fiind măsurate unghiurile α și β (fig. 12.8).

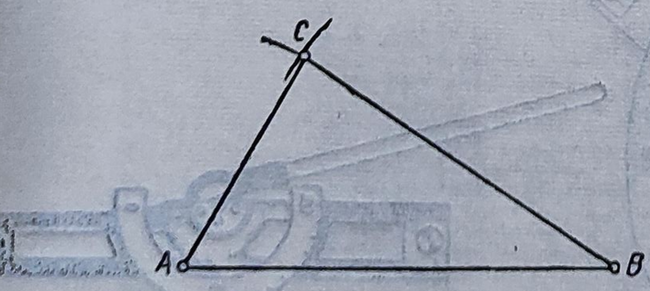


Fig. 12.7. Raportarea punctelor pe plan cu rigla și compasul.

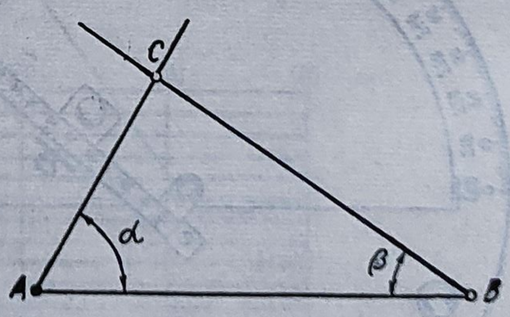


Fig. 12.8. Raportarea punctelor pe plan cu ajutorul unghiurilor.

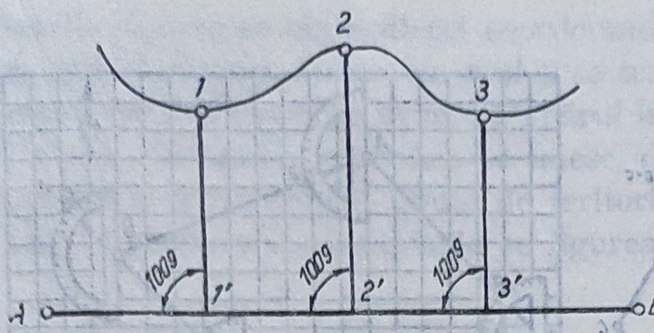


Fig. 12.9. Raportarea punctelor echerice.

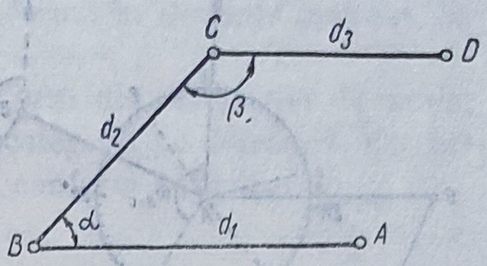


Fig. 12.10. Raportarea punctelor pe plan cu rigla și raportorul.

Raportarea punctelor obținute prin metoda punctelor echerice. La operația de raportare a punctelor obținute în acest fel se urmează o ordine inversă, începîndu-se cu raportarea direcției de bază și transpunerea pe ea, la scară, a distanțelor dintre picioarele perpendicularelor (fig. 12.9). Din aceste puncte se ridică perpendiculare pe care se aplică, firește reduse la aceeași scară, lungimile perpendicularelor. Punctele se unesc între ele conform schiței de pe teren.

Raportarea punctelor obținute prin coordonate polare. Modul de lucru este diferit în raport cu felul măsurărilor pe teren.

La măsurarea de distanțe și unghiuri dintre laturi se lucrează din aproape în aproape, pornindu-se de la una din laturi, pe cît posibil orientată și raportată, prin reducerea la scară, a mărimii ei măsurată pe teren (fig. 12.10).

În punctul *B* se aplică cu raportorul unghiul α, iar pe direcția obținută se raportează distanța *BC*, evident, redusă la aceeași scară. Se obține punctul *C*.

La măsurarea de distanțe și orientări se pot folosi două procedee : cu raportorul fix și cu raportorul mobil.

În cazul raportării cu ajutorul coordonatografului polar fix sau al unui raportor, acesta se fixează într-un punct de pornire, care se amplasează în așa fel încît să fie posibilă transpunerea în întregime pe foaia de hîrtie a suprafeței ridicată în plan.

Pornind de la diviziunea zero a raportorului se înseamnă în dreptul diviziunilor de pe acesta mărimile orientărilor tuturor laturilor, marcîndu-se pe foaia de hîrtie numărul punctului, corespunzător cu orientarea direcției. Se unește apoi punctul central cu fiecare din notațiile făcute pe plan (fig. 12.11).

În continuare se trece la raportarea distanțelor pe direcțiile care se obțin din aproape în aproape. Pe direcția *AB* se aplică distanța măsurată pe teren și redusă la scară, obținîndu-se în acest fel punctul *B*. Aceeași operație se face și cu distanța *AG* pe direcția *Ag* obținîndu-se punctul *G*.

Prin punctul *B* se trasează o paralelă la direcția *AC*, aceasta corespunzînd cu orientarea dreptei *BC*. Pe această direcție se aplică mărimea dreptei *BC*, obținîndu-se punctul *C*. În continuare lucrările se desfășoară în același fel.

Raportarea cu ajutorul raportorului mobil se bazează, de asemenea, pe cunoașterea orientărilor laturilor și a mărimilor acestora. Operația de

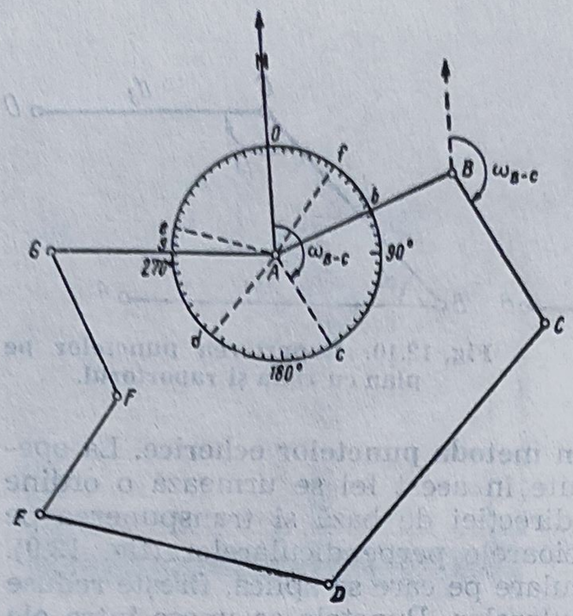


Fig. 12.11. Raportarea prin coordonate polare cu ajutorul raportorului fix.

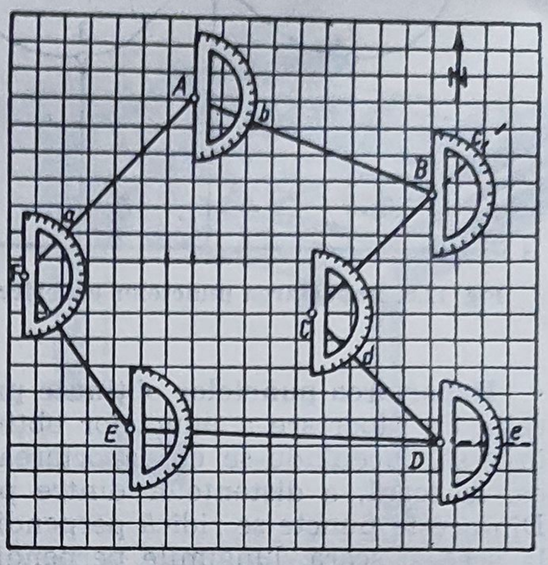


Fig. 12.12. Raportarea punctelor prin coordonate polare cu ajutorul raportorului mobil.

raportare se realizează cu ajutorul raportorului și riglei sau cu coordonatograful polar.

În cazul poligonului $A, B, \ldots, F$, prezentat în figura 12.12, se raportează mai întîi, preferabil pe hîrtie milimetrică, punctul A, iar apoi, așezînd raportorul cu centrul în acest punct, se construiește orientarea dreptei AB. Pe direcția Ab astfel obținută se transpune distanța AB, redusă la scară.

Se mută apoi raportorul în punctul B în care se raportează orientarea dreptei $B—C$ și operația de raportare se continuă pînă la transpunerea pe plan a tuturor punctelor, care unite între ele, conform schiței de pe teren, dau planul suprafeței ridicate în plan.

Raportarea punctelor prin coordonate rectangulare. La măsurările mai exacte poziția punctelor se determină prin coordonate rectangulare.

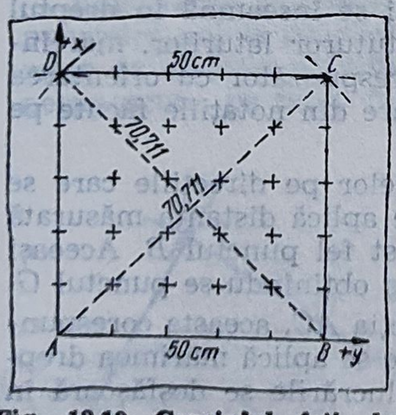


Fig. 12.13. Caroiajul foii de desen pentru raportarea punctelor prin coordonate rectangulare.

În cazul cînd raportarea se face pe hîrtie albă, pentru originalul de teren, în continuare se trasează un caroiaj cu latura de 5 cm, folosindu-se compasul de distanțe mari sau rigla Dobrîșev. Liniile de caroiaj nu se trasează pe toată lungimea lor, ci numai pe porțiunea unde se intersectează între ele pentru a nu încărca desenul cu prea multe linii (fig. 12.13).

Folosind caroiajul trasat și axele gradate se raportează apoi fiecare punct începînd cu punctele de sprijin și continuînd apoi cu celelalte puncte ținînd seama de valoarea celei mai apropiate gradații de pe fiecare axă. Pentru aceasta se folosește fie scara grafică trans-

versală cu care se obțin direct coordonatele x și y care trebuie raportate, fie rigla și compasul după ce x și y se transformă în distanțe pe plan. În dreptul fiecărui punct se înscrie numărul lui.

După efectuarea raportării se unesc, conform documentației de teren, punctele care determină limite de teritorii, categorii de folosință. Contururile și semnele convenționale se figurează conform atlasului.

12.2. MĂRIREA ȘI REDUCEREA PLANURILOR

Metoda caroiajului. La aplicarea acestei metode se trasează un caroiaj atît pe desenul care trebuie mărit sau redus, cît și pe foaia de hîrtie pe care trebuie transpus planul nou. Latura caroiajului de pe foaia de hîrtie este de atîtea ori mai mică sau mai mare, proporțional cu numărul de ori cît trebuie micșorat sau mărit planul. Astfel, dacă un plan trebuie mărit de 5 ori (fig. 12.14) pe planul original se aplică un caroiaj cu latura de 1 cm, în timp ce pe foaia de hîrtie caroiajul va avea latura de 5 cm.

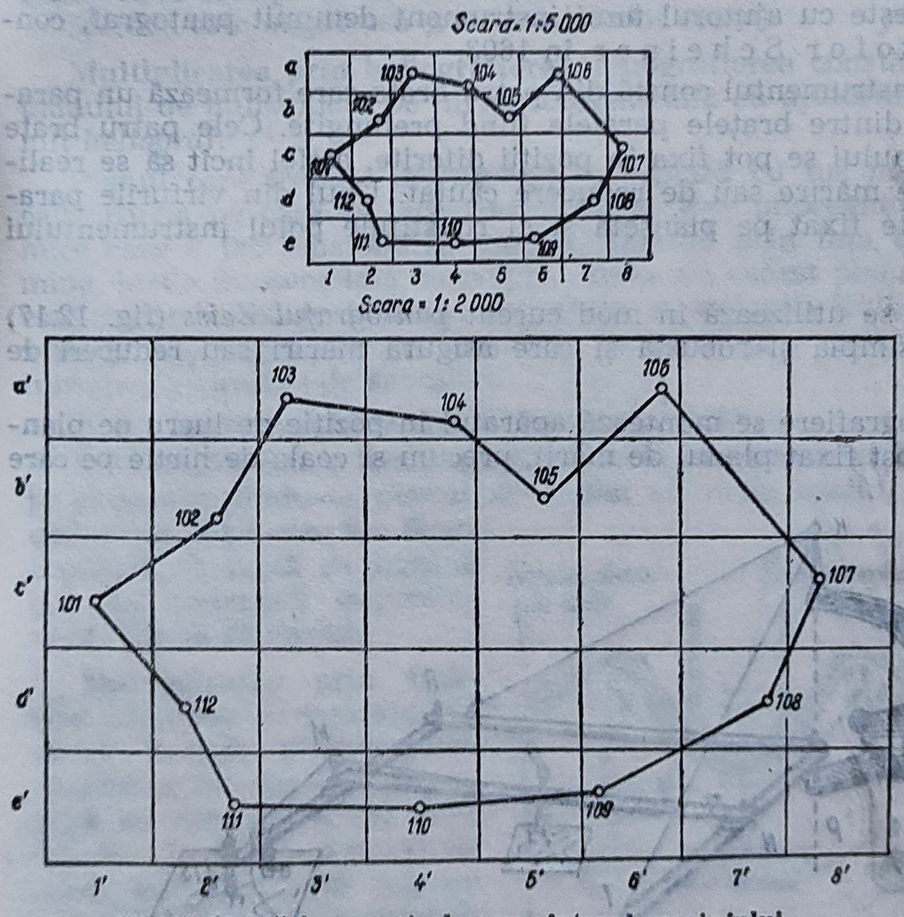


Fig. 12.14. Mărirea unui plan cu ajutorul caroiajului.

Fig. 12.15. Compasul de reducție.

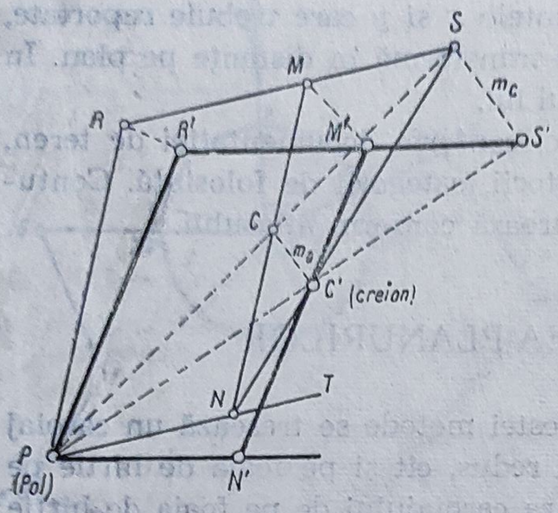


Fig. 12.16. Principiul pantografului.

Fiecare punct se transpune de pe un plan pe altul, folosind cele mai apropiate laturi ale caroiajului.

Metoda cu compasul de reducţie. Această metodă se bazează pe utilizarea unui compas de reducţie, instrument care constă din două piese ce se pot fixa în poziţii diferite una faţă de alta.

Principiul de construcţii al compasului de reducţie se bazează pe proporţionalitatea triunghiurilor formate de cele două braţe cu liniile care unesc vîrfurile lor (fig. 12.15).

Valoarea raportului de asemănare este înscrisă pe fiecare din cele două braţe, astfel încît fixarea lor în acea poziţie asigură mărirea sau reducerea distanţelor, de atîtea ori cît reprezintă cifra unde se fixează braţele compasului.

Metoda pantografierii. Această metodă de mărire sau reducere a planurilor se foloseşte cu ajutorul unui instrument denumit pantograf, conceput de Cristofor Scheiner în 1603.

Schematic, instrumentul constă din patru braţe care formează un paralelogram, două dintre braţele paralele fiind prelungite. Cele patru braţe ale paralelogramului se pot fixa în poziţii diferite, astfel încît să se realizeze raportul de mărire sau de reducere căutat. Unul din vîrfurile paralelogramului este fixat pe planşetă şi el constituie polul instrumentului (fig. 12.16).

În producţie se utilizează în mod curent *pantograful Zeiss* (fig. 12.17) de construcţie simplă şi robustă şi care asigură măriri sau reduceri de 2—10 ori.

Pentru pantografiere se montează aparatul în poziţie de lucru pe planşeta pe care a fost fixat planul de mărit, precum şi coala de hîrtie pe care

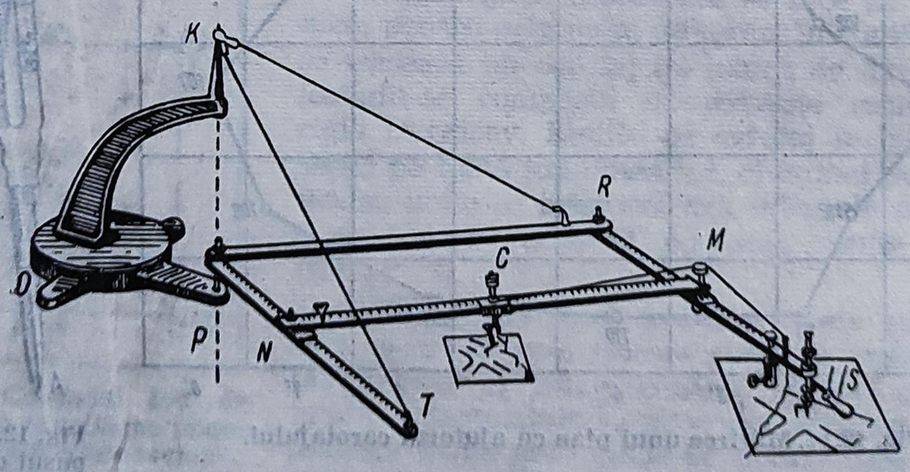


Fig. 12.17. Pantograful.

se va obține planul nou. Apoi se face un control observîndu-se dacă prin deplasarea stilului pe planul de mărit sau de micșorat creionul din punctul corespunzător parcurge trasee care să se încadreze în spațiul grafic al hîrtiei pe care urmează a se realiza mărirea sau micșorarea.

Se urmărește apoi cu stilul toate detaliile planimetrice. În acest timp creionul descrie și desenează un plan, cu aceleași detalii planimetrice, la altă scară. În timpul raportării se controlează, din cînd în cînd, stabilitatea originalului și a copiei prin puncte care este bine să fie raportate prin metoda caroiajului sau prin coordonate.

12.3. MULTIPLICAREA PLANURILOR

Planurile obținute în urma măsurărilor pe teren sau prin pantografiere trebuie multiplicate într-un număr suficient de exemplare pentru proiectarea și executarea diferitelor lucrări.

Operația de multiplicare se poate realiza în mai multe feluri.

Multiplicarea prin copiere. Această modalitate se practică pentru un număr redus de exemplare și pentru planuri sau hărți cu puține detalii. Copierea se face pe hîrtie de calc, în creion sau tuș.

Metoda este migăloasă și cu randament scăzut.

Multiplicarea prin heliografiere. Heliografierea constă în transpunerea planului de multiplicat pe hîrtie fotosensibilă cu ajutorul unui aparat numit *heliograf*.

Planul care trebuie multiplicat se copiază cu tuș negru pe hîrtie de calc. Hîrtia pe care se face transpunerea este impregnată cu soluții chimice care o fac sensibilă la lumină. Trecînd prin fața unei surse de lumină, hîrtia fotosensibilă, deasupra căreia s-a așezat planul de multiplicat, este impresionată pe întreaga suprafață, cu excepția liniilor și scrierii trasate cu tuș negru. Pentru punerea în evidență a coloranților, hîrtia se introduce în vapori de amoniac.

Hîrtia fotosensibilă poartă denumirea de *ozalid*.

Heliograful este o instalație (fig. 12.18) prevăzută cu 2 tamburi, *C* și *D*, pe primul rulîndu-se planul de copiat și hîrtia ozalid, iar pe cel de al doilea hîrtia pe care s-a făcut copierea. O sursă de lumină (un bec puternic) impresionează hîrtia de ozalid.

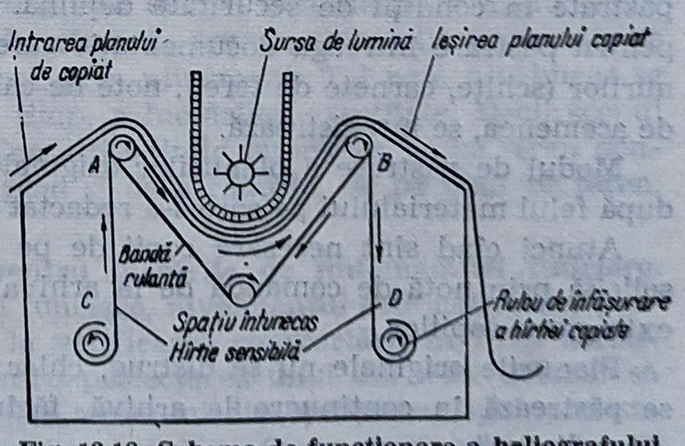


Fig. 12.18. Schema de funcționare a heliografului.

Multiplicarea prin tipărire. Metodele prezentate anterior permit multiplicarea planurilor într-un număr restrîns de exemplare, cel mult 10—15. Atunci cînd multiplicarea trebuie făcută într-un număr mare de exemplare, această operație se face prin tipărire.

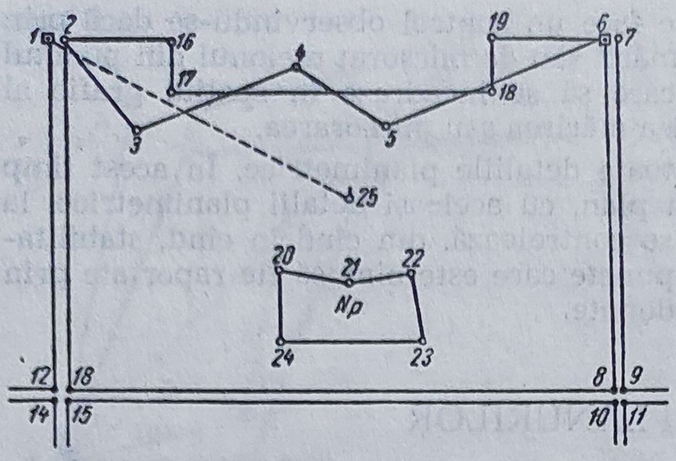


Fig. 12.19. Reambulări de planuri.

12.4. REAMBULAREA PLANURILOR

Între faza efectuării măsurărilor și redactării planurilor și momentul utilizării lor, suprafețele măsurate se modifică nu ca întindere ci ca detalii caracteristice datorită activității constructive a omului, pe de o parte și efectelor intemperiilor naturale, pe de altă parte. În consecință, planurile obținute trebuie actualizate, transpunîndu-se pe ele elementele noi apărute. Această operație poartă denumirea de **reambulare.** Ridicarea detaliilor noi se poate face prin *metode numerice* sau, mai ales, prin *metode grafice* (fig. 12.19), care sînt mai expeditive.

Punctele de sprijin ale căror borne există dar sînt deteriorate sau deplasate de la locul lor se vor reface cu ajutorul reperului de la subsol. De asemenea, se vor planta și semnalele corespunzătoare, acolo unde lipsesc.

Ridicarea în plan a elementelor noi se efectuează cu metodele numerice sau grafice, care corespund în ceea ce privește precizia de determinare a punctelor.

Datele privind elementele noi se transpun pe planul nou cu culoare roșie, tăindu-se elementele care nu mai corespund.

12.5. PĂSTRAREA ȘI CONSERVAREA PLANURILOR

Planurile originale ale ridicărilor topografice nu se întrebuințează în mod curent, ci se depun la arhiva instituției, unde sînt inventariate și păstrate în condiții de securitate deplină. Odată cu planurile se depune pentru păstrare întreaga documentație care a stat la baza întocmirii planurilor (schițe, carnete de teren, note de calcul, memoriu tehnic etc.) care, de asemenea, se înregistrează.

Modul de păstrare a planurilor originale este diferit (mape sau huse), după felul materialului pe care s-a redactat planul.

Atunci cînd sînt necesare copii de pe planurile originale, acestea se solicită prin notă de comandă de la arhiva instituției și se restituie după extragerea copiilor.

Planurile originale nu se distrug, chiar dacă nu mai sînt actuale. Ele se păstrează în continuare la arhivă, făcîndu-se însă mențiunea pe ele „scos din uz".

Capitolul 13.

NOŢIUNI DE BAZĂ ÎN NIVELMENT

13.1. DEFINIŢIE. SCOP. IMPORTANŢA NIVELMENTULUI PENTRU LUCRĂRILE DE ÎMBUNĂTĂŢIRI FUNCIARE

Definiţie. Nivelmentul este partea din topografie care completează planimetria cu relieful terenului, oferind astfel o imagine deplină a teritoriului ridicat. Pentru reprezentarea reliefului pe plan, se determină, pe teren, înălţimile punctelor caracteristice faţă de o suprafaţă de comparaţie. Determinarea înălţimilor punctelor de pe teren se poate realiza cu aparate caracteristice nivelmentului, numite *nivele* şi *altimetre*, precum şi cu aparate care servesc, în special, pentru ridicările planimetrice, adică *tahimetrele* sau *teodolitele*.

Din cele arătate se poate deduce definiţia nivelmentului : *Nivelmentul* este partea din topografie care *se ocupă cu instrumentele şi metodele pentru determinarea înălţimilor punctelor caracteristice şi pentru reprezentarea reliefului pe plan.*

Scop. Împreună cu arealul, relieful unui teritoriu constituie veriga primordială pentru orice fel de studii şi proiecte mai mult sau mai puţin complexe. Fără a cunoaşte relieful terenului, nu este posibilă organizarea teritoriului, proiectarea amenajărilor hidroameliorative, ameliorarea terenurilor erodate, proiectarea de căi ferate, şosele, construcţii hidroenergetice etc.

De asemenea, un rol deosebit de important îl are relieful în cercetările pedologice, pedogeomorfologice, pedohidrologice, în prospecţiunile geologice şi geofizice, în studiile pentru mişcarea şi deformarea scoarţei terestre etc.

În esenţă, scopul nivelmentului este tocmai determinarea altitudinilor punctelor de pe teren pe plan. În afară de aceasta, lucrările proiectate se trasează pe teren, în plan vertical, prin nivelment. Tot prin nivelment se face verificarea comportării, în timp, a lucrărilor executate. Deci, scopul nivelmentului este de a determina altitudinile punctelor de pe teren pentru reprezentarea reliefului pe plan şi de a raporta, de pe plan pe teren, altitudinile lucrărilor proiectate.

Importanţa nivelmentului pentru lucrările de îmbunătăţiri funciare. Pentru lucrările de îmbunătăţiri funciare, nivelmentul este nelipsit la proiectare, execuţie, exploatare şi la verificarea comportării în timp a construcţiilor executate. Astfel, pentru proiectarea unui dig, este necesar să se determine altitudinile sau cotele terenului din apropierea apei, precum şi cotele apelor din timpul viiturilor maxime. Cunoscînd aceste cote, se

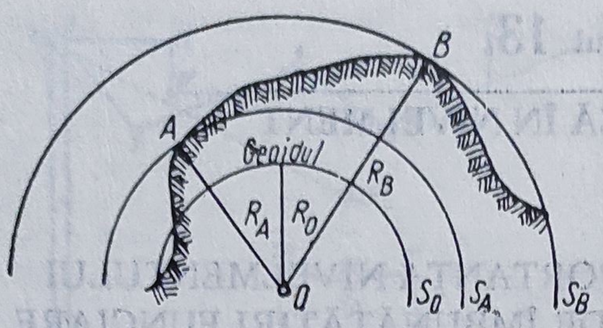


Fig. 13.1. Suprafețe de nivel.

poate calcula înălțimea digului în fiecare punct al terenului. De asemenea, pentru o lucrare de irigație, trebuie ca inginerul proiectant să aibă planul de situație cu relieful terenului pe baza căruia poate să traseze canalele de irigație și să stabilească schemele de udare.

La execuție, elementele oricărei lucrări de îmbunătățiri funciare se trasează pe teren, în plan vertical, prin nivelment. De asemenea, verificarea comportării lucrărilor executate se face, în plan vertical, tot prin nivelment. Deci, nivelmentul este cel care se aplică cel mai mult în lucrările de îmbunătățiri funciare.

13.2. SUPRAFAȚĂ DE NIVEL. SUPRAFAȚĂ DE NIVEL ZERO. ZERO FUNDAMENTAL

13.2.1. SUPRAFAȚĂ DE NIVEL

Suprafața perpendiculară, în orice punct al ei, pe direcția forței de gravitație, se numește *suprafață de nivel*. Fiecare punct de pe suprafața Pământului are o suprafață de nivel. Astfel, punctul A are suprafața de nivel S_A, iar punctul B are suprafața de nivel S_B (fig. 13.1). Înălțimea fiecărui punct se măsoară pe direcția verticalei, dată de firul cu plumb, care corespunde cu direcția forței de gravitație. În figura 13.1, verticala punctului A este dreapta AO iar verticala punctului B este dreapta BO, adică dreapta care unește punctul respectiv cu centrul Pământului (O). Tot în figura 13.1 se vede că suprafața de nivel a punctului A (S_A) este perpendiculară pe direcția verticalei sau forței de gravitație AO, iar suprafața de nivel a punctului B este perpendiculară pe direcția verticalei sau forței de gravitație BO. Aceste suprafețe S_A, S_B, . . ., S_N, perpendiculare pe direcția accelerației gravitației, se numesc *suprafețele de nivel* ale punctelor A, B, . . ., N. Suprafețele de nivel sînt suprafețe de echilibru sau suprafețe echipotențiale, întocmai ca suprafața liberă a unui lichid în repaus.

13.2.2. SUPRAFAȚĂ DE NIVEL ZERO

Suprafața de nivel care se confundă cu suprafața mărilor și oceanelor, considerată liniștită și prelungită pe sub continente, constituie suprafața de nivel zero.

Suprafața de nivel zero (sau suprafața geoidului) este suprafața de referință față de care se măsoară înălțimile sau altitudinile punctelor de pe teritoriul țării.

Prin măsurări de mare precizie s-a găsit că nivelul mediu al diferitelor mări și oceane nu este unul și același, așa cum se consideră teoretic, ci

diferă de la o mare la alta și chiar pe întinderea aceleiași mări sau aceluiași ocean. Astfel, nivelul Mării Baltice în portul Kronstadt este mai sus decît nivelul Mării Negre în portul Odessa cu 0,529 m ; nivelul Mării Adriatice (folosită ca suprafață de nivel zero în Transilvania pînă în 1918) este mai jos cu 0,051 m decît nivelul Mării Negre în portul Constanța ; nivelul Mării Negre în portul Sulina este cu 0,30 m mai ridicat decît în portul Constanța. De aceea, pentru fiecare țară s-a luat ca suprafață de nivel zero, nivelul mediu al mării limitrofe.

Astfel, pentru țara noastră, suprafața de nivel zero este suprafața liniștită și de nivel mediu a Mării Negre ; pentru URSS, nivelul mediu al Mării Baltice ; pentru R. S. F. Iugoslavia, nivelul mediu al Mării Adriatice ; pentru Franța, nivelul mediu al Mării Mediterane etc.

13.2.3. ZERO FUNDAMENTAL

Întrucît există mici diferențe de nivel chiar la aceeași mare, nivelul mediu al mării, luată ca suprafață de nivel zero, se determină într-un punct al ei, unde se pot face observații pe timp îndelungat și care se materializează printr-un reper numit zero fundamental. Deci, suprafața de nivel zero, pentru orice țară, este determinată printr-un singur reper — zero fundamental.

La noi, reperul zero fundamental se află în portul Constanța ; în URSS, zero fundamental se află în portul Kronstadt și anume în Golful Finic, de lîngă Leningrad ; în Franța, zero fundamental este materializat în portul Marsilia etc.

Nivelul mediu al mării, luată ca suprafață de nivel zero, se determină prin măsurări îndelungate cu ajutorul unor aparate speciale numite medimaremetre.

Medimaremetrul. Se compune dintr-un tub etanș (fig. 13.2) fixat vertical în zidărie la malul mării sau într-un puț care comunică cu marea și o sondă ce permite să se măsoare variațiile nivelului mării, la perioade scurte, de zile sau ore, față de un reper fix.

Unele aparate, numite **medimaregrafe** (sau, simplu, *maregrafe*), înregistrează grafic variațiile nivelului mării, trasînd curba de variație pe o hîrtie milimetrică, putîndu-se astfel să se citească nivelele înregistrate, la orice interval de timp.

În țara noastră, observațiile pentru zero fundamental au început în portul Constanța unde a fost instalat un medimaremetru, înainte pe primul război mondial. În timpul acestui război, însă, observațiile au fost întrerupte, deoarece medimaremetrul a fost distrus. Măsurările au fost reluate în decembrie 1932, cînd s-a instalat un

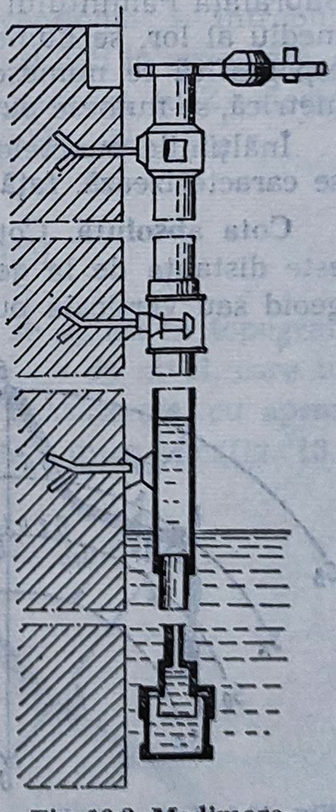


Fig. 13.2. Medimaremetrul.

maregraf tot în portul Constanța. Observațiile cu acest maregraf s-au făcut permanent din anul instalării, întrerupîndu-se în anii 1943 și 1944 și se continuă și în prezent.

Reperul fix din portul Constanța, față de nivelul Mării Negre, determinat la data instalării maregrafului, are cota egală cu 2,400 m.

Prin nivelment de mare precizie, față de zero fundamental al Mării Baltice, s-a găsit că reperul fix din Constanța are valoarea de 2,0876. Rezultă că nivelul Mării Negre în portul Constanța este mai jos decît nivelul Mării Baltice în portul Kronstadt cu : 2,4000—2,0876 = 0,3124 m.

Întrucît, sistemul de referință diferit de la țară la țară prezintă dezavantajul că teritoriile țărilor învecinate nu se pot racorda între ele din punct de vedere al altitudinilor, începînd din anul 1958, unele țări din Europa, printre care și țara noastră, au adoptat ca punct de plecare, pentru calculul altitudinilor, zero fundamental Kronstadt de la Marea Baltică. Începînd din anul 1971, se prevede ca altitudinile de pe teritoriul țării noastre să se calculeze față de sistemul de cote cu plan de referință Marea Neagră.

13.3. COTE ABSOLUTE. DIFERENȚE DE NIVEL

Suprafața Pămîntului situată deasupra nivelului mediu al mărilor și oceanelor, deci deasupra geoidului, este denumită *suprafață topografică*. Suprafața Pămîntului din fundul mărilor și oceanelor, deci de sub nivelul mediu al lor, se numește *suprafață batimetrică*. Punctele de pe suprafața topografică se numesc *puncte topografice*, iar cele de pe suprafața batimetrică, se numesc *puncte batimetrice*.

Înălțimile punctelor topografice, ca și adîncimile punctelor batimetrice se caracterizează, față de suprafața geoidului, prin *cote absolute*.

Cota absolută. Cota absolută a unui punct topografic sau batimetric este distanța de la geoid la punctul considerat, măsurată pe normala la geoid sau verticala punctului respectiv. Astfel, cota absolută a punctului topografic A este distanța AA' măsurată pe verticala punctului A, de la suprafața geoidului la punctul A (figura 13.3). De asemenea, cota absolută a punctului topografic B este distanța BB', măsurată pe verticala punctului B, de la geoid la punctul B. La fel, cota absolută a punctului batimetric F este distanța FF' pe verticala punctului F, măsurată de la geoid la punctul F. Cotele absolute ale punctelor topografice sau batime-

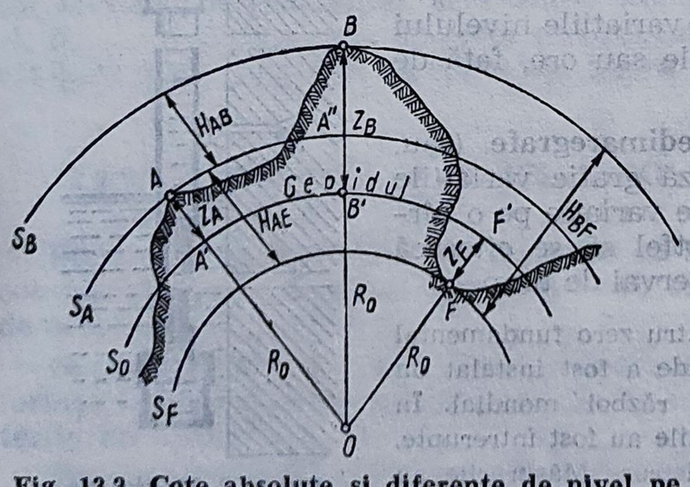


Fig. 13.3. Cote absolute și diferențe de nivel pe întinderi mari.

trice se notează cu litera Z afectată de un indice care reprezintă numele sau numărul punctului respectiv. Exemplu : Z_A, Z_B, Z_F sînt cotele absolute ale punctelor A, B și F. Cotele absolute ale punctelor topografice sînt pozitive, iar cotele absolute ale punctelor batimetrice sînt negative. Cotele absolute ale punctelor topografice se mai numesc *altitudini*, iar cotele absolute ale punctelor batimetrice se mai cunosc, sub numele de *cote batimetrice*.

Diferență de nivel. Diferența dintre altitudinile sau cotele a două puncte se numește diferență de nivel. Astfel, considerînd că prin punctele A și B (fig. 13.3) trec suprafețele de nivel S_A și S_B, concentrice cu geoidul, distanța $A''B$, măsurată pe verticala punctului B de la suprafața de nivel S_A la punctul B, se numește diferența de nivel între punctele A și B sau diferența între cotele punctelor A și B. Diferența de nivel sau diferența de altitudini dintre două puncte se notează cu H afectată de numele sau numerele punctelor între care se determină diferența de nivel. Exemplu : H_{AB}, H_{AF}, H_{BF}.

13.4. COTE RELATIVE

În lipsa cotelor absolute, determinate față de zero fundamental, se pot folosi cote convenționale sau relative față de o suprafață de nivel, diferită de suprafața de nivel zero. Cotele relative sau convenționale se întrebuințează în cazul cînd, în regiunea ce se ridică nivelitic și nici în apropiere, nu există repere cu cote cunoscute. Cotele relative se notează cu Zr afectată de numele sau numărul punctului respectiv. Exemplu : Zr_A, Zr_B.

13.5. NIVELMENTUL PE ÎNTINDERI MICI

În cazul nivelmentului pe întinderi mici, care se aplică în topografie, atît suprafața de nivel zero (geoidul) cît și suprafețele de nivel, care trec prin punctele de pe suprafața topografică, pot fi considerate, cu aproximație, ca suprafețe plane orizontale și, deci, paralele între ele (fig. 13.4).

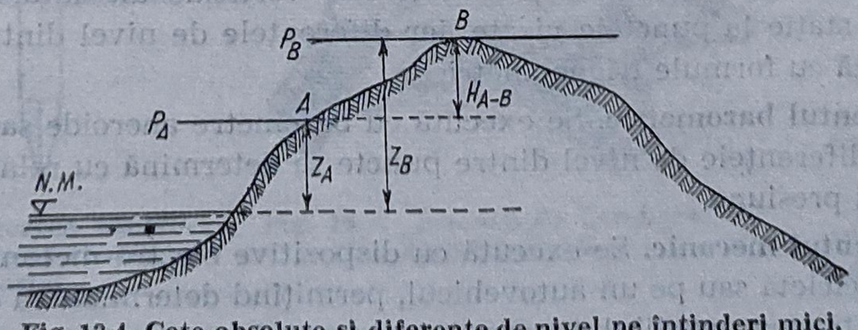


Fig. 13.4. Cote absolute și diferențe de nivel pe întinderi mici.

De asemenea, și verticalele punctelor pot fi considerate ca paralele între ele. În acest caz, cota absolută sau altitudinea punctului A este distanța verticală Z_A de la suprafața de nivel zero NM (zero fundamental) la planul orizontal P_A care trece prin punctul A; de asemenea, cota absolută a punctului B este distanța verticală Z_B de la suprafața de nivel zero NM la planul orizontal P_B care trece prin punctul B.

Diferența de nivel dintre A și B este distanța verticală H_{AB} dintre planele orizontale P_A și P_B care trec prin punctele A și B.

13.6. NIVELMENTUL PE ÎNTINDERI MARI

În figura 13.3 atît suprafața geoidului cît și suprafețele de nivel s-au considerat ca suprafețe sferice. Ori, se știe că punctele topografice nu se proiectează pe suprafața geoidului, ci pe suprafața elipsoidului. În acest caz, suprafețele de nivel au formă elipsoidală și, deci, nu mai pot fi considerate sfere și nici paralele între ele, deoarece elipsoidul de rotație are o turtire mică la poli. De aceea, la nivelmentul de mare precizie executat pe întinderi cu latitudini geografice diferite, se ține seama de neparalelismul suprafețelor de nivel și cotele punctelor se corectează cu o valoare c_o care reprezintă corecția de neparalelism sau *corecția ortometrică*.

13.7. FELURILE NIVELMENTULUI

Determinarea cotelor sau altitudinilor punctelor de pe suprafața pămîntului se poate face cu diferite instrumente.

În funcție de instrumentele utilizate, se deosebesc următoarele feluri de nivelment: geometric, trigonometric, barometric și mecanic.

Nivelmentul geometric. Se execută cu instrumente speciale numite *nivele*, care se bazează pe principiul vizelor orizontale, permițînd măsurarea directă a distanțelor verticale dintre punctul de stație și punctele vizate.

Nivelmentul trigonometric. Se execută cu tahimetre sau teodolite care permit măsurarea lungimilor și unghiurilor verticale ale laturilor de la punctul de stație la punctele vizate, iar diferențele de nivel dintre puncte se calculează cu formule trigonometrice.

Nivelmentul barometric. Se execută cu barometre aneroide sau cu altimetre, iar diferențele de nivel dintre puncte se determină cu relația dintre altitudini și presiune.

Nivelmentul mecanic. Se execută cu dispozitive electro-mecanice instalate pe o bicicletă sau pe un autovehicul, permițînd determinarea automată a cotelor și trasarea profilului terenului pe traseul parcurs.

Copitolul 14.

MARCAREA PUNCTELOR DE NIVELMENT

14.1. MARCAREA PUNCTELOR DE NIVELMENT CU CARACTER TEMPORAR

Punctele de nivelment cu caracter temporar se marchează cu picheţi sau cu repere mobile.

Picheţii de nivelment. Picheţii de nivelment pot fi ca cei de planimetrie, confecţionaţi din lemn de esenţă tare, iar baterea lor în pămînt se face astfel ca să rămînă afară 5 cm. Mai bine, pentru a fi găsite uşor, punctele de nivelment se marchează cu punct şi martor, în special pe axele lucrărilor ce se execută, precum şi în cazul pichetării, în caroiaj, a suprafeţelor care se nivelează în plan orizontal sau în plan înclinat. Pichetul care marchează punctul se confecţionează cu lungimea de 15 cm şi se bate la nivelul solului, iar pichetul-martor, pe care se scrie numărul punctului şi eventual distanţa de la originea axului, se lasă afară din pămînt 20—40 cm (fig. 14.1).

Repere mobile. Reperele mobile se confecţionează din metal şi poartă denumirea de *broaşte de nivelment*. Broaştele de nivelment pot fi de forma unui disc prevăzut cu trei picioare (fig. 14.2) sau de forma unui con (figura 14.3) avînd, deasupra, fiecare din cele două forme, cîte un cui pe care se aşază mira. Pentru transport, broasca este prevăzută cu un mîner. Broaştele se pun în punctele de pe teren, iar pe ele se aşază mira pentru ridicarea nivelitică.

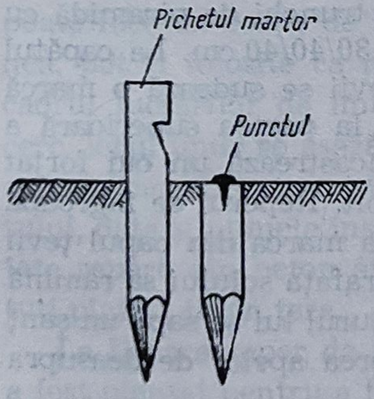


Fig. 14.1. Marcarea punctelor de nivelment cu punct şi martor.

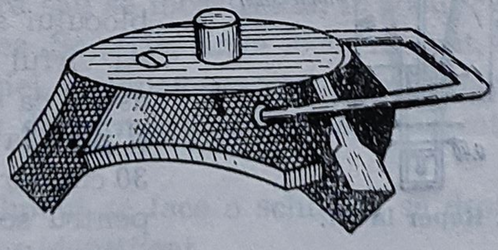


Fig. 14.2. Broasca de nivelment de forma unui disc.

Fig. 14.3. Broască de nivelment de forma unui con.

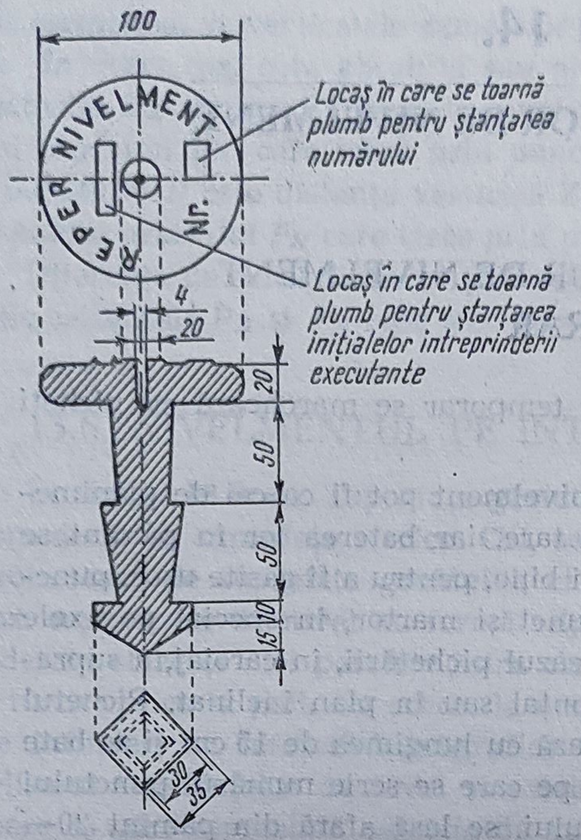


Fig. 14.4. Marcă de perete.

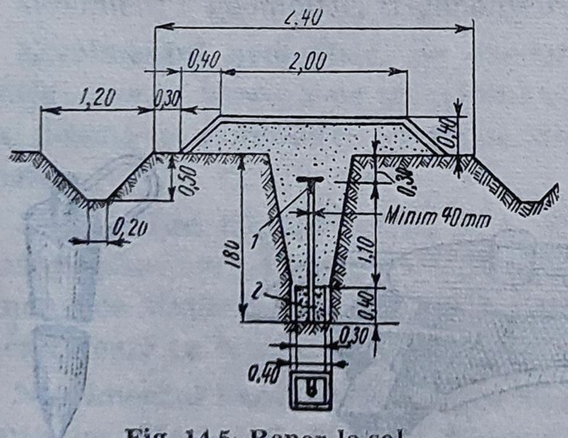


Fig. 14.5. Reper la sol.

14.2. MARCAREA PUNCTELOR DE NIVELMENT CU CARACTER PERMANENT

Punctele de nivelment cu caracter permanent se marchează cu *repere de nivelment*. Reperele de nivelment sînt de trei feluri : repere de perete, repere la sol și repere fundamentale.

Reperul de perete. Reperul de perete, numit și *marcă de perete*, este confecționat din fontă și se compune din două părți : o parte reprezentînd coada reperului și altă parte care constituie reperul propriu-zis sau marca de perete (fig. 14.4). Coada (în formă de coadă de rîndunică) se încastrează, cu mortar de ciment, în clădirile de zid, în pilonii podurilor sau în alte construcții rezistente, la o înălțime de circa 40—60 cm de la sol.

Reperul la sol. Reperul la sol este alcătuit dintr-o țeavă de fier, care se încastrează într-un bloc de beton (fig. 14.5). Țeava de fier are diametrul exterior de minimum 60 mm, iar lungimea de 1,50 m. Blocul de beton are forma de trunchi de piramidă cu dimensiunile 30/40/40 cm. La capătul superior al țevii se sudează o marcă de fontă, iar la partea superioară a blocului se încastrează un cui forjat cu vîrful îndoit. Reperul se îngroapă astfel ca de la marca din capul țevii și pînă la suprafața solului să rămînă 30 cm, iar în jurul lui se sapă un șanț pentru scurgerea apelor de deasupra mușuroiului.

Reperul fundamental. Reperul fundamental se compune din reperul propriu-zis și din talpa reperului (fig. 14.6). Reperul propriu-zis este alcătuit dintr-un bloc de beton armat, în formă de trunchi de piramidă, pre-

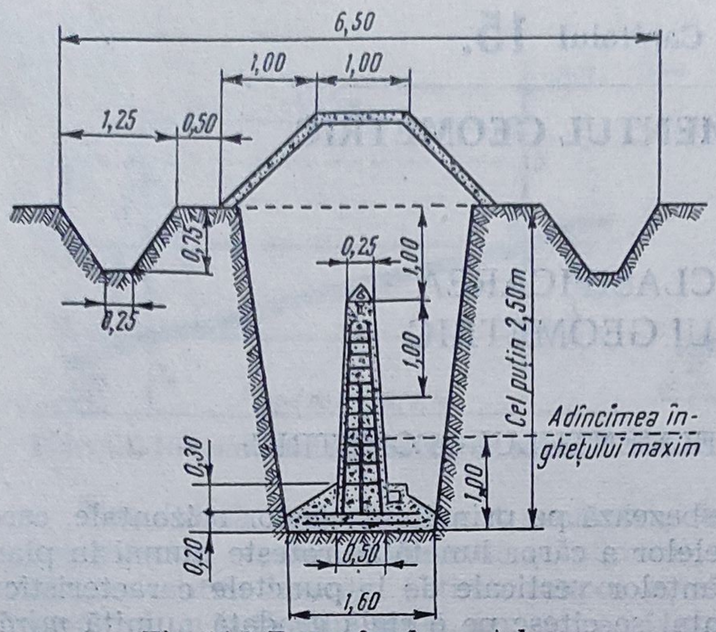


Fig. 14.6. Reper fundamental.

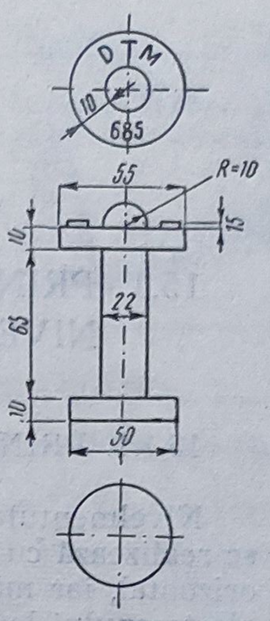


Fig. 4.7. Marcă de metal pe reperul fundamental.

văzut la partea superioară cu o marcă de metal (fig. 14.7). Talpa sau placa de bază este tot un bloc de beton armat în care se încastrează reperul propriu-zis.

Modul de plantare și dimensiunile reperului fundamental sînt arătate în figura 14.6.

Terenul în care se plantează atît reperele la sol cît și reperele fundamentale trebuie să aibă o mare stabilitate, care se stabilește pe baza unui studiu hidrogeologic, determinînd rezistența pămîntului, adîncimea și direcția de scurgere a apelor subterane, precum și adîncimea maximă de îngheț a pămîntului.

Alte repere de nivelment. În afară de cele trei feluri de repere caracteristice, marcarea punctelor de nivelment cu caracter permanent se mai poate face cu borne de beton, țevi metalice, stîlpi de lemn etc. De asemenea, pot fi folosite ca repere de nivelment construcțiile hidrotehnice din cadrul lucrărilor de îmbunătățiri funciare, marcînd cu vopsea, printr-un cerc, locul unde se așază mira sau se încastrează, în locul respectiv, un cui care se încercuiește cu vopsea. Se scrie, lîngă locul marcat, numărul punctului, data și numele instituției. În lunca inundabilă a Dunării au fost plantate repere din beton armat de formă triunghiulară, așezate pe piloți bătuți pînă la teren tare.

La fiecare reper de nivelment se face o schiță și se descrie locul unde a fost plantat pentru a fi ușor identificat.

Toate datele care privesc reperele de nivelment, și anume, cotele, schițele și descrierea lor se trec într-un tabel special numit *inventarul reperelor de nivelment.*

Capitolul **15.**

NIVELMENTUL GEOMETRIC

15.1. PRINCIPIUL ŞI CLASIFICAREA NIVELMENTULUI GEOMETRIC

15.1.1. PRINCIPIUL NIVELMENTULUI GEOMETRIC

Nivelmentul geometric se bazează pe principiul vizelor orizontale, care se realizează cu ajutorul nivelelor a căror lunetă se roteşte numai în plan orizontal, iar măsurarea distanţelor verticale de la punctele caracteristice ale terenului la planul orizontal se citesc pe o riglă gradată numită *mină*. Măsurarea înălţimilor sau distanţelor verticale se poate face fie aşezînd nivelul deasupra unui punct cu cotă cunoscută şi mira în punctul nou, fie aşezînd nivelul între un punct cu cotă cunoscută şi alt punct ce trebuie determinat. În primul caz, nivelmentul se numeşte nivelment geometric înainte sau de capăt, iar în al doilea caz nivelment geometric de mijloc.

Nivelmentul geometric înainte. În cazul cînd se staţionează cu nivelul în punctul A cu cotă cunoscută, se aşază mira vertical în punctul B a cărui cotă trebuie aflată (fig. 15.1). Se măsoară înălţimea aparatului (I) deasupra punctului de staţie (A), se vizează mira şi se citeşte pe ea distanţa verticală (Bb) de la punctul corespunzător (B) la viza orizontală a nivelului. Din figura 15.1 rezultă relaţiile :

$$H_{AB} = I - Bb \text{ şi } Z_B = Z_A + H_{AB}$$

în care : H_{AB} este diferenţa de nivel dintre A şi B ; Z_A şi Z_B — cotele absolute ale punctelor A şi B.

Deci, prin nivelment geometric înainte sau de capăt, diferenţa de nivel dintre punctul cunoscut şi punctul nou este egală cu înălţimea aparatului în punctul de staţie, minus citirea făcută pe punctul nou. Diferenţa de nivel este pozitivă dacă punctul de staţie se află mai jos decît punctul nou şi negativă, în caz contrar.

Cota absolută a punctului nou este egală cu cota punctului cu cotă cunoscută la care se adună, algebric, diferenţa de nivel.

Nivelmentul geometric de mijloc. Se staţionează cu nivelul la mijlocul distanţei dintre punctul A cu cotă cunoscută şi punctul B care trebuie determinat nivelitic (fig. 15.2). Se citeşte pe mină, care se aşază, succesiv, în punctele A şi B şi se obţin înălţimile sau distanţele verticale Aa şi Bb. Din figura 15.2 se deduc relaţiile :

$$H_{AB} = Aa - Bb \text{ şi } Z_B = Z_A + H_{AB}$$

în care : H_{AB} este diferenţa de nivel dintre A şi B ; Z_A şi Z_B — cotele absolute ale punctelor A şi B.

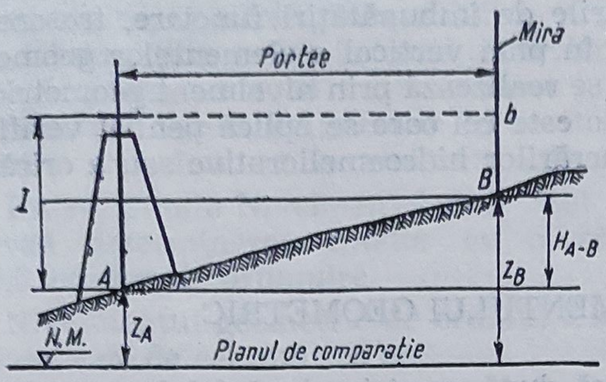


Fig. 15.1. Nivelmentul geometric de capăt.

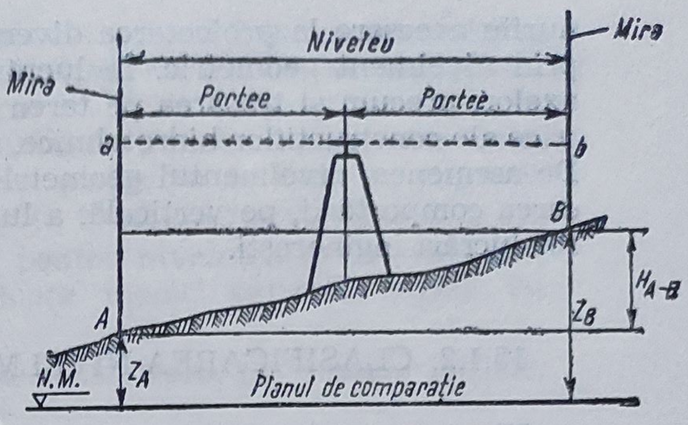


Fig. 15.2. Nivelmentul geometric de mijloc.

Rezultă că prin nivelment geometric de mijloc diferența de nivel dintre punctul cu cotă cunoscută și punctul nou este egală cu citirea înapoi minus citirea înainte. Citirea înapoi este cea făcută pe mira așezată în punctul cu cotă cunoscută, iar citirea înainte cea făcută pe mira ținută în punctul care trebuie determinat nivelitic.

Relația stabilită pentru calculul diferenței de nivel este valabilă atît în cazul cînd punctul cunoscut se află mai jos și punctul nou mai sus, și invers. Diferența de nivel obținută are semnul plus în primul caz și semnul minus în al doilea caz.

Cota absolută a noului punct este egală cu cota punctului cunoscut la care se adaugă, algebric, diferența de nivel.

O b s e r v a ț i i. Atît la nivelmentul geometric înainte cît și la cel de mijloc, distanța de la aparat la miră, numită *portee,* nu trebuie să depășească 100—120 m, deoarece, în condițiile nivelelor actuale, luneta nu are o putere de mărire prea mare și, în consecință, nu s-ar putea citi pe miră fracțiunile de centimetru. În cazul nivelmentului de mijloc, distanța de la mira așezată înapoi, pe punctul cunoscut, și mira așezată înainte, pe punctul nou, se numește *niveleu.* Niveleele se aleg astfel ca diferența de nivel dintre punctul de stație și punctele în care se așază mira să nu depășească înălțimea aparatului cînd terenul urcă, sau înălțimea mirei, cînd terenul coboară, deoarece nu se poate citi pe miră.

În primul caz, axa de vizare a lunetei bate în pămînt, adică intersectează terenul mai jos de punctul în care se ține mira (fig. 15.3, *a*), iar în al doilea caz, trece pe deasupra mirei (fig. 15.3, *b*).

Nivelmentul geometric, în raport cu celelalte feluri de nivelment, dă precizia cea mai mare. De aceea, cotele reperelor, care formează rețeaua nivelmentului de mare precizie, se determină prin nivelment geometric. Ridicările nivelitice pentru obținerea reliefului terenului pe pla-

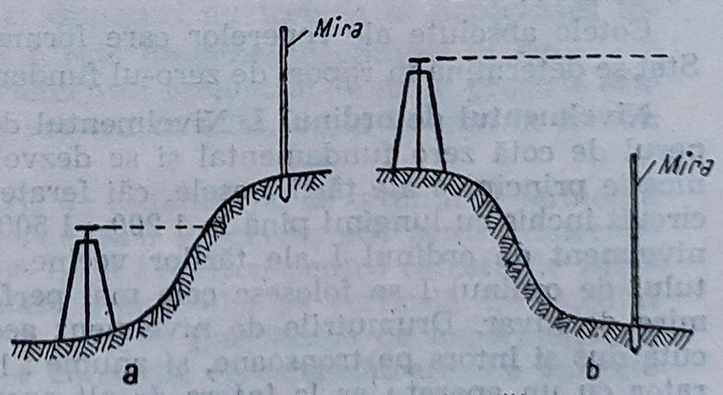


Fig. 15.3. Nivelee necorespunzătoare :
a — axa de vizare bate în pămînt ; *b* — axa de vizare trece pe deasupra mirei.

nurile necesare la proiectarea diverselor lucrări inginereşti se execută tot prin nivelment geometric. În lucrările de îmbunătăţiri funciare, trasarea axelor, precum şi trasarea pe teren în plan vertical a elementelor geometrice ale construcţiilor hidrotehnice, se realizează prin nivelment geometric. De asemenea, nivelmentul geometric este cel care se aplică pentru verificarea comportării, pe verticală, a lucrărilor hidroameliorative sau a oricăror lucrări inginereşti.

15.1.2. CLASIFICAREA NIVELMENTULUI GEOMETRIC

Nivelmentul geometric se clasifică după precizie, după felul punctelor de staţie şi după diferenţa de nivel dintre punctul cunoscut şi ultimul punct care trebuie ridicat nivelitic.

După precizie, se deosebesc două feluri de nivelment geometric şi anume : nivelment geometric *de mare precizie* şi nivelment geometric *tehnic* sau *de precizie obişnuită*.

După felul punctelor de staţie, nivelmentul geometric se clasifică în : nivelment geometric *înainte* (sau *de capăt*) şi nivelment geometric *de mijloc*.

După diferenţa de nivel dintre punctul de cotă cunoscută şi ultimul punct care trebuie determinat nivelitic, se deosebesc două feluri de nivelment geometric şi anume : nivelment geometric *simplu* (sau *prin radiere*), cînd diferenţele de nivel se pot determina dintr-o singură staţie şi nivelment geometric *compus* (sau *prin drumuire*), cînd determinarea diferenţelor de nivel necesită mai multe staţii.

15.2. NIVELMENTUL GEOMETRIC DE MARE PRECIZIE

Nivelmentul geometric de mare precizie sau *nivelmentul geometric de Stat* constituie scheletul pe care se sprijină ridicările altimetrice pentru satisfacerea nevoilor economiei naţionale şi a apărării ţării. Nivelmentul geometric de Stat cuprinde reţelele de nivelment geometric de ordinele I, II, III şi IV.

Cotele absolute ale reperelor care formează reţeaua nivelmentului de Stat se determină în raport de zero-ul fundamental adoptat.

Nivelmentul de ordinul I. Nivelmentul de ordinul I porneşte de la reperul de cotă zero fundamental şi se dezvoltă în lungul căilor de comunicaţie principale ale ţării (şosele, căi ferate, fluvii etc.) prin drumuiri în circuit închis cu lungimi pînă la 1 200—1 500 km, legîndu-se de reţelele de nivelment de ordinul I ale ţărilor vecine. Pentru executarea nivelmentului de ordinul I se folosesc cele mai perfecţionate nivele împreună cu mire de invar. Drumuirile de nivelment geometric de ordinul I se execută dus şi întors pe tronsoane, şi anume : la dus, se execută de un operator cu un aparat, iar la întors de alt operator cu alt aparat.

Niveleele se aleg astfel ca porteele să nu depăşească 30—50 m, iar raza vizuală să nu treacă mai jos de 0,50 m faţă de nivelul solului. Por-

teele fiecărui niveleu pot diferi între ele cu cel mult 1 m, iar cumularea inegalităţilor, la sfîrşitul traseului de nivelment, nu trebuie să depăşească 2 m. Observaţiile se fac în condiţii perfecte de vizibilitate, iar fiecare operator lucrează cu două mire de invar : una pe punctul înapoi şi a doua pe punctul înainte, evitîndu-se în acest fel pierderea de timp cu mutarea mirei şi reducîndu-se la minimum influenţa condiţiilor atmosferice.

Instrucţiunile Nivelmentului de Stat, pentru nivelmentul de ordinul I, prevăd determinarea cotelor cu o eroare medie patratică egală cu $\pm 0{,}5$ mm/km de drumuire.

Nivelmentul geometric de ordinul I se controlează, pe traseele iniţiale, la intervale de cel mult 25 ani.

Nivelmentul de ordinul II. Nivelmentul de ordinul II îndeseşte reţeaua de ordinul I şi se execută prin drumuiri sprijinite cu lungimea de 500—600 km, în lungul şoselelor, căilor ferate, fluviilor şi rîurilor mici. Se execută ca şi nivelmentul de ordinul I, dus şi întors, pe tronsoane, cu doi operatori, fiecare lucrînd cu cîte un aparat şi cu cele două mire de invar. Niveleele se stabilesc astfel ca porteele să nu fie mai lungi de 50—65 m. Eroarea de închidere a drumuirilor de nivelment geometric nu trebuie să depăşească toleranţa : $T = \pm 5 \text{ mm} \sqrt{L}$, în care L este lungimea drumuirii în km.

Nivelmentul de ordinul III. Nivelmentul de ordinul III îndeseşte reţelele de nivelment de ordinele I şi II prin drumuiri sprijinite de ordinul III drumuirile se execută dus şi întors, pe tronsoane, de către doi operatori, fiecare avînd cîte un nivel şi două mire de invar. Porteele niveleelor au lungimea de 75—83 m, iar în aceeaşi staţie, trebuie să fie egale, putînd diferi între ele cu cel mult 2 m.

Eroarea de închidere a fiecărei drumuiri nu trebuie să depăşească toleranţa : $T = \pm 10 \text{ mm} \sqrt{L}$, în care L este lungimea drumuirii în km.

Nivelmentul de ordinul IV. Nivelmentul de ordinul IV are rolul de a îndesi reţelele de ordinele I, II şi III şi se execută prin drumuiri în circuit închis cu lungimi de 100 km sau prin drumuiri sprijinite cu lungimi de 50 km.

Se execută numai dus, iar porteele trebuie să fie egale cu 100—125 m, putînd diferi între ele, în aceeaşi staţie, cu cel mult 3 m.

Eroarea de închidere a fiecărei drumuiri nu trebuie să depăşească toleranţa : $T = \pm 20 \text{ mm} \sqrt{L}$, în care L este lungimea drumuirii în km.

Din cele arătate rezultă că nivelmentul geometric de mare precizie este format din patru ordine, care au precizii diferite, de la 0,5 mm la 20 mm pe kilometrul de nivelment.

Reţelele de nivelment geometric de ordinul I şi de ordinul II formează sistemul unic de cote de pe teritoriul ţării şi servesc atît pentru determinarea cotelor reperelor de ordinele III şi IV, cît şi pentru cercetările ştiinţifice care privesc urmărirea deplasării punctelor pe verticală. La calculul cotelor nivelmentului de ordinul I şi II se ţine seama de neparalelismul suprafeţelor de nivel, aplicîndu-se corecţiile corespunzătoare. Pe traseele reţelelor de ordinul I şi de ordinul II se plantează *repere la sol* la intervale de 5—7 km sau la 10—15 km, în regiunile greu accesibile. În afară de reperele la sol se mai plantează şi *repere fundamentale* la depărtare de

50—80 km. La o distanță de 50—500 m de fiecare reper fundamental se plantează o marcă de perete sau bornă de beton cu un bulon metalic în cap.

Reperele nivelmentului geometric de ordinul II și ordinul IV se folosesc ca puncte de sprijin pentru rețeaua nivelmentului tehnic. Pe rețelele nivelmentului de ordinele III și IV se plantează repere de perete sau repere la sol la intervale de 5—7 km.

Se menționează că rețeaua Nivelmentului de Stat cuprinde, în afară de rețelele de nivelment geometric de ordinele I, II, III și IV și rețelele de nivelment trigonometric geodezic, care se execută în regiunile accidentate și foarte accidentate.

Nivelmentul geometric tehnic (de ordinul V). Nivelmentul geometric tehnic sau *de precizie obișnuită* constituie nivelmentul de ordinul V și are rolul de a îndesi rețeaua Nivelmentului de Stat, determinînd noi puncte cu cote cunoscute, care se marchează cu repere de perete sau cu repere la sol la distanțe de 3—5 km. Nivelmentul de ordinul V se execută numai dus, prin drumuiri, lungi de cel mult 15 km, sprijinite pe reperele nivelmentului de stat. Eroarea de închidere a fiecărei drumuiri nu trebuie să depășească toleranța : $T = \pm 30\ \text{mm}\sqrt{L}$, în care L este lungimea drumuirii în km. Între reperele nivelmentului de ordinul V se execută ridicări nivelitice, prin drumuiri sprijinite combinate cu radieri, pentru a determina cotele punctelor de pe traseele sau suprafețele pe care se execută lucrări de îmbunătățiri funciare, de organizarea teritoriului, de construcții etc.

15.3. INSTRUMENTE SIMPLE DE NIVELMENT GEOMETRIC

Instrumentele simple, care creează plane orizontale, se numesc *nivele fără lunetă.*

Mai mult folosite, în lucrările de îmbunătățiri funciare, sînt următoarele : lata și bolobocul și compasul cu fir cu plumb.

Lata și bolobocul. Lata este o scîndură dreaptă, lungă de 4 m, care se orizontalizează cu ajutorul bolobocului. Bolobocul este o bucată de lemn de stejar pe care se montează două nivele torice, una în plan orizontal și alta în plan vertical (fig. 15.4).

Lata și bolobocul se întrebuințează pentru măsurarea diferențelor de nivel pe terenuri cu pantă mare, pentru trasarea teraselor în lucrările de combaterea eroziunii solului etc.

Măsurarea diferențelor de nivel cu lata și bolobocul între punctele A și B, situate pe un teren cu pantă mare, se face din deal în vale (fig. 15.5).

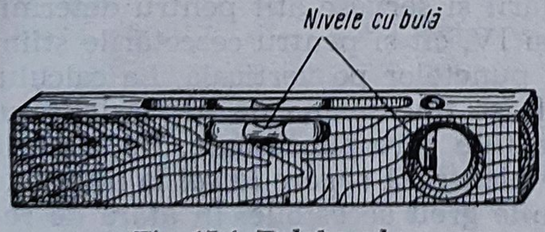


Fig. 15.4. Bolobocul.

Se așază lata cu un capăt în A, iar celălalt capăt se ridică sau se coboară pînă ce bula nivelei orizontale de la boloboc, pus pe lată, vine între repere. În capătul suspendat al latei se măsoară, cu o mîră sau cu o riglă gradată, diferența de nivel H_1. Se mută lata în punctul 1 și se procedează

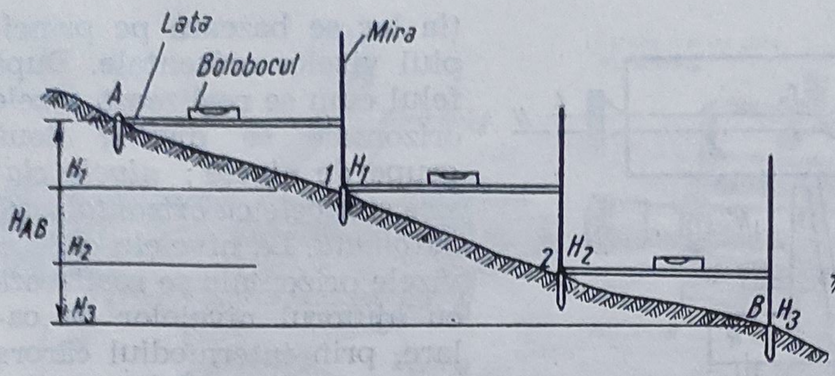


Fig. 15.5. Măsurarea diferențelor de nivel cu lata și bolobocul.

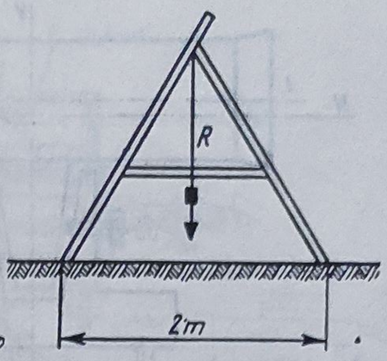


Fig. 15.6. Compasul cu fir cu plumb.

ca mai sus, obținînd diferența de nivel (H_2) între 1 și 2. Se determină, la fel, diferențele de nivel, din aproape în aproape, pînă la punctul *B*. Se însumează diferențele de nivel și se obține distanța verticală dintre punctele *A* și *B*, adică :

$$H_{AB}=H_1+H_2+\ldots+H_n.$$

Compasul cu fir cu plumb. Se compune dintr-un compas de lemn prevăzut cu o traversă, la mijlocul căreia se află un reper (fig. 15.6).

Firul cu plumb, prins la partea de sus a compasului, vine în dreptul reperului de pe traversă, cînd cele două picioare ale compasului se află în același plan orizontal.

Măsurarea diferențelor de nivel cu compasul cu fir cu plumb, între punctele *A* și *B*, se face din deal în vale (fig. 15.7). Se așază un picior al compasului în punctul *A*, iar celălalt, îndreptat pe aliniament, se ridică și se coboară pînă ce firul cu plumb vine în dreptul reperului de la mijlocul traversei. Se măsoară cu o mină sau cu o riglă gradată, diferența de nivel H_1. În continuare, se procedează la fel pînă la punctul *B*. Se însumează diferențele de nivel și se obține distanța verticală dintre *A* și *B*, adică : $H_{AB}=H_1+H_2+\ldots+H_n$.

Aparatul de nivelment cu ajutorul căruia se determină diferențele de altitudine între punctele de pe suprafața terestră se numește *nivel*.

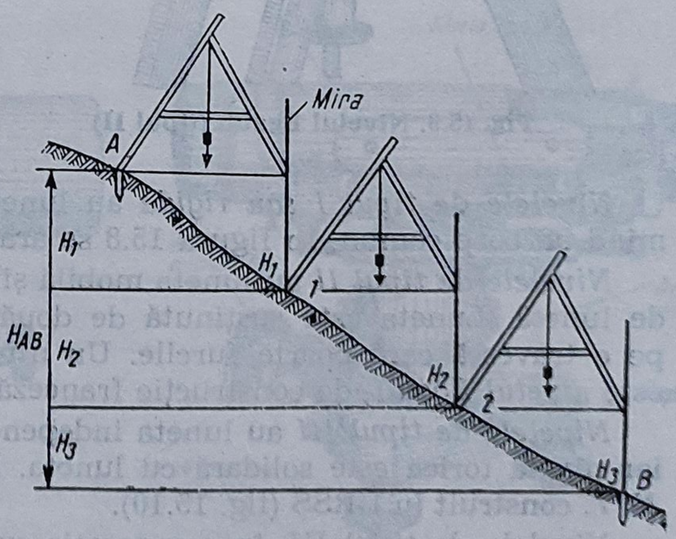


Fig. 15.7. Măsurarea diferențelor de nivel cu compasul cu fir cu plumb.

15.4. NIVELE. TIPURI DE NIVELE. CARACTERISTICI

Nivelele sînt aparatele caracteristice nivelmentului geometric, întrucît construc-

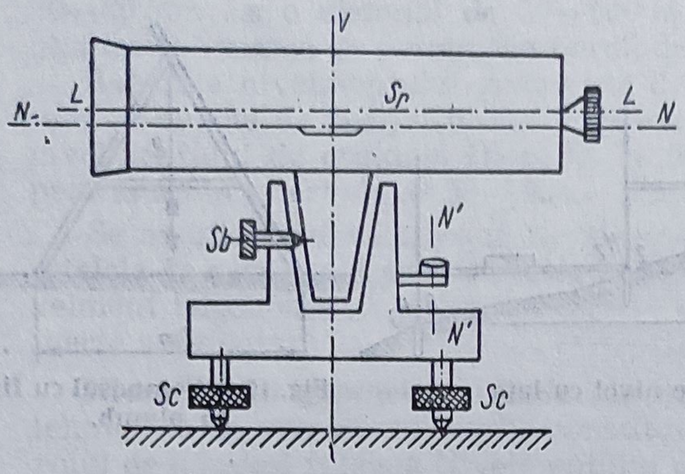


Fig. 15.8. Schema unui nivel de tipul I.

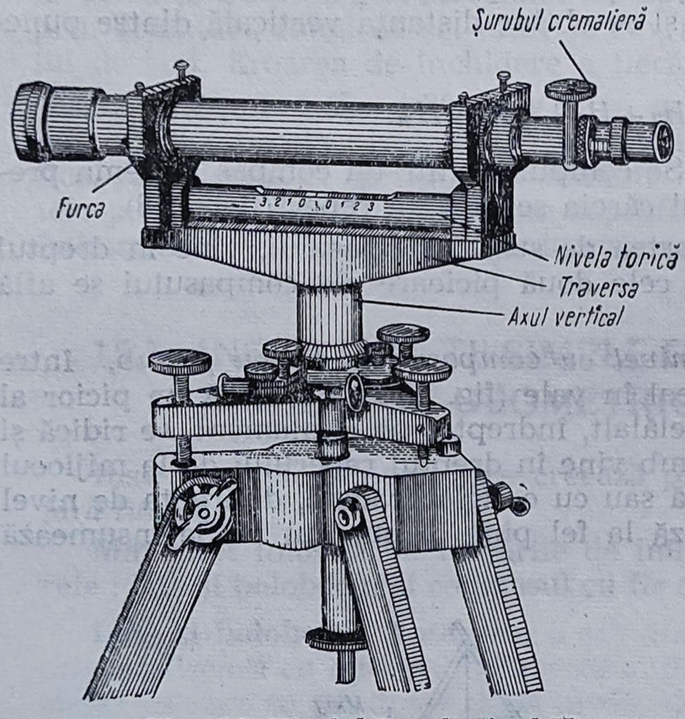


Fig. 15.9. Nivelul Egault (tipul II)

ţia lor se bazează pe principiul vizelor orizontale. După felul cum se realizează vizele orizontale se disting două grupe de nivele : *nivele clasice* şi *nivele cu orizontalizare automată*. La nivelele clasice, vizele orizontale se realizează cu ajutorul nivelelor de calare, prin intermediul cărora se orizontalizează luneta instrumentului, iar la nivelele cu orizontalizare automată se creează vize orizontale cu ajutorul unui dispozitiv special numit *compensator de înclinare*

NIVELE CLASICE. TIPURI CARACTERISTICI

Nivelele clasice se compun, în general, din următoarele părţi principale : ambaza, formată din suport şi şuruburile de calare, axul vertical şi alidada, luneta şi nivela torică.

Dintre aceste părţi principale, luneta şi nivela torică nu sînt aşezate la fel la toate nivelele. După felul cum sînt aşezate luneta şi nivela torică, se disting cinci tipuri de nivele.

Nivelele de tipul I sau rigide au luneta şi nivela torică solidare, formînd un corp comun. În figura 15.8 se arată schema unui nivel rigid.

Nivelele de tipul II au luneta mobilă şi nivela torică fixă, independentă de lunetă. Luneta este susţinută de două furci, iar nivela torică se află pe o traversă care poartă furcile. Un nivel care face parte din acest tip este *nivelul Egault*, de construcţie franceză (fig. 15.9).

Nivelele de tipul III au luneta independentă şi susţinută de două furci, iar nivela torică este solidară cu luneta. Din acest tip face parte *nivelul N. T.* construit în URSS (fig. 15.10).

Nivelele de tipul III, în comparaţie cu cele de tipul II, sînt mai perfecţionate, deoarece au nivela torică solidară cu luneta, fapt care permite să se sesizeze uşor dacă luneta este înclinată pe furci.

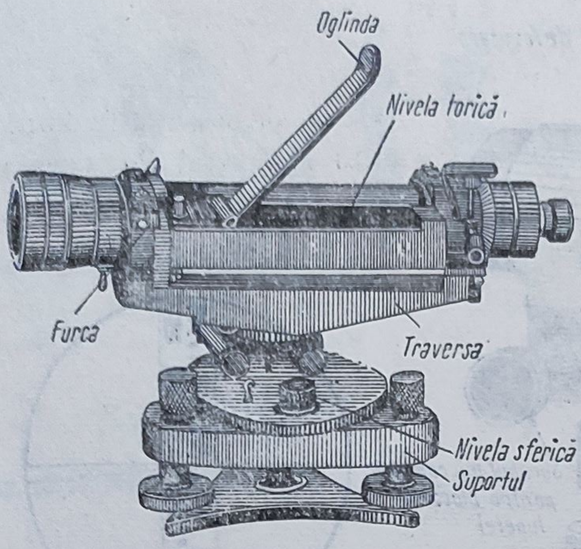


Fig. 15.10. Nivelul N.T. (tipul III).

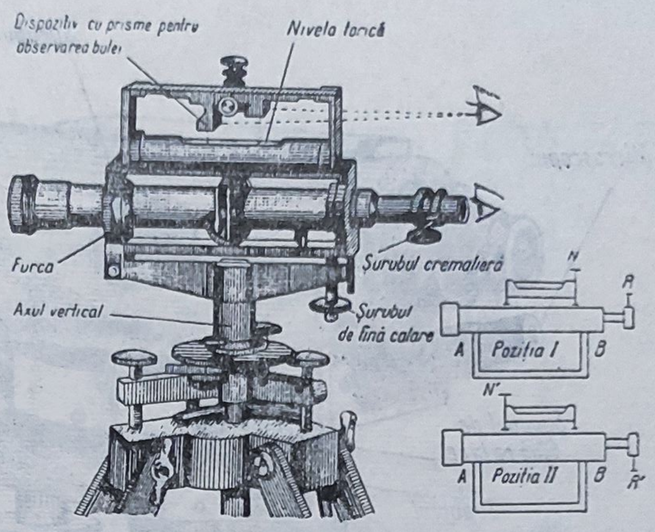


Fig. 15.11. Nivelul Berthélémy (tipul IV).

Nivelele de tipul IV au atît luneta cît și nivela torică independente una de alta și față de corpul aparatului. Un nivel care face parte din acest tip este *nivelul* (francez) *Berthélémy* (fig. 15.11). În trecut, acest nivel s-a folosit pentru nivelmentul de mare precizie.

Nivelele de tipul V au luneta și nivela torică reversibile. La acest tip se disting două categorii : o categorie la care luneta este fixă, iar nivela torică, așezată lateral, este reversibilă, putîndu-se roti cu 200^g, independent de lunetă, la stînga și la dreapta acesteia, și altă categorie la care luneta și nivela torică sînt solidare și reversibile, rotindu-se împreună, cu 200^g, în jurul axei geometrice a lunetei. Din prima categorie face parte *nivelul Wild N-2* (fig. 15.12), iar din a doua categorie, *nivelul Zeiss* de construcție veche (fig. 15.13).

*
* *

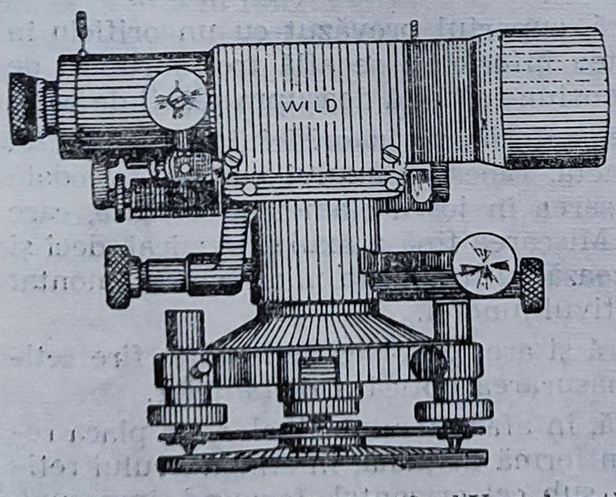


Fig. 15.12. Nivelul Wild N-2 (tipul V cu lunetă fixă și nivela reversibilă).

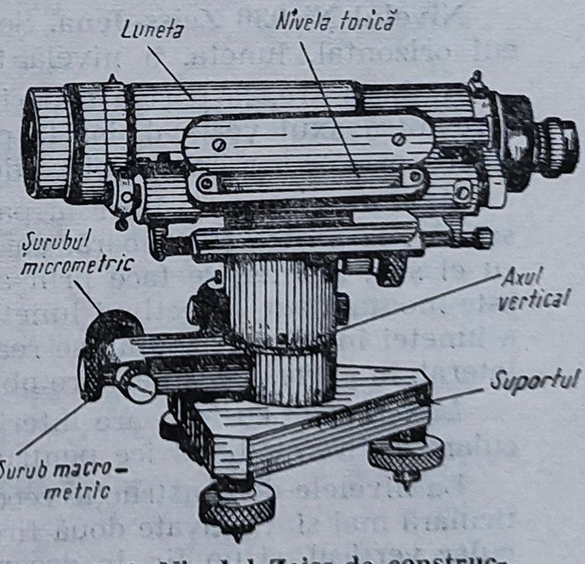


Fig. 15.13. Nivelul Zeiss de construcție veche (tipul V cu luneta și nivela solidare și reversibile).

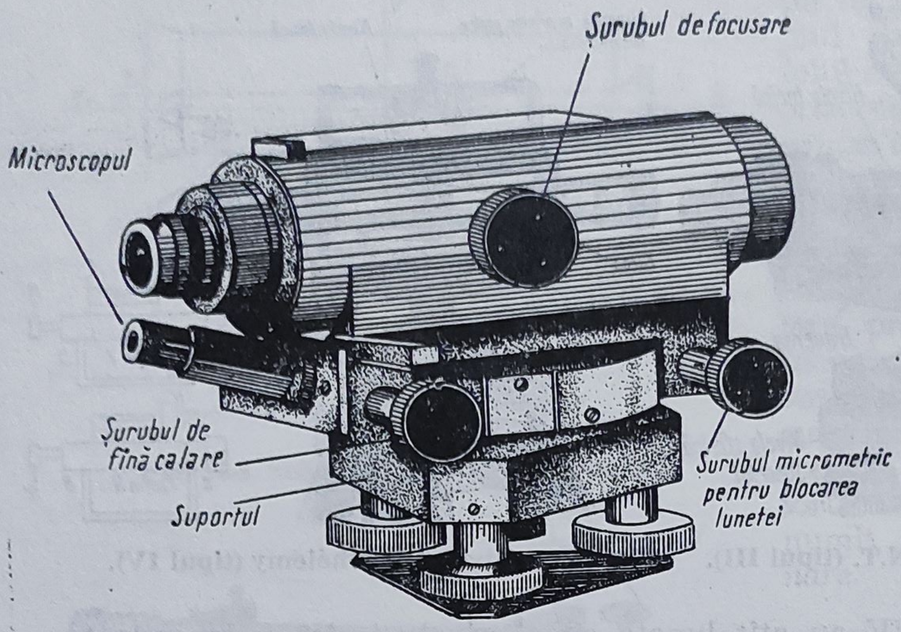


Fig. 15.14. Nivelul Ni-030 Zeiss-Jena.

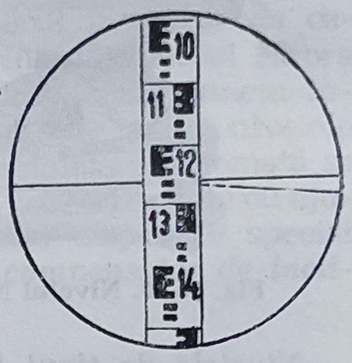


Fig. 15.15. Rețeaua reticulară și citirea pe miră : 1260.

Dintre toate cele cinci tipuri arătate, în prezent se fabrică nivelele de tipul I, fiind cele mai practice.

Nivelele de tipul I sînt nivele moderne, simple și practice, la care alidada, luneta și nivela torică fac corp comun, fapt pentru care se numesc *nivele rigide*. Ele se construiesc atît pentru nivelmentul tehnic, cît și pentru nivelmentul de mare precizie.

Pentru nivelmentul tehnic, pe șantierele de îmbunătățiri funciare, se folosește, cu deosebire, *nivelul Ni-030 Zeiss-Jena* (R.D.G.), iar pentru nivelmentul de mare precizie, se menționează *nivelul Ni-004 Zeiss-Jena* (R.D.G.) și *nivelul N-A.-1* (URSS).

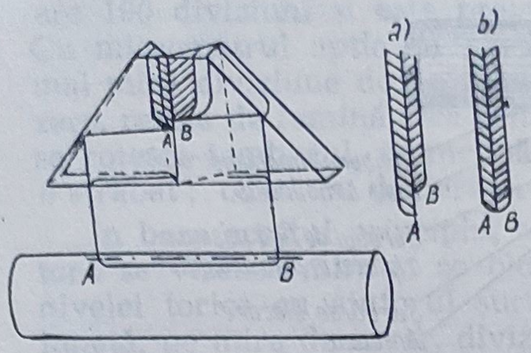
Nivelul Ni-030 Zeiss-Jena. Se compune din ambază, axul vertical, cercul orizontal, luneta, o nivelă torică și una sferică (fig. 15.14).

Ambaza are, la partea superioară, suportul prevăzut cu un orificiu în care intră axul vertical, iar la partea inferioară se află trei șuruburi de calare, care se sprijină pe placa de tensiune situată deasupra plăcii de bază.

Axul vertical este liber la partea inferioară, în orificiul suportului, și solidar, la partea superioară, cu luneta. Blocarea axului vertical, și odată cu el și a lunetei, se face prin apăsarea în jos a clamei de blocare, care este montată sub obiectivul lunetei. Mișcarea fină a axului vertical, deci și a lunetei în plan orizontal, se realizează cu un șurub micrometric, montat lateral, în partea dreaptă, spre obiectivul lunetei.

Luneta este cu focusare interioară și are, pe placa reticulară, fire reticulare și fire stadimetrice pentru măsurarea optică a distanțelor.

La nivelele de construcție recentă, în afara firului nivelor, pe placa reticulară mai sînt gravate două fire în formă de pană, în stînga firului reticular vertical, și un fir, în dreapta, sub cel orizontal, formînd, împreună cu acesta, a doua pană, mai mare ca aceea din stînga (fig. 15.15). Aceste două pene servesc pentru citirea pe miră, cît mai precisă. Pentru distanțe



a) Necoincidență ;
b) Coincidență.

Fig. 15.16. Nivela torică de contact.

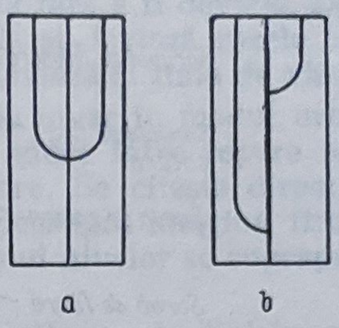


Fig. 15.17. Bula nivelei de contact :
a — calată ; *b* — necalată.

mici, se folosește pana din dreapta, iar pentru distanțe mari, pana din stînga.

Moleta ocularului este prevăzută cu dioptrii, iar claritatea imaginii obiectului vizat se face cu șurubul de focusare, montat lateral, în partea dreaptă. Pentru vizarea aproximativă, luneta are, deasupra ei, un țel și o cătare. Luneta are lungimea de 195 mm și mărește de 25 ori. Constanta stadimetrică este egală cu 100. Distanța minimă de vizare este de 1,8 m, iar distanța maximă de vizare de circa 100 m pentru aprecieri pe miră de $\pm 0{,}5$ mm și de circa 350 m pentru citiri pe miră de ± 5 mm.

Nivela torică este o nivelă de contact, montată într-o cutie metalică solidară cu luneta. Deasupra nivelei se află un dispozitiv optic format dintr-un sistem de prisme (fig. 15.16), care se termină, în afara cutiei și în stînga ocularului, cu un vizor care permite operatorului să vadă imaginea bulei fără a se deplasa lateral. Nivela este calată (bula între repere), cînd imaginile celor două capete ale bulei formează o parabolă (fig. 15.17, *a*) și este necalată, cînd imaginile celor două jumătăți ale bulei se deplasează una în lungul celeilalte (fig. 15.17, *b*).

Coincidența imaginilor capetelor bulei se realizează prin calarea instrumentului cu ajutorul șuruburilor de calare, iar înainte de citire pe miră se face cu ajutorul șurubului de fină calare, montat lateral, în dreapta ocularului. Rotind șurubul de fină calare spre dreapta, jumătatea din stînga a bulei se deplasează în jos, iar cea din dreapta în sus.

Nivela sferică este montată pe alidada aparatului și servește pentru calarea aproximativă. La calare se va avea în vedere că bula nivelei sferice urmărește mișcarea degetului arătător drept.

Cercul orizontal, solidar cu axul vertical, este gradat în sistemul centesimal sau în cel sexagesimal. Citirea pe cercul orizontal se face cu ajutorul unui microscop cu scăriță, care este situat sub ocular. Scărița are 10 diviziuni în cazul cercului gradat în sistemul centesimal și 6 diviziuni în cazul cercului gradat în sistemul sexagesimal. Precizia scăriței este de 10^c (10′).

Iluminarea cercului gradat se face cu ajutorul unei prisme de iluminare situată la baza lunetei, în partea dreaptă. Deci, acest instrument se

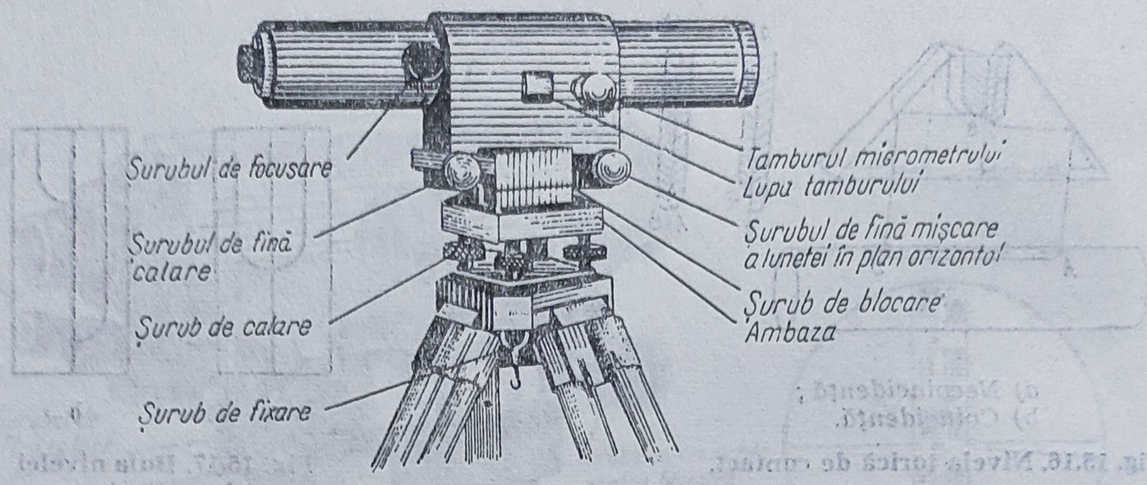


Fig. 15.18. Nivelul Ni-004 Zeiss-Jena.

poate folosi atît pentru nivelment geometric, cît și pentru planimetrie pe teren șes.

Nivelul *Ni*-030 este construit astfel încît se poate utiliza atît pentru nivelment geometric tehnic, cît și pentru nivelment de mare precizie, putîndu-i-se atașa un dispozitiv special, numit *micrometru cu placă plan paralelă*. În cazul nivelmentului tehnic se poate realiza o precizie de ±2—3 mm pe km de nivelment, iar în cazul nivelmentului de mare precizie, împreună cu mira de invar, se poate obține o precizie de 0,8 mm/km de nivelment.

Nivelul Ni-004 Zeiss-Jena. Nivelul *Ni*-004 este un instrument rigid, perfecționat pentru nivelmentul de mare precizie (fig. 15.18). Se compune din aceleași părți ca și nivelul *Ni*-030, cu deosebirea că este mai masiv și prevăzut cu dispozitivul micrometric cu placă plan paralelă. La nivela torică dispozitivul optic aduce imaginea bulei în cîmpul lunetei, permițînd operatorului să vadă dacă nivelul este calat perfect, în timp ce privește pe miră. În loc de nivelă sferică are două nivele torice mici montate pe alidadă după două direcții perpendiculare. Luneta are lungimea de 365 mm și mărește de 44 ori. Coeficientul stadimetric este egal cu 100.

Micrometrul optic cu placă plan paralelă este alcătuit din o placă de cristal de formă cilindrică, montată în fața obiectivului și pusă în legătură cu un tambur gradat printr-o tijă metalică (fig. 15.19). Tamburul

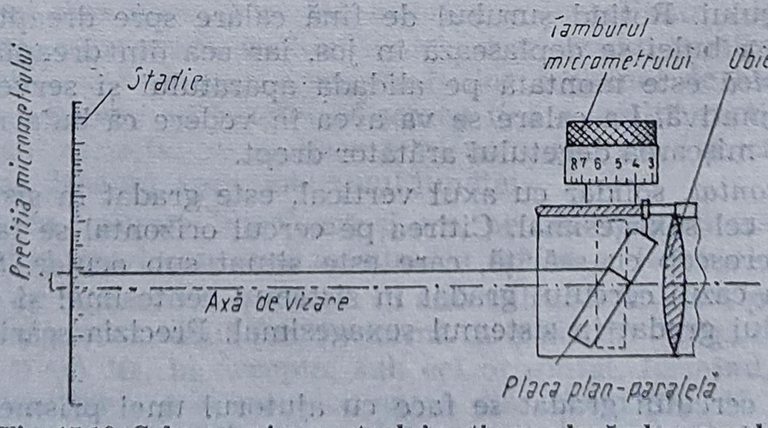


Fig. 15.19. Schema micrometrului optic cu placă plan-paralelă.

are 100 diviziuni și este prevăzut cu o lupă pentru citirea diviziunilor. Cu micrometrul optic cu placă plan-paralelă se citesc fracțiuni din cea mai mică diviziune de pe mira de invar. Astfel, cînd tamburul se află la zero, razele de lumină trec prin placa plan-paralelă fără a fi deviate. Dacă se rotește tamburul, se înclină placa plan-paralelă și deviază razele care o străbat ; odată cu devierea razelor de lumină, deviază și linia de vizare.

În baza acestui principiu, se citește pe mira de invar în modul următor : se vizează mira și se blochează luneta. Se aduce între repere bula nivelei torice cu ajutorul șurubului de fină calare. Se citește direct în lunetă, pe mira de invar, diviziunea întreagă de deasupra imaginii firului nivelor. Se rotește tamburul pînă ce imaginea firului nivelor se suprapune pe diviziunea citită direct pe mira de invar.

Spațiul cu cît s-a rotit tamburul reprezintă fracțiunea de diviziune de pe miră de la firul nivelor pînă la diviziunea citită direct. Numărul de diviziuni citit pe tambur se înmulțește cu precizia unei diviziuni a tamburului și produsul obținut se adaugă la citirea făcută direct pe miră. Știind că tamburul are 100 de diviziuni, iar la o rotire completă a lui imaginea firului nivelor se deplasează cu o diviziune de pe mira de invar, adică cu 5 mm, rezultă că o diviziune de pe tambur reprezintă : 5 mm : 100 = = 0,05 mm. Deci, cu ajutorul micrometrului optic cu placă plan-paralelă se poate citi pe mira de invar cu o precizie de 0,05 mm. Cu nivelul Zeiss *Ni*-004 și cu mira de invar se poate executa nivelment geometric de mare precizie, cu o eroare medie patratică de ± 4 mm pe km dublu de nivelment.

Se menționează că nivelul *N.A.* 1 se aseamănă cu nivelul *Ni*-004 și prezintă aceleași caracteristici.

15.5. VERIFICAREA ȘI RECTIFICAREA NIVELELOR DE TIPUL I

Nivelele, ca și teodolitele, înainte de a lucra cu ele trebuie să se verifice, adică să se vadă dacă piesele componente funcționează normal și, în caz contrar, să se procedeze la rectificarea lor. În cazul nivelelor de tipul I se verifică și se rectifică nivela sferică, axa de vizare a lunetei și nivela torică.

Verificarea și rectificarea nivelei sferice. Se așază aparatul în stație și se rotesc șuruburile de calare pînă se aduce bula nivelei sferice între repere. Se rotește luneta cu 200^g. Dacă bula nivelei sferice nu se păstrează între repere, nivela este dereglată și trebuie rectificată. Pentru rectificare se menține nivela sferică în a doua poziție și se notează deplasarea bulei.

Se rotesc șuruburile de rectificare ale nivelei sferice pînă ce se elimină jumătate din deplasarea bulei și apoi se acționează șuruburile de calare pînă ce se corectează și cealaltă jumătate din deplasarea bulei, aducînd, prin aceste două operații, bula între repere.

Se repetă operațiile de verificare și rectificare pînă ce bula nivelei sferice rămîne între repere pe cele două direcții paralele ale lunetei.

Verificarea și rectificarea axei de vizare și a nivelei torice. La nivelele de tipul I atît verificarea axei de vizare cît și verificarea nivelei torice se fac împreună prin aceleași operații.

Luneta și nivela torică trebuie să îndeplinească următoarele condiții :

— Axa de vizare a lunetei să fie paralelă cu directricea nivelei torice, cînd bula nivelei torice se află între repere.

— Planul vertical, determinat de axa de vizare a lunetei, să fie paralel cu planul vertical determinat de directricea nivelei torice.

Verificarea se face prin nivelment geometric de mijloc, executat între două puncte A și B, din două stații, și anume : prima stație la mijlocul distanței AB, cu portee egale, și a doua stație în apropierea unuia din puncte, cu portee inegale, pentru a pune în evidență eroarea. În acest scop, pe un teren cu pantă mică se alege un niveleu de 80—100 m și se marchează extremitățile lui cu țăruși. Lîngă cei doi țăruși se bate în pămînt cîte un par de care se leagă mirele, astfel ca să stea nemișcate, în poziție verticală. În mod practic, cele două puncte A și B se aleg lîngă doi stîlpi de telegraf sau lîngă doi pari de gard, situați la depărtarea arătată, și de care se leagă mirele.

Se staționează cu nivelul la mijlocul distanței AB (fig. 15.20). Se calează aparatul cu nivela sferică, verificată și rectificată în prealabil. Se vizează mira din A, se aduce bula nivelei torice între repere cu ajutorul șurubului de fină calare, și se citește pe mină valoarea corespunzătoare. Apoi se vizează mira din B și se procedează la fel ca la A, obținînd citirea respectivă.

Dacă axa de vizare a lunetei este paralelă cu directricea nivelei torice, cînd bula nivelei torice se află între repere, atunci directricea este orizontală și implicit și axa de vizare a lunetei este orizontală, iar citirile pe cele două mire vor fi a_1 și b_1. În cazul cînd axa de vizare a lunetei nu este paralelă cu directricea nivelei torice, în momentul cînd bula acesteia se află între repere, atunci axa de vizare a lunetei nu este orizontală, putînd fi înclinată în sus sau în jos și, în consecință, rezultă citirile a_1' și b_1', afec-

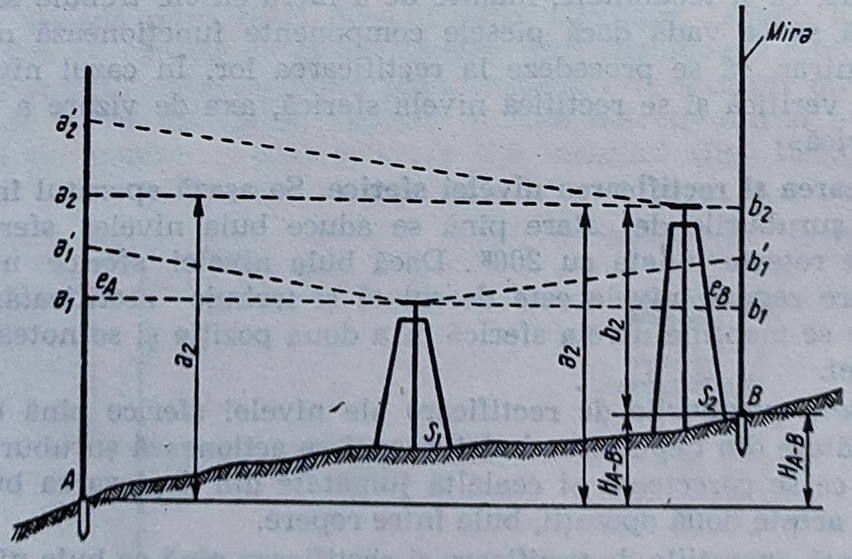


Fig. 15.20. Verificarea și rectificarea axei de vizare și a nivelei torice la nivelele de tipul I.

tate de erorile e_A și e_B, care sînt egale, deoarece corespund la portee egale. Din figura 15.20 rezultă :

$$H_{AB}=a_1-b_1 \text{ și } H_{AB}=a_1'-b_1',$$

sau :

$$H_{AB}=(a_1+e_A)-(b_1+e_B)=a_1-b_1.$$

Această relație arată că dacă nivelul este instalat la mijlocul distanței dintre cele două puncte vizate, se obține diferența de nivel reală, chiar dacă axa de vizare a lunetei nu este orizontală.

Se staționează, apoi, cu nivelul în apropierea unuia din puncte, de exemplu în apropierea punctului B, la o distanță de minimum 1,8 m (distanța minimă de vizare). Așezarea aparatului în stație se face astfel ca unul din șuruburile de calare să fie îndreptat spre mira din B.

Se calează instrumentul cu nivela sferică, se vizează mira din B, se aduce între repere bula nivelei torice, acționînd șurubul de fină calare, și se citește, pe miră, valoarea corespunzătoare b_2.

Se vizează mira din A, se calează nivela torică prin acționarea șurubului de fină calare și se citește valoarea respectivă.

Se calculează diferența de nivel dintre cele două puncte A și B, și trebuie să se obțină o valoare egală cu cea determinată prin nivelmentul din stația precedentă. În caz contrar, condiția de paralelism dintre axa de vizare a lunetei și directricea nivelei torice nu este satisfăcută și trebuie să se facă rectificarea necesară.

Rectificarea rezultă din figura 15.20 în care se vede că, dacă axa de vizare a lunetei este orizontală, citirea corectă pe mira din A este a_2, care are valoarea :

$$a_2=b_2+H_{AB}.$$

Exemplu :

$$a_2=b_2+(a_1'-b_1')=1\,381+(2\,357-1\,562)=2\,176.$$

Pentru a obține citirea corectă, a_2, pe mira din A, este necesar să se deplaseze axa de vizare din a_2' în a_2. În acest scop se acționează șurubul de fină calare pînă ce firul nivelor vine pe mira din punctul A la diviziunea $a_2=b_2+H_{AB}=2\,176$.

Prin această operație, s-a produs decalarea nivelei torice. De aceea, se face rectificarea nivelei torice rotind șuruburile de rectificare verticale ale acesteia pînă ce se aduce bula între repere.

După această rectificare se verifică condiția de paralelism între planele verticale care trec prin axa de vizare a lunetei și prin directricea nivelei torice.

Această condiție se verifică prin înclinarea laterală a aparatului. Cu aparatul calat (bula nivelei torice între repere) se citește pe mira din B, obținînd o valoare c. Se înclină nivelul, rotind șurubul de calare stîng cu două învîrtituri, apoi se rotește șurubul de calare drept, pînă se obține pe miră aceeași citire c. Dacă pentru citirea c bula nivelei torice este deviată față de repere, are loc „eroarea de încrucișare", care se elimină prin rotirea șuruburilor de rectificare orizontale ale nivelei torice. Se rotesc aceste șuruburi orizontale pînă ce bula nivelei torice vine între repere în

momentul cînd pe miră se citeşte diviziunea c. După aceste operaţii se verifică din nou, prin nivelment geometric de mijloc, condiţia de paralelism dintre axa de vizare a lunetei şi directricea nivelei torice.

15.6. NIVELE CU ORIZONTALIZARE AUTOMATĂ

Nivelele cu orizontalizare automată, apărute în ultimul timp, sînt prevăzute cu un dispozitiv special, numit *compensator*, care orizontalizează, în mod automat, axa de vizare a lunetei, fără ajutorul nivelei torice. Aceste nivele, în comparaţie cu cele rigide, permit executarea ridicărilor nivelitice cu un randament mărit. Dintre nivelele cu orizontalizare automată, mai valoroase sînt următoarele : *nivelul Ni-007* (R.D.G.), *nivelul Filotehnica Salmoiraghi Mod 5190* (Italia) şi *nivelul Kern G. K_1-A* (Elveţia).

În afară de acestea, se mai menţionează *nivelul Ni-025* (R.D.G.), *nivelul Filotehnica Salmoiraghi Model 5172*, *nivelul N.T.S.-46*, *nivelul N.S.-2* (URSS) etc.

La noi, pe şantierele de îmbunătăţiri funciare, se folosesc, cu deosebire, *nivelul Ni-025* şi *nivelul Ni-007*.

Nivelul cu compensator Ni-025 Zeiss Jena. Nivelul cu compensator *Ni*-025 se foloseşte pentru nivelmentul geometric de precizie medie, se manipulează uşor, avînd o greutate mică, întocmai ca şi nivelul rigid *Ni*-030, iar aspectul său general este dat de lunetă, care este de forma unei cutii paralelipipedice prevăzută deasupra cu o nivelă sferică pentru calarea aproximativă (fig. 15.21). Luneta măreşte de 20 de ori şi dă imaginea nerăsturnată, fapt pentru care, la acest nivel, se folosesc mire cu numerotarea dreaptă. La acest aparat, orizontalizarea axei de vizare se face cu ajutorul unui compensator optic pendulant, montat în interiorul lunetei, între lentila de focusare şi reticul.

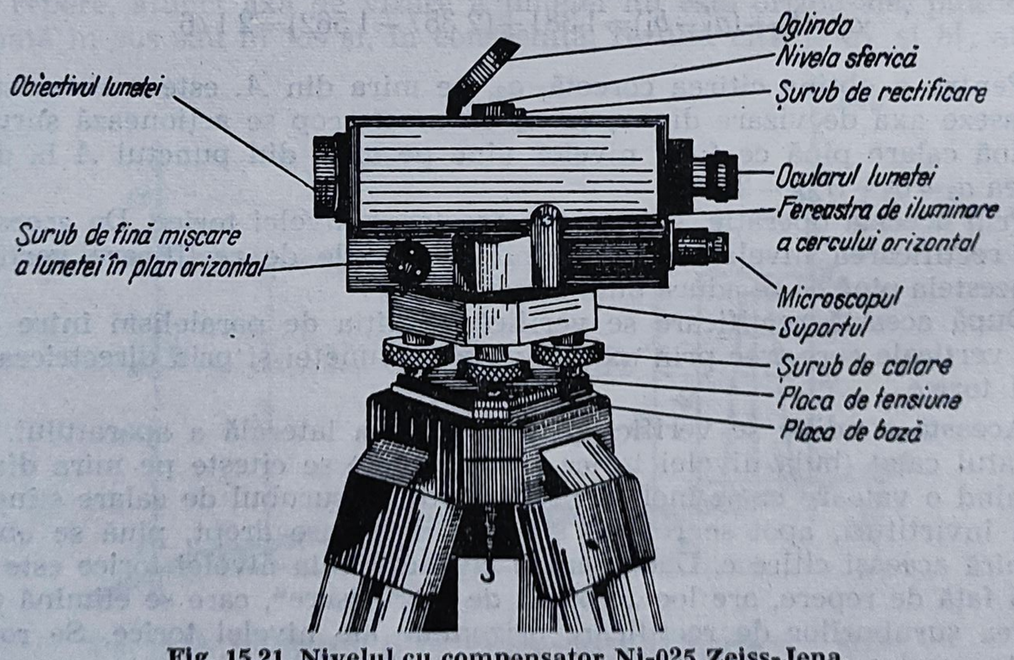


Fig. 15.21. Nivelul cu compensator Ni-025 Zeiss-Jena.

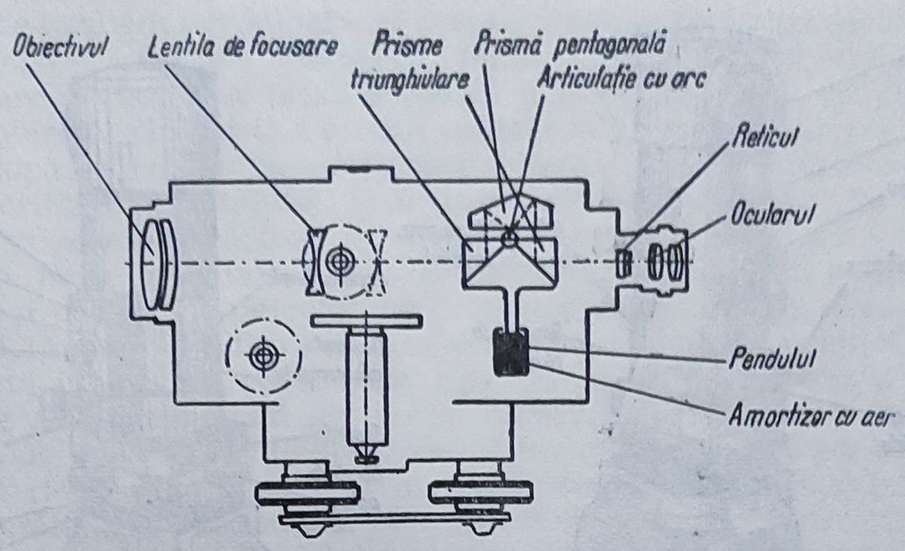


Fig. 15.22. Compensatorul optic pendulant la nivelul Ni-025.

Compensatorul optic pendulant este alcătuit dintr-un sistem optic solidar cu un pendul, care este prevăzut cu un amortizor cu aer, pentru a se stabiliza în mod rapid (fig. 15.22). Sistemul optic se compune din două prisme triunghiulare, fixate direct de pendul, și dintr-o prismă pentagonală, montată deasupra celor două. Observînd figura 15.22 se vede cum se realizează orizontalizarea axei de vizare. Astfel, raza orizontală care pleacă de la miră, intrînd în lunetă, trece prin obiectiv și prin lentila de focusare în linie dreaptă, fără deviere. Apoi, ajungînd pe prima prismă triunghiulară de pe pendul, raza este deviată și condusă în prisma pentagonală. În aceasta, raza suferă o triplă reflectare, după care este dirijată către a doua prismă triunghiulară de pe pendul. Intrînd în a doua prismă triunghiulară, raza este deviată în unghi drept și condusă pe reticul în poziție orizontală, la intersecția firelor reticulare, după ce pendulul se stabilizează, luînd poziție verticală. În consecință, dacă raza care pleacă de la miră este condusă, prin intermediul compensatorului optic pendulant, pe reticul în poziție orizontală, înseamnă că axa de vizare a lunetei se orizontalizează în mod automat și se poate citi pe miră înălțimea reală, fără calarea aparatului cu o nivelă torică.

La instalarea în stație, aparatul se calează aproximativ cu nivela sferică și apoi, în timpul lucrului, nu se mai acționează șuruburile de calare. Citirea pe miră se face în momentul cînd imaginea firului nivelor rămîne fixă, moment în care pendulul nu mai oscilează, luînd poziția verticală. La acest aparat luneta are o constantă stadimetrică egală cu 100 și o constantă adițională egală cu 0,1 m. De aceea, la măsurarea optică a distanțelor, se înmulțește numărul generator cu 100 și la produsul obținut se adaugă constanta adițională $c = 0{,}1$ m, așa cum se arată în figura 15.23.

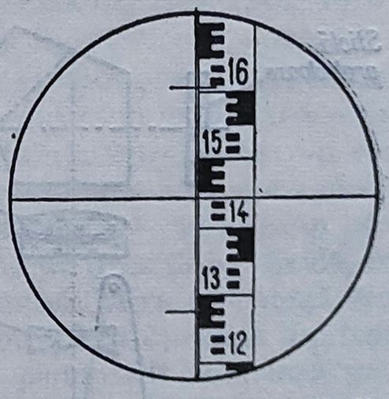


Fig. 15.23. Măsurarea indirectă a distanțelor cu nivelul Ni-025 :

— citirea pe firul stadimetric de sus = 1,608
— citirea pe firul stadimetric de jos = 1,274

Diferența = 0,332

Distanța de la aparat la miră = 0,332 · 100 + 0,01 = 33,3 m.

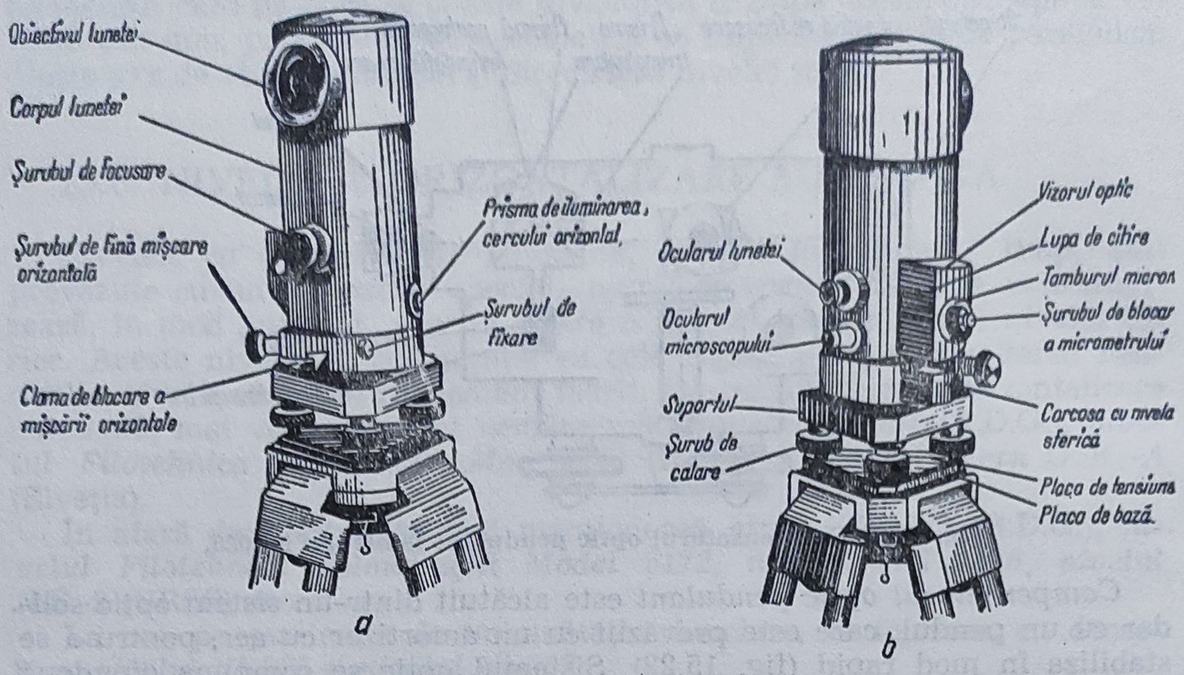


Fig. 15.24. Nivelul cu compensator Ni-007 Zeis-Jena :
a — din faţă ; *b* — din spate.

Cu nivelul automat *Ni*-025 se execută nivelment geometric tehnic, putîndu-se realiza o precizie de $\pm 2{,}5$ mm pe km dublu de nivelment.

Nivelul cu compensator Ni-007. Nivelul Ni-007 se poate utiliza atît pentru nivelmentul de mare precizie, cu mire de invar, cît şi pentru nivelmentul de precizie medie, cu mire de lemn. Şi la acest nivel, ca şi la *Ni*-025, aspectul general este dat de lunetă, care este de formă periscopică şi aşezată vertical pe suport (fig. 15.24). Luneta este analatică, dă imaginea dreaptă şi are constanta stadimetrică egală cu 100. Imaginea fiind nerăsturnată, se utilizează, la nivelment, mire de lemn şi mire de invar cu numerotarea dreaptă. Pentru calarea aproximativă, aparatul este prevăzut cu o nivelă sferică, montată pe suportul lunetei.

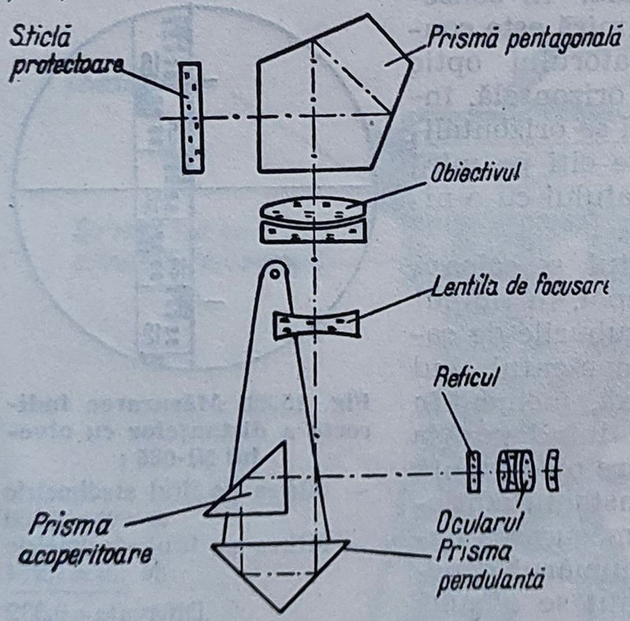


Fig. 15.25. Compensatorul optic pendulant la nivelul Ni-007.

Orizontalizarea axei de vizare a lunetei, în mod automat, se realizează cu aujtorul unui compensator optic pendulant.

Compensatorul optic pendulant (fig. 15.25) se află în interiorul lunetei şi se compune dintr-un pendul prevăzut cu o prismă triunghiulară, numită *prismă pendulantă* (sau *prismă compensator*), care deviază fas-

ciculul de raze sub două unghiuri drepte. Deasupra prismei compensatoare, și în stînga ei, se află o altă prismă triunghiulară, numită *prismă acoperitoare*, care deviază raza primită sub un unghi drept, spre reticulul lunetei. În fața obiectivului există o prismă pentagonală, care deviază raza, în unghi drept, după ce aceasta trece mai întîi printr-o lentilă condensatoare montată în orificiul obiectivului. Prin intermediul compensatorului optic pendulant, orizontalizarea axei de vizare a lunetei se realizează după cum urmează. Raza orizontală, care vine de la mină, trece prin lentila condensatoare și cade perpendicular pe prisma pentagonală. În această prismă raza suferă o dublă reflexie și apoi este dirijată, sub un unghi drept, către obiectivul lunetei. În continuare, raza trece prin obiectivul și lentila de focusare ale lunetei, fără deviere și ajunge la prisma pendulantă care o deviază de două ori în unghi drept și o conduce pe prisma acoperitoare care, la rîndul său, o deviază în unghi drept către reticulul lunetei. În modul arătat, raza orizontală, care pleacă de la mină, ajunge pe reticul în poziție orizontală, cînd pendulul se află în echilibru, chiar dacă luneta este înclinată, în limita calării cu nivela sferică.

Dacă raza ajunge pe reticul în poziție orizontală, înseamnă că axa de vizare a lunetei s-a orizontalizat în mod automat și, deci, se poate citi pe mină înălțimea reală, fără o calare precisă cu o nivelă torică. Cu nivelul *Ni*-007, împreună cu mira topografică, se poate efectua nivelment geometric tehnic cu o precizie de ± 2—3 mm la un km de drumuire, iar împreună cu mira de invar se poate executa nivelment geometric de mare precizie cu o eroare medie pătratică de $\pm 0{,}5$—0,8 mm/km.

Nivelul Filotehnica Salmoiraghi Model 5190. Nivelul acesta este construit de firma italiană „Filotehnica Salmoiraghi“ pentru nivelment de înaltă precizie și are luneta periscopică, așezată pe suport în poziție verticală (fig. 15.26). Luneta este analatică, mărește de 30 de ori, iar constanta stadimetrică este egală cu 100. Distanța minimă de vizare este de 3,70 m. Orizontalizarea axei de vizare a lunetei se realizează, în mod automat, cu ajutorul compensatorului optic pendulant, montat în interiorul lunetei.

Compensatorul optic pendulant (fig. 15.27) se compune dintr-un pendul format din două fire subțiri și elastice (construite dintr-un material special) fixate de corpul lunetei în partea de sus a acestuia și care susțin un disc numit *pendulant* pe care se află o rețea de fire reticulare. Deasupra obiectivului se află două oglinzi, montate sub un unghi de 50^g. Sub discul pendulant se află două lentile, dintre care prima este pe direcție verticală, iar a doua, pe direcție orizontală, spre reticulul lunetei. Între cele două lentile, la intersecția celor două direcții perpendiculare, este montată o prismă pentagonală. Porțiunea dintre oglinzi și discul pendulant formează partea mobilă a axei de vizare, iar lentila verticală, lentila orizontală și prisma pentagonală constituie partea fixă a axei de vizare a lunetei.

Orizontalizarea axei de vizare, în mod automat, se realizează în felul următor : raza orizontală, care vine de la mină, intră în lunetă, cade pe oglinda O_1 și este reflectată pe oglinda O_2, iar aceasta o reflectă perpendicular pe direcția de intrare. În continuare, raza trece fără deviere prin obiectivul lunetei, prin discul pendulant și prin lentila verticală și intră în prisma pentagonală. În aceasta, raza suferă o dublă reflectare și apoi iese

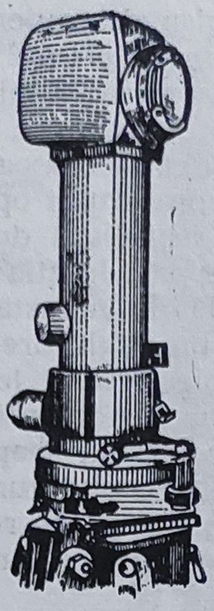


Fig. 15.26. Nivelul Filotehnica Salmoiraghi Model 5190.

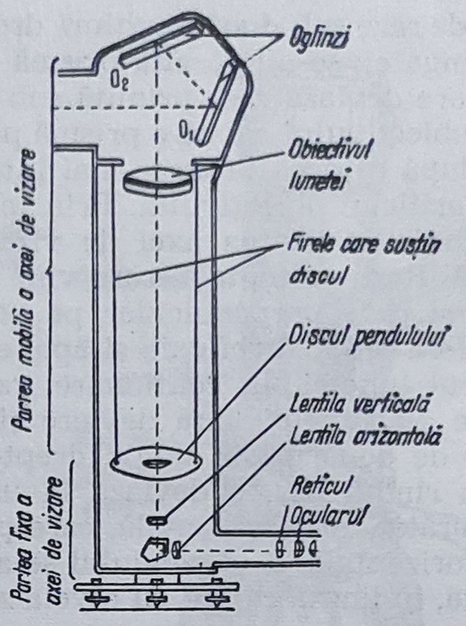


Fig. 15.27. Compensatorul optic pendulant la nivelul Filotehnica Salmoiraghi Model 5190.

în poziție orizontală, ajungînd pe reticul, unde este observată cu ajutorul ocularului.

Se precizează că cele două lentile (verticală și orizontală) și prisma pentagonală, împreună cu reticulul și ocularul lunetei, formează *microscopul* cu ajutorul căruia se analizează poziția rețelei reticulare de pe discul pendulant față de indexurile de pe reticulul lunetei. Axa de vizare a lunetei este orizontală numai cînd se observă în miscroscop că rețeaua reticulară de pe discul pendulant coincide cu indexurile de pe reticul.

În consecință, citirea pe mină se face numai după ce discul pendulant vine în echilibru, adică în momentul cînd rețeaua reticulară de pe discul pendulant se vede, prin ocular, între indexurile sau firele reticulare de pe reticulul lunetei.

Întrucît compensatorul optic pendulant permite o înclinare numai de $\pm 10'$, aparatul este prevăzut cu o nivelă sferică pentru calarea aproximativă, iar amortizarea oscilațiilor pendulului se realizează cu un amortizor într-un timp foarte scurt, de 1/4 secunde. Cu nivelul automat Filotehnica Salmoiraghi Mod. 5190, împreună cu mira de invar, se poate executa nivelment geometric cu o precizie de $\pm 0{,}25$ mm pe kilometrul de nivelment dus și întors.

Nivelul Filotehnica Salmoiraghi Model 5172. Nivelul automat „Mod. 5172" (fig. 15.28) se folosește pentru nivelment geometric tehnic, iar axa de vizare a lunetei se orizontalizează, în mod automat, cu ajutorul unui pendul, care este format chiar de obiectivul lunetei. Luneta are o formă frîntă, mărește de 24 de ori și dă imaginea răsturnată, permițînd folosirea mirelor topografice obișnuite. Constanta stadimetrică este egală cu 100, iar distanța minimă de vizare este de 1,20 m. Pentru calarea aproximativă aparatul este prevăzut cu o nivelă sferică. Axa de vizare a lunetei se orizon-

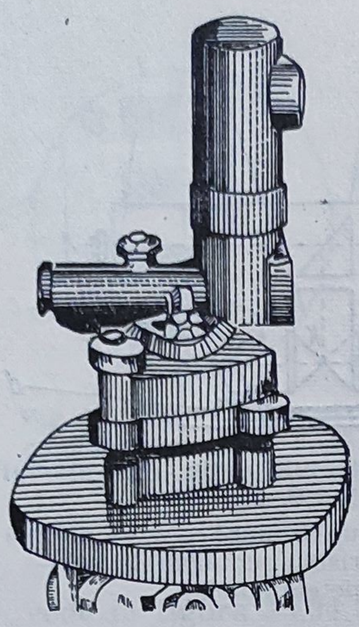


Fig. 15.28. Nivelul Filotehnica Salmoiraghi Model 5172.

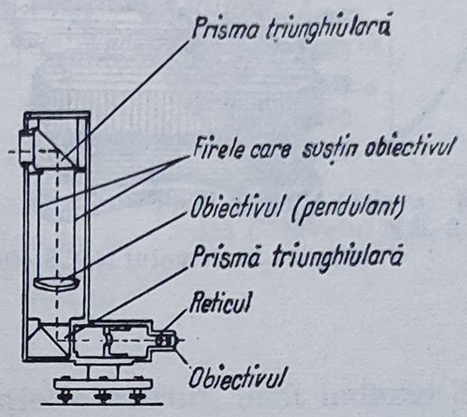


Fig. 15.29. Compensatorul optic pendulant al nivelului Filotehnica Salmoiraghi Model 5172.

talizează, în mod automat, cu ajutorul compensatorului optic pendulant, situat în interiorul lunetei.

Compensatorul optic pendulant (fig. 15.29) se compune dintr-un pendul format din două fire subțiri și elastice, care susțin lentila obiectivului, constituind obiectivul pendulant. În partea de sus și de jos a lunetei se află cîte o prismă triunghiulară, care deviază raza de lumină în unghi drept.

Orizontalizarea axei de vizare se realizează după cum urmează : raza orizontală, care pleacă de la miră, cade pe prisma triunghiulară din partea de sus a lunetei și este deviată în unghi drept. Raza deviată trece prin lentila obiectiv, fără deviere, și cade pe prisma triunghiulară de jos, care o deviază în unghi drept, ajungînd pe reticulul lunetei. În momentul cînd cele două fire care susțin lentila obiectivului sînt verticale, adică pendulul se află în echilibru, raza, dirijată de prisma de jos, este orizontală și cade pe reticul, la intersecția firelor reticulare. În acest moment, axa de vizare este orizontalizată și se poate face citirea corectă pe miră.

Nivelul Filotehnica Salmoiraghi Mod. 5172, avînd o greutate mică (2,6 km), se poate folosi cu mare randament pentru nivelmentul geometric tehnic, din cadrul lucrărilor de îmbunătățiri funciare, permițînd să se obțină o precizie de 2,5 mm pe kilometrul de nivelment.

Nivelul N.T.S.-46. Nivelul N.T.S.-46 (fig. 15.30) este de tipul celor rigide, la care compensatorul îl constituie nivela torică împreună cu un sistem optic special, ce aduce imaginea bulei pe firul reticular vertical. Datorită acestui fapt, nivela torică este numită și *nivelă compensatoare*. Sistemul optic, situat deasupra nivelei torice, se compune din o prismă centrală, avînd la partea de sus o prismă triunghiulară, iar de o parte și alta două prisme pentagonale (fig. 15.31).

Cu ajutorul acestui sistem de prisme se realizează orizontalizarea axei de vizare, în mod automat. Astfel, razele care pleacă de la nivela torică,

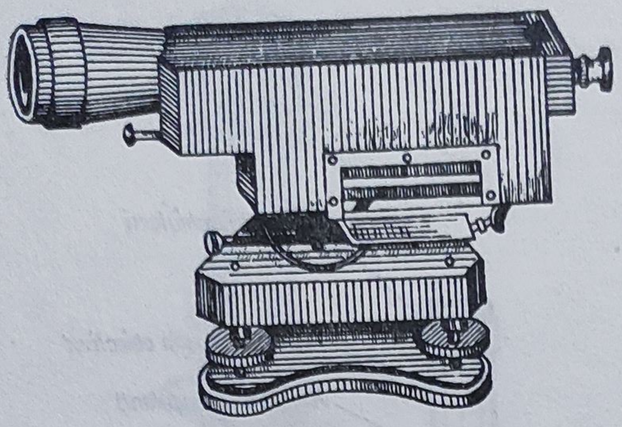


Fig. 15.30. Nivelul N.T.S.-46.

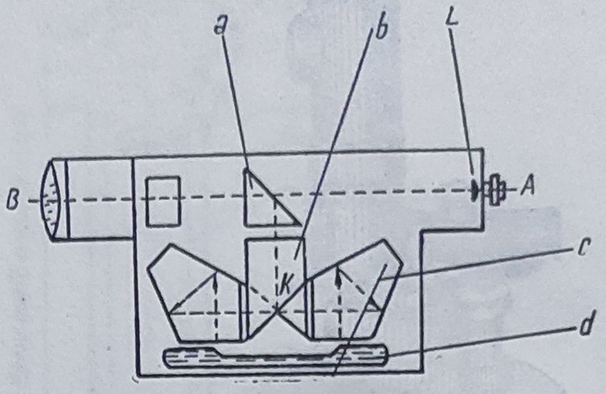


Fig. 15.31. Sistemul optic la nivelul N.T.S.-46 :

a — prisma triunghiulară ; *b* — prisma centrală ; *c* — prisma pentagonală ; *d* — capetele bulei.

prin intermediul celor două prisme pentagonale, aduc în coincidenţă imaginile celor două capete ale bulei, în punctul *K* din prisma centrală. În continuare, prisma centrală transmite coincidenţa capetelor bulei pe prisma triunghiulară, iar aceasta o dirijează în acelaşi plan orizontal cu centrul obiectivului. Imaginea coincidenţei celor două capete ale bulei, fiind formată din imaginea normală a unui capăt şi din imaginea răsturnată al celuilalt capăt al bulei, serveşte ca fir nivelor pentru citirea pe miră.

Rezultă că, datorită sistemului optic, operatorul poate vedea în cîmpul lunetei odată cu imaginea mirei şi imaginea bulei, care are rolul de fir nivelor (fig. 15.32).

Întrucît imaginea coincidenţei celor două capete ale bulei (cu rol de fir nivelor) se formează totdeauna în acelaşi plan orizontal cu centrul optic al obiectivului, înseamnă că axa de vizare a lunetei se orizontalizează în mod automat. De aceea, citirea pe miră se va face în dreptul liniei de coincidenţă a celor două capete ale bulei, şi numai în momentul coincidenţei, deoarece numai în acest caz axa de vizare a lunetei este orizontală.

Nivelul N.S.-2. A rezultat ca o perfecţionare a nivelului N.T.S.-46, avînd sistemul optic format numai dintr-o prismă triunghiulară, montată în stînga nivelei torice, spre obiectiv. O altă caracteristică a acestui nivel o constituie faptul că luneta are ocularul sub axa geometrică şi este prevăzută cu o prismă, care transmite imaginea obiectului vizat pe reticul. Luneta măreşte de 32 de ori şi dă imaginea răsturnată. Distanţa minimă de vizare este de 3 m.

Axa de vizare se orizontalizează, în mod automat, aşa cum se arată în figura 15.33, şi anume : raza care pleacă de la nivela torică ajunge pe prisma triunghiulară, iar aceasta o deviază de două ori în unghi drept, dirijînd-o pe reticul, unde apare imaginea coincidenţei capetelor bulei sub forma unei linii orizontale. Imaginea mirei, dată de obiectivul lunetei, se formează pe prisma *P*, care o transmite pe reticul în acelaşi plan cu imaginea coincidenţei capetelor bulei. Citirea pe miră se face în dreptul liniei orizontale formată din imaginea coincidenţei capetelor bulei, aşa cum se

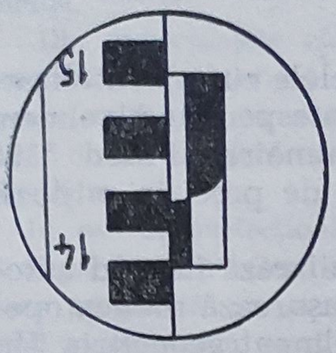


Fig. 15.32. Imaginea coincidenței celor două capete ale bulei.

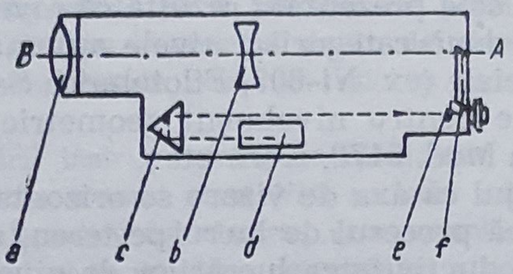


Fig. 15.33. Nivelul N.S.-2 : *a* — obiectivul ; *b* — lentila de focusare ; *c* — prisma triunghiulară ; *d* — bula ; *e* — reticul ; *f* — prisma.

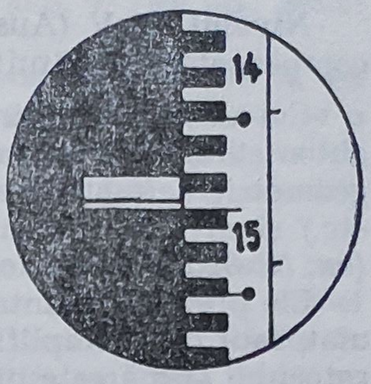


Fig. 15.34. Citirea pe mină la nivelul N.S.-2 (1496).

vede în figura 15.34. Sistemul optic este astfel construit, încît indexul de pe reticul, format de coincidența imaginilor capetelor bulei, vine totdeauna în același plan cu centrul optic al obiectivului lunetei.

Astfel, dacă se înclină luneta, deci și nivela torică, imaginea mirei se deplasează în cîmpul lunetei, în același sens și cu aceeași mărime, ceea ce înseamnă că citirea pe miră nu se schimbă. În consecință, prin intermediul sistemului optic, axa de vizare, determinată de centrul optic al obiectivului și index, se orizontalizează în mod automat și se poate citi înălțimea reală pe miră. Cu nivelul *N.S.2* se poate executa nivelment geometric cu o precizie de ± 6 mm pe kilometrul dublu de nivelment.

Nivelul Ni-A3. (M.O.M.-Ungaria). Este un nivel automat construit pentru nivelment geometric de precizie și are compensatorul format de o oglindă care este pusă în legătură cu un pendul. La acest aparat claritatea imaginii obiectului vizat se face prin deplasarea unui cuplu de oglinzi, lipsind lentila de focusare. Cu nivelul *Ni-A3* se poate executa nivelment geometric cu o precizie de $\pm 0{,}2$ mm pe kilometrul de nivelment dus și întors.

Nivelul G. K. I.-A. Este un instrument automat construit de firma Kern (Elveția) pentru nivelment geometric tehnic și are compensatorul format dintr-o prismă pendulantă. Luneta dă imaginea dreaptă. Cu acest aparat se poate realiza o precizie de $\pm 2{,}5$ mm pe kilometrul dublu de nivelment.

Nivelul N-A-2. Se fabrică de firma Wild (Elveția) pentru nivelment tehnic și are compensatorul alcătuit dintr-o prismă pendulantă. Permite executarea nivelmentului geometric tehnic cu o precizie de ± 2 mm pe kilometrul dublu de nivelment.

Nivelul Ni-2 Zeiss-Opton. Nivelul Ni-2 Zeiss Opton (R. F. Germania) este un nivel automat de precizie și are compensatorul format dintr-un pendul prevăzut cu un sistem optic special. Permite executarea nivelmentului geometric cu o precizie de ± 1 mm pe kilometru.

Nivelul Ertel (München — R. F. Germania) are compensatorul format dintr-un pendul pe care este fixată o pîrghie cu o prismă triunghiulară. Dă o precizie de ± 2 mm pe kilometru.

Nivelul Ni-V (Austria) este construit pentru nivelment tehnic și are compensatorul alcătuit dintr-o oglindă pendulantă.

Concluzii. Din cele prezentate rezultă că nivelele cu orizontalizare automată se împart în două categorii : nivele automate pentru nivelment geometric de mare precizie (ex. *Ni*-007, Filotehnica Salmoiraghi Mod. 5190 etc.) și nivele automate pentru nivelment geometric de precizie mijlocie (ex. *Ni*-025, Filotehnica Mod. 5172, Kern etc.).

Ele prezintă avantajul că axa de vizare se orizontalizează în mod automat, fapt care simplifică procesul de lucru pe teren, ușurează munca operatorului și mărește productivitatea lucrărilor de nivelment geometric. Un alt avantaj constă în aceea că micile erori de orizontalizare a axei de vizare, inerente în timpul operațiilor de pe teren, se corectează pe loc, în mod automat, prin intermediul compensatorului, fără intervenția operatorului.

Avînd aceste avantaje, nivelele cu orizontalizare automată s-au introdus și la noi pe șantierele de îmbunătățiri funciare, unde se folosesc cu mare randament.

Mecanizarea nivelmentului geometric. În ultimul timp, s-a experimentat, în Republica Democrată Germană, un procedeu de mecanizare a nivelmentului geometric, prin instalarea nivelului automat și a mirelor de invar pe automobile. Într-un automobil, cu podeaua perforată, se instalează nivelul automat, care, printr-un dispozitiv special, poate fi așezat în stație și apoi ridicat pentru a fi transportat în stația următoare. Acoperișul mașinii este astfel construit încît, prin alunecare pe tije metalice, formează o umbrelă de protecție pentru aparat și operator în timpul lucrului.

În automobil, în afară de operator, se mai află un secretar care stă pe scaun, înregistrează citirile pe miră dictate de operator, și calculează cotele punctelor, la o mașină de calculat electrică. Mirele de invar, în număr de două la fiecare nivel, sînt transportate fiecare de cîte un automobil, prevăzut cu un sistem de susținere cardanic, atașat la acoperiș, permițînd să se așeze mira vertical în punctul de nivelment (fig. 15.35). Se execută nivelment geometric de mijloc, deplasînd mașina cu nivelul automat la jumătatea distanței dintre mașinile care susțin mirele pe punctele de nivelment. Măsurarea porteelor se face cu ajutorul tahometrului, montat la

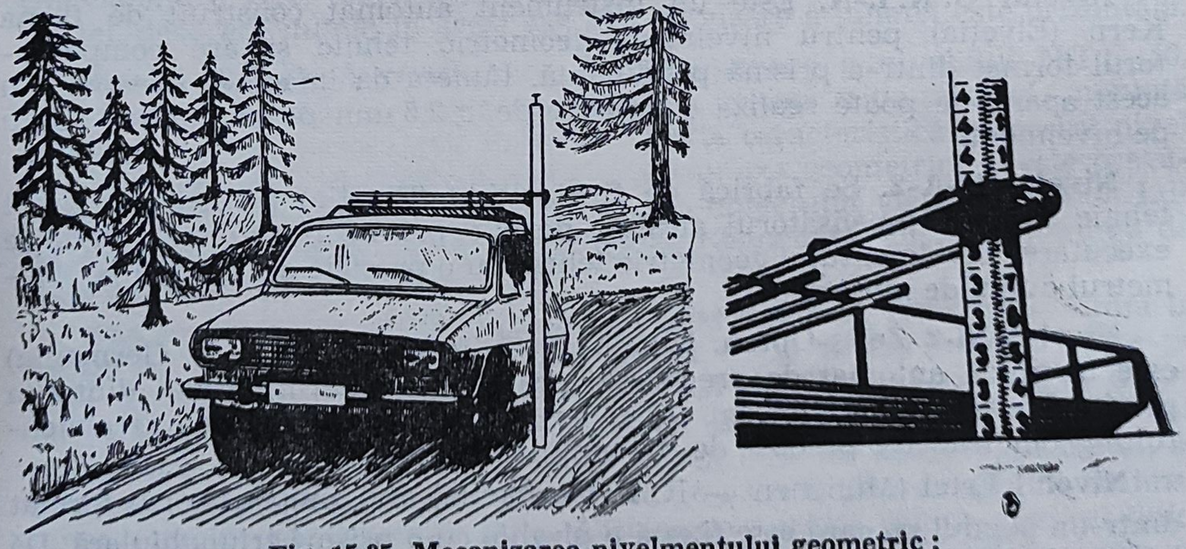


Fig. 15.35. Mecanizarea nivelmentului geometric :
a — automobilul cu mira de invar ; *b* — sistemul cardanic cu mira de invar.

fiecare automobil. Comunicarea între operator şi cei de la mire se face prin radiotelefon.

Din experienţele efectuate prin această metodă de mecanizare, rezultă că s-a executat un nivelment geometric pe o lungime de peste 1 000 km, obţinîndu-se o eroare medie de circa 1 mm pe kilometrul dublu de nivelment, o viteză de nivelment de 2—3 km/oră şi un preţ de cost mai mic cu circa 50% faţă de metodele obişnuite.

În cadrul perfecţionării instrumentelor de nivelment, se mai menţionează construirea, în R. F. Germania, a unui nivel *Ni*-2 cu laser gazos (heliu-neon) şi a unei mire prevăzută cu un dispozitiv fotoelectric, care permite înregistrarea citirilor în mod automat. Cu acest nivel se pot face determinări nivelitice pe o rază de 500 m.

15.7. VERIFICAREA ŞI RECTIFICAREA NIVELELOR CU ORIZONTALIZARE AUTOMATĂ

Nivelele cu orizontalizare automată necesită verificarea şi rectificarea nivelei sferice şi a axei de vizare a lunetei.

Nivela sferică se verifică şi se rectifică întocmai ca nivelele rigide.

Axa de vizare se verifică, de asemenea, ca şi la nivelele rigide, determinînd diferenţa de nivel dintre două puncte A şi B situate la 80—100 m, din două staţii, şi anume : prima, la jumătatea distanţei dintre mire şi a doua, în apropierea uneia din mire. Dacă diferenţa de nivel obţinută din a doua staţie diferă de cea determinată în prima staţie, rezultă că axa de vizare nu este orizontală şi, deci, trebuie să se rectifice.

Rectificarea axei de vizare se face, în a doua staţie (de exemplu, din apropierea mirei din B), în felul următor : se deplasează placa reticulară, acţionînd şuruburile de rectificare verticale ale reticulului, pînă ce se obţine pe mira din A citirea : $C_A = C_B + H_{AB}$, în care C_A este citirea care trebuie să se obţină pe mira din A, C_B — citirea făcută pe mira din B, în a doua staţie, iar H_{AB} — diferenţa de nivel dintre A şi B determinată în prima staţie. Se precizează că la nivelul *Ni*-025 nu se va umbla la şurubul de rectificare marcat cu roşu. Se repetă verificarea şi rectificarea pînă ce axa de vizare devine orizontală.

15.8. MIRE DE NIVELMENT GEOMETRIC

Mirele de nivelment geometric sînt de două categorii : *mire de lemn*, pentru nivelmentul tehnic şi *mire de invar*, pentru nivelmentul de mare precizie.

Mirele de lemn. Sînt confecţionate din scînduri de lemn uscat (brad, pin, anin etc.) cu lungimea de 2 m, 3 m sau 4 m şi vopsite cu ulei pentru a fi ferite de umezeală şi uscăciune. Capetele sînt protejate cu saboţi metalici, iar o faţă sau ambele feţe sînt gradate cu diviziuni de cîte 1 cm. Din decimetru în decimetru, diviziunile sînt numerotate cu numerele corespunzătoare, scrise răsturnat sau drept, în funcţie de imaginea dată de luneta instrumentului.

Mirele cu o faţă se folosesc, în mod curent, pentru nivelmentul geometric de precizie mijlocie.

Mirele cu două fețe se utilizează, în special, la ridicările nivelitice ale axelor de bază, întrucît permit controlul așezării mirei pe fiecare punct și anume : diferența citirilor pe cele două fețe trebuie să fie constantă.

Citirile pe mirele de lemn se compun din patru cifre, din care trei cifre se citesc direct pe miră, iar a patra cifră, care reprezintă milimetri, se apreciază.

Mirele de invar. Sînt confecționate din plăci de invar (aliaj de 64% oțel și 36% nichel) montate în scînduri de lemn vopsite în ulei ; au lungimea de 1,75 m sau de 3 m.

Placa de invar, fixată sub tensiune în montura de lemn, este vopsită în ulei alb, iar pe fondul alb sînt trasate, pe cele două jumătăți ale benzii, diviziuni negre din cm în cm (fig. 15.36). Diviziunile de pe o jumătate a benzii de invar sînt decalate față de diviziunile de pe cealaltă jumătate cu cîte 5 mm. Gradațiile sînt numerotate pe grupe de cîte 50 cm și pe subgrupe de cîte 5 cm. Subgrupele de cîte 5 cm sînt despărțite prin pene negre și notate cu cifre mari, atît în stînga cît și în dreapta. Numerele din stînga reprezintă grupele, iar cele din dreapta, subgrupele. De exemplu, în subgrupa 32, prima cifră reprezintă grupa 3, iar a doua cifră indică subgrupa 2. Citirile pe mira de invar sînt formate din cinci cifre, din care primele trei cifre se citesc direct pe miră, iar celelalte două cifre se citesc pe tamburul micrometric de la placa plan-paralelă montată pe luneta nivelului.

Un exemplu de citire pe mira de invar se arată în figura 15.37.

În cazul figurii 15.37, firul nivelor al lunetei se află în subgrupa a noua din grupa a doua și în apropierea diviziunii a șaptea, rezultînd citirea :

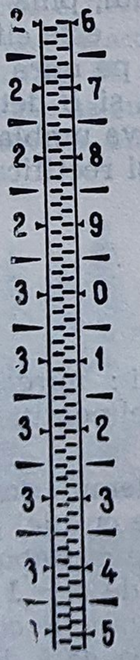


Fig. 15.36. Mira de invar

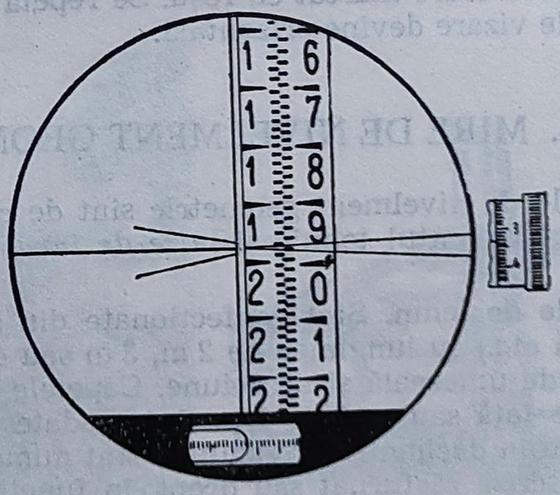


Fig. 15.37. Citirea pe mira de invar : *citirea pe miră* = 19,7 *m*/20 ; *citirea pe tambur* = 0,034 *m*/20 ; *citirea totală* = = 19,734 *m*/20 = 0,9867.

19,7. Pe tambur, după aducerea axei de vizare la citirea pe mină egală cu 19,7, se citește valoarea : 34. În consecință, citirea totală este : 19,734.

Întrucît fiecare subgrupă este egală cu cîte 5 cm, deci cu o jumătate de decimetru, urmează, pentru transformarea citirii totale în metri, să se împartă valoarea obținută pe miră și tambur la 20, adică : $c = 19{,}734 : 20 = 0{,}9867$ m.

15.9. ERORILE LA NIVELMENTUL GEOMETRIC. PRECIZIE. TOLERANȚE

15.9.1. ERORILE SISTEMATICE

La nivelmentul geometric se produc următoarele erori sistematice : *eroarea de sfericitate a Pămîntului* și *eroarea de refracție atmosferică.*

Eroarea de sfericitate. Definiția și relația pentru eroarea de sfericitate a Pămîntului rezultă din figura 15.38 unde, în punctul S, este instalat nivelul, iar în punctele A și B se află cîte o miră pentru măsurarea distanțelor verticale de la teren la axa de vizare. Figurînd suprafețele de nivel S_A și S_B ale punctelor A și B, precum și suprafața de nivel S_C a centrului lunetei, se vede că înălțimea reală a punctului A este AA', iar înălțimea reală a punctului B este BB'.

Întrucît raza vizuală sau axa de vizare a lunetei este orizontală și nu urmează curbura CA', cînd se vizează mira din A, și nici curbura CB', cînd se vizează mira din B, rezultă că pe cele două mire nu se citesc înălțimile reale AA' și BB' ci înălțimile aparente Aa și Bb. Pe mira din A,

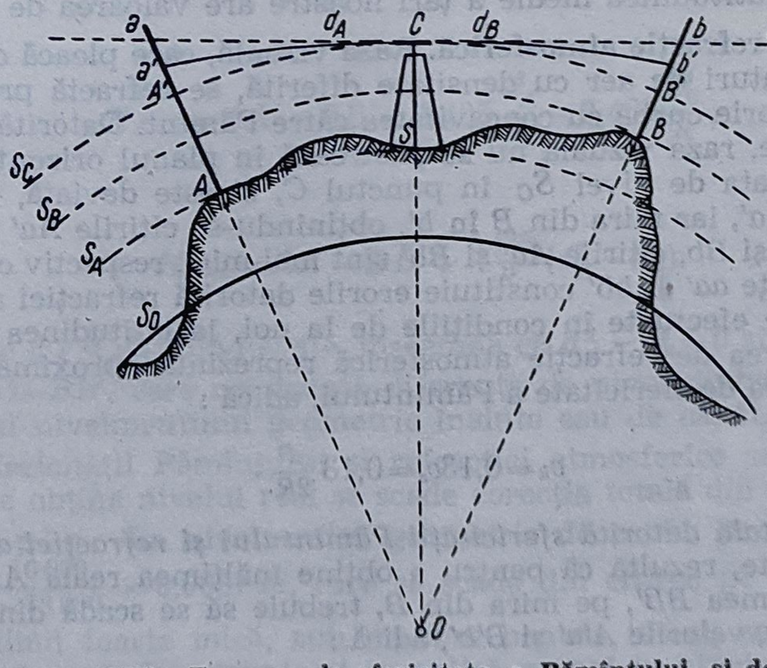


Fig. 15.38. Eroarea de sfericitate a Pămîntului și de refracție atmosferică.

înălțimea Aa reprezintă nivelul aparent, iar înălțimea AA' nivelul real al punctului A ; de asemenea, pe mira din B, înălțimea Bb este nivelul aparent, iar înălțimea BB', nivelul real al punctului B.

Diferența între nivelul aparent (Aa) și nivelul real (AA') ale punctului A se numește eroare de sfericitate a punctului A, adică : $c_s(A)=A'a=Aa-AA'$.

La fel, $c_s(B)=B'b=Bb-BB'$ se numește *eroare de sfericitate a punctului* B.

Relația pentru eroarea $c_s(A)=A'a$ se deduce din triunghiul OCa :

$$\overline{OC}^2+\overline{Ca}^2=\overline{Oa}^2 \text{ sau } R^2+d_A^2=(R+A'a)^2.$$

Ridicînd la patrat binomul din membrul al doilea, se obține :

$$R^2+d_A^2=R^2+2\cdot R\cdot A'a+\overline{A'a}^2.$$

Termenul $A'a^2$ fiind foarte mic, se poate neglija și rezultă :

$A'a=\frac{d_A^2}{2R}$ sau $c_s(A)=\frac{d_A^2}{2R}$, care reprezintă relația pentru eroarea de sfericitate a punctului A.

La fel se deduce : $c_s(B)=B'b=\frac{d_B^2}{2R}$ pentru punctul B.

Deci, formula generală care exprimă eroarea sau corecția de sfericitate, este :

$$c_s=\frac{d^2}{2R},$$

în care d este distanța orizontală de la aparat la mira ; R — raza Pămîntului, care la latitudinea medie a țări noastre are valoarea de 6 379 km.

Eroarea de refracție atmosferică. Raza vizuală, care pleacă de la lunetă, străbătînd straturi de aer cu densitate diferită, se refractă progresiv, urmînd o traiectorie curbă cu concavitatea către Pămînt. Datorită fenomenului de refracție, raza vizuală nu se păstrează în planul orizontal TT' tangent la suprafața de nivel S_C în punctul C, ci este deviată, intersectînd mira din A în a', iar mira din B în b', obținîndu-se citirile Aa' și Bb'. Față de valorile Aa și Bb, citirile Aa' și Bb' sînt mai mici, respectiv cu aa' și bb'. Aceste diferențe aa' și bb' constituie erorile datorită refracției atmosferice. Din cercetările efectuate în condițiile de la noi, la latitudinea de 45°, s-a dedus că eroarea de refracție atmosferică reprezintă aproximativ 1/8 sau 0,13 din eroarea de sfericitate a Pămîntului, adică :

$$c_k=0{,}13c_s=0{,}13\,\frac{d^2}{2R}.$$

Corecția totală datorită sfericității Pămîntului și refracției atmosferice. Din cele arătate, rezultă că pentru a obține înălțimea reală AA' pe mira din A și înălțimea BB', pe mira din B, trebuie să se scadă din citirile pe mină, respectiv, valorile $A'a'$ și $B'b'$, adică :

$$AA'=Aa'-A'a' \text{ și } BB'=Bb'-B'b'.$$

Din figura 15.38 se vede că :

$$A'a' = A'a - a'a = c_{s(A)} - c_{k(A)}$$

și

$$B'b' = B'b - b'b = c_{s(B)} - c_{k(B)},$$

sau :

$$c_{t(A)} = \frac{d_A^2}{2R} - 0{,}13\frac{d_A^2}{2R} = \frac{d_A^2}{2R}(1-0{,}13) = 0{,}435\frac{d_A^2}{R}$$

și

$$c_{t(B)} = \frac{d_B^2}{2R} - 0{,}13\frac{d_B^2}{2R} = \frac{d_B^2}{2R}(1-0{,}13) = 0{,}435\frac{d_B^2}{R},$$

în care $c_{t(A)}$ și $c_{t(B)}$ sînt corecțiile totale ce trebuie aplicate, respectiv citirilor pe mira din A și pe mira din B, pentru a se obține înălțimile reale AA' și BB'.

Deci, corecția totală datorită sfericității Pămîntului și refracției atmosferice se obține cu relația :

$$c_t = 0{,}435\frac{d^2}{R},$$

în care d și R au semnificațiile arătate anterior.

Corecția totală datorită sfericității Pămîntului și refracției atmosferice se anulează în cazul nivelmentului geometric de mijloc. Astfel, din figura 15.38 rezultă :

$$H_{A-B} = Aa' - Bb' = (AA' + c_{tA}) - (BB' + c_{tB}),$$

sau :

$$H_{A-B} = AA' - BB' + 0{,}435\frac{d_A^2}{R} - 0{,}435\frac{d_B^2}{R},$$

sau :

$$H_{A-B} = AA' - BB' + \frac{0{,}435}{R}(d_A^2 - d_B^2).$$

Porteele d_A și d_B fiind egale, înseamnă că $d_A^2 - d_B^2 = 0$ și, în consecință : $H_{A-B} = AA' - BB'$, care reprezintă diferența de nivel dintre A și B.

În cazul nivelmentului geometric înainte sau de capăt, corecția totală datorită sfericității Pămîntului și refracției atmosferice se păstrează, și pentru a se obține nivelul real se scade corecția totală din citirea pe mină.

Exemplu. La nivelmentul geometric de capăt, pentru $d = 100$ m, $c_t = 0{,}435\frac{10\,000}{6\,379\,000} = 0{,}0007$ m, care se scade din citirea pe mină. Valoarea corecției fiind foarte mică, sub un mm pentru 100 m, se neglijează la nivelmentul geometric tehnic și se aplică numai la nivelmentul de mare precizie.

15.9.2. ERORILE ACCIDENTALE

La nivelmentul geometric, erorile accidentale sînt mici, pozitive şi negative, iar suma lor nu creşte proporţional cu numărul lor. Mai importante sînt următoarele : eroarea de orizontalitate a axei de vizare, eroarea de citire pe miră şi eroarea de verticalitate a mirei.

Eroarea de orizontalitate a axei de vizare. Eroarea de orizontalitate a axei de vizare se produce din cauza erorii de calare a nivelei torice şi din cauza erorii de punctare cu luneta a diviziunilor de pe miră.

Eroarea unghiulară de înclinare a axei de vizare (e_o) faţă de orizontală se obţine cu relaţia :

$$e_0^{cc} = \pm\sqrt{e_c^2 + e_v^2}$$

Eroarea de calare are loc în cazul calării imperfecte a instrumentului şi este proporţională cu sensibilitatea nivelei torice. Ea se poate calcula cu formula :

$$e_c = 0{,}15\,\varphi,$$

în care φ este sensibilitatea nivelei torice.

Exemplu. În cazul nivelelor pentru nivelmentul tehnic, sensibilitatea nivelei torice fiind egală cu 60^{cc}, rezultă o eroare de calare :

$$e_c = 0{,}15 \cdot 60^{cc} = 9^{cc}.$$

La nivelele perfecţionate, folosite pentru nivelmentul de mare precizie, sensibilitatea nivelei torice este mai mică, de 12—15^{cc} şi, deci, eroarea de calare are valoarea :

$$e_c = 0{,}15 \cdot 15^{cc} = 2^{cc},25.$$

Eroarea de punctare se datoreşte vizării imperfecte a diviziunilor de pe miră şi are loc în cazul lunetelor care au o putere mică de mărire. Această eroare este invers proporţională cu puterea de mărire a lunetei şi se poate calcula cu formula :

$$e_v = \pm\frac{200^{cc}}{M},$$

în care M este puterea de mărire a lunetei.

În cazul unui nivel tehnic prevăzut cu o lunetă care măreşte de 25 ori, eroarea de punctare are valoarea : $e_v = \pm\frac{200^{cc}}{25} = \pm 8^{cc}$.

În consecinţă, cunoscînd eroarea de calare (e_c) şi eroarea de punctare (e_v), se poate calcula eroarea de orizontalitate a axei de vizare.

Exemplu. Pentru un nivel tehnic, la care $\varphi = 60^{cc}$ şi $M = 25X$, se obţine :

$$e_o^{cc} = \pm\sqrt{e_c^2 + e_v^2} = \pm\sqrt{9^2 + 8^2} = \pm 12^{cc}$$

Eroarea de citire pe mică. Eroarea de citire pe mică se produce din cauza înclinării axei de vizare, dar și din cauza aprecierii imperfecte a fracțiunilor din cea mai mică diviziune de pe mică.

Astfel, în cazul erorii unghiulare e_o^{cc}, adică în cazul cînd axa de vizare a lunetei este înclinată față de orizontală cu unghiul e_o^{cc}, nu se va obține pe mică o citire corectă c_j, ci o citire eronată c_e (fig. 15.39). Din figura 15.39, rezultă :

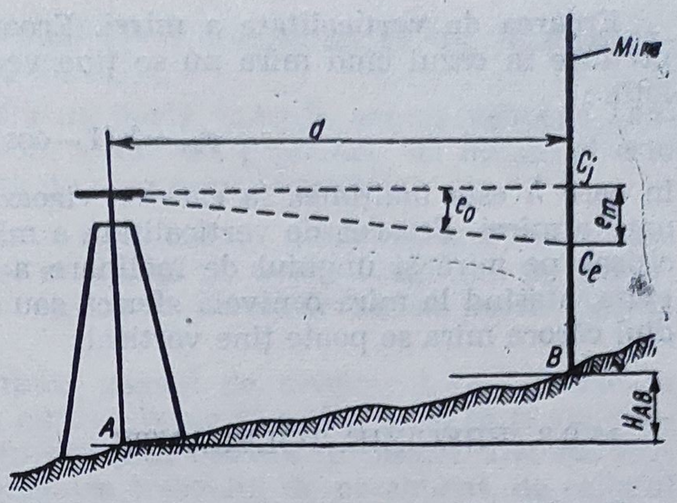


Fig. 15.39. Eroarea de citire pe mică.

$$e_m = d \operatorname{tg} e_o^{cc},$$

în care : e_m este eroarea liniară de citre pe mică ; d — distanța de la aparat la mică.

Eroarea unghiulară e_o^{cc} fiind foarte mică, se poate lua $\operatorname{tg} e_o^{cc} = e_o^{cc}$ și formula devine :

$$e_m = d \cdot e_o^{cc}.$$

Pentru a obține eroarea liniară de citire pe mică, se transformă eroarea unghiulară e_o^{cc} în radiani, adică $e_r = \frac{e_o^{cc}}{636\,620^{cc}}$, rezultînd formula :

$$e_m = d \frac{e_o^{cc}}{636\,620^{cc}}.$$

Deci, eroarea liniară de citire pe mică (e_m) este proporțională cu distanța (d) de la aparat la mică.

Considerînd că se lucrează cu un nivel tehnic la care $e_o^{cc} = 12^{cc}$, pentru porteea $d = 100$ m, eroarea liniară de citire pe mică are valoarea :

$$e_m = \frac{100\,000 \text{ mm} \cdot 12^{cc}}{636\,620^{cc}} = 2 \text{ mm}.$$

Din formula care exprimă eroarea liniară de citire pe mică, se poate deduce relația cu care se calculează lungimea porteei corespunzătoare erorii de citire pe mică, adică :

$$d = \frac{e_m \cdot 636\,620^{cc}}{e_o^{cc}}.$$

Astfel, în cazul nivelului tehnic din exemplul precedent, punînd condiția ca eroarea de citire pe mică să nu depășească ± 1 mm, rezultă porteea cu lungimea următoare :

$$d = \frac{1 \text{ mm} \cdot 636\,620^{cc}}{12^{cc}} = 53 \text{ m}.$$

Eroarea de verticalitate a mirei. Eroarea de verticalitate a mirei se produce în cazul cînd mira nu se ţine vertical şi se poate calcula cu relaţia :

$$e_{vm} = h(1 - \cos\alpha),$$

în care h este înălţimea la care se vizează mira, iar α unghiul de înclinare a mirei. Eroarea de verticalitate a mirei este direct proporţională cu citirea pe mină şi unghiul de înclinare a mirei. Această eroare se poate evita, ataşînd la mină o nivelă sferică sau un fir cu plumb, prin intermediul cărora mira se poate ţine vertical.

15.9.3. PRECIZIE. TOLERANŢE

Precizia. Precizia nivelmentului geometric este dată de eroarea totală. Astfel, în cazul nivelmentului geometric de mijloc, cu două citiri pe mină (înapoi şi înainte), pentru un niveleu de 100 m şi cu o eroare de citire pe mină : $e_m = 2$ mm, eroarea totală, conform teoriei erorilor, este dată de formula :

$$e_{100\,m} = \pm 2\text{ mm}\sqrt{2} = \pm 3\text{ mm}.$$

Pentru 10 nivelee a 100 m, deci pentru un km, rezultă :

$$e_{km} = \pm 2\text{ mm}\sqrt{2}\cdot\sqrt{10} = \pm 3\text{ mm}\sqrt{10} = \pm 10\text{ mm}.$$

Deci, pentru n nivelee a 100 m, eroarea totală se exprimă prin relaţia :

$$e_t = e_{km}\sqrt{n}.$$

Pentru o lungime L, exprimată în km, eroarea totală sau precizia nivelmentului geometric este dată de formula :

$$e_t = e_{km}\sqrt{L}$$

Toleranţele. Se stabilesc, prin instrucţiuni, în funcţie de precizia care se urmăreşte. Odată cu precizia stabilită, se arată aparatura şi metodele de măsurare prin care poate fi atinsă precizia urmărită.

Astfel, în cazul nivelmentului tehnic, executat cu nivele de precizie mijlocie şi cu mire de lemn, instrucţiunile din 1965 prevăd o toleranţă dată de formula : $T = \pm 30\text{ mm}\sqrt{L}$, în care L este lungimea nivelmentului în km.

15.10. NIVELMENT GEOMETRIC SIMPLU ŞI NIVELMENT GEOMETRIC COMPUS

Nivelmentul geometric simplu. Constă în a determina cota unui punct sau cotele mai multor puncte dintr-o singură staţie. Punctele care se ridică nivelitic pot fi pe aliniament sau în tur de orizont. Distanţele de la aparat la punctele vizate nu trebuie să depăşească 150 m. În cazul cînd nu se cere precizie mare, porteele pot ajunge pînă la 300 m. La nivelmentul geometric simplu, punctul de staţie se alege astfel ca axa de vizare a

lunetei să intersecteze mira în punctele vizate, adică să nu bată în pămînt și nici să treacă pe deasupra mirei.

Nivelmentul geometric simplu se poate executa prin nivelment geometric de capăt (înainte) sau prin nivelment geometric de mijloc și este cel care constituie metoda radierii de nivelment geometric.

Nivelmentul geometric compus. Este format din două sau mai multe nivelmente geometrice simple și se aplică pe trasee lungi sau pe suprafață, în cazul cînd ridicarea nivelitică a punctelor nu se poate efectua dintr-o singură stație.

În cazul nivelmentului compus, traseul de nivelment se împarte în mai multe nivelee, care se aleg cît mai egale și astfel ca să se poată executa nivelment geometric simplu sau prin radiere în fiecare niveleu. Numărul niveleelor depinde de lungimea traseului de nivelment, de relieful terenului și de felul nivelmentului simplu, știindu-se că la nivelmentul geometric de mijloc niveleul poate fi dublu față de cel al nivelmentului geometric de capăt. Nivelmentul geometric compus este cel care constituie metoda drumuirii de nivelment geometric și se poate executa prin nivelment geometric *de capăt* sau prin nivelment geometric *de mijloc.*

15.11. METODELE DE NIVELMENT GEOMETRIC

Din cele arătate anterior, se poate deduce ușor care sînt principalele metode de nivelment geometric și în ce condiții se aplică fiecare.

Pe trasee scurte și pe suprafețe mici, ale căror puncte pot fi ridicate nivelitic dintr-o singură stație, metoda care se aplică este *metoda radierii de nivelment geometric.*

Pe trasee lungi și pe suprafețe mari, unde ridicarea nivelitică a punctelor caracteristice necesită mai multe stații, se aplică *metoda drumuirii de nivelment geometric* sau, de regulă, *metoda drumuirii combinată cu radieri de nivelment geometric.*

În afară de aceste metode fundamentale, se mai deosebesc următoarele metode :

Metoda profilurilor longitudinale se aplică pe axele lucrărilor (de irigație, de îndiguire etc.) pentru obținerea cotelor punctelor caracteristice, în vederea întocmirii profilului longitudinal al terenului, necesar la proiectarea și execuția lucrărilor respective.

Metoda profilurilor transversale se aplică pe suprafețe lungi și înguste sau pe suprafețe mari și cu obstacole (construcții, plantații etc.) pentru determinarea reliefului în vederea proiectării și execuției diferitelor lucrări (îndiguiri, irigații, desecări etc.). În cazul cînd se aplică pe suprafețe lungi și înguste, în vederea proiectării axului unui dig sau unui canal, metoda profilurilor transversale mai poartă numele de *nivelment geometric pe bandă.*

Metoda pătratelor sau caroiajului se aplică pe suprafețe libere în interior pentru cunoașterea reliefului, în mod cît mai fidel, în vederea proiectării lucrărilor de irigații, de nivelarea terenului etc.

Crearea punctelor de sprijin sau de control pentru metoda drumuirii se poate realiza prin *drumuiri cu punct nodal* și prin *rețele de nivelment geometric*.

15.12. METODA RADIERII DE NIVELMENT GEOMETRIC

15.12.1. METODA RADIERII PRIN NIVELMENT GEOMETRIC DE CAPĂT

Operații de teren. La metoda radierii prin nivelment geometric *înainte* (sau *de capăt*) se procedează după cum urmează : se așază nivelul deasupra punctului de stație (1), fără a face o centrare cu firul cu plumb (fig. 15.40). Se calează aparatul cu nivela sferică și apoi cu nivela torică (în cazul nivelelor clasice). Se măsoară înălțimea aparatului cu mira sau cu ruleta de la punct pînă la axa de vizare a lunetei. Se vizează mira, așezată succesiv în punctele ce trebuie ridicate nivelitic (de exemplu, 2, 3 și 4), obținînd citirile respective C_2, C_3 și C_4.

Operații de calcul. Se calculează cotele punctelor și apoi se face controlul calculului. Cotele punctelor se pot calcula prin trei metode și anume : metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută, metoda cotelor de la punct la punct și metoda cotei planului de vizare.

Metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută constă din următoarele :

Se calculează, mai întîi, diferențele de nivel dintre punctul cu cotă cunoscută și noile puncte, adică :

$$H_{1-2}=I-C_2,\ H_{1-3}=I-C_3 \text{ și } H_{1-4}=I-C_4.$$

Se determină, apoi, cotele absolute ale punctelor noi față de cota punctului cunoscut, astfel :

$$Z_2=Z_1+H_{1-2};\ Z_3=Z_1+H_{1-3} \text{ și } Z_4=Z_1+H_{1-4}.$$

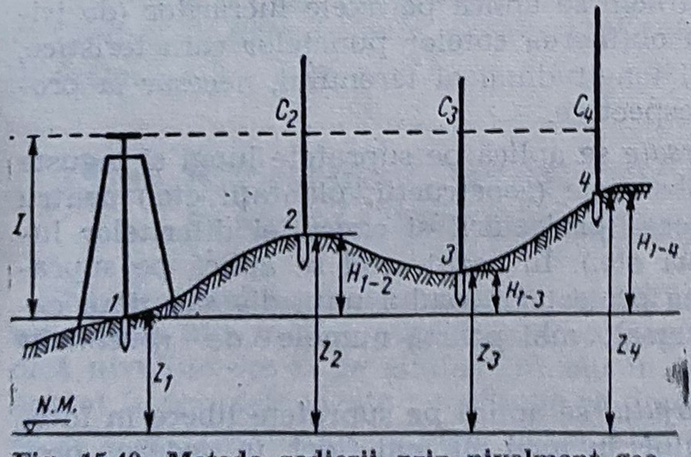


Fig. 15.40. Metoda radierii prin nivelment geometric de capăt.

Metoda cotelor de la punct la punct se aplică din aproape în aproape, determinînd, mai întîi, diferențele de nivel și apoi cotele absolute :

$$H_{1-2}=I-C_2;\quad H_{2-3}=C_2-C_3 \text{ și } H_{3-4}=C_3-C_4;\quad Z_2=Z_1+H_{1-2};\quad Z_3=Z_2+H_{2-3} \text{ și } Z_4=Z_3+H_{3-4}.$$

Metoda cotei planului de vizare constă în a determina, în prealabil, cota planului de vizare și apoi, în a calcula direct cotele absolute ale punctelor noi. Cota planului de vizare este distanța verticală de la suprafața de nivel zero (*N.M.*) la axa de vizare a nivelului și este egală, așa cum rezultă din figura 15.40, cu cota punctului *A* la care se adaugă înălțimea aparatului deasupra punctului de stație, adică :

$$Z_v = Z_1 + I$$

Din cota planului de vizare se scad citirile pe miră și se obțin cotele absolute ale punctelor noi :

$$Z_2 = Z_v - C_2,\ Z_3 = Z_v - C_3 \text{ și } Z_4 = Z_v - C_4$$

Controlul nivelmentului. Controlul se poate face asupra operațiilor de teren și asupra operațiilor de calcul.

Controlul operațiilor de teren constă în controlul citirilor pe miră și în controlul diferențelor de nivel sau al cotelor absolute.

Controlul citirilor pe miră: se citește pe miră la firul nivelor și la firele stadimetrice și trebuie ca media citirilor la firele stadimetrice să fie egală cu citirea la firul nivelor, putînd să difere cu 1—2 mm.

Controlul diferențelor de nivel sau al cotelor absolute se face prin metoda stațiilor duble care constă în următoarele : se lasă aparatul pe loc și i se mărește sau i se micșorează înălțimea. Din noua stație, cu înălțimea aparatului modificată, se citește pe mira așezată pe aceleași puncte. Se calculează diferențele de nivel (prin metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută sau prin metoda cotelor de la punct la punct) sau cotele absolute (prin metoda cotei planului de vizare) și trebuie să se obțină aceleași valori ca în stația anterioară, putînd diferi între ele cu 2—3 mm.

Controlul calculului cotelor se realizează cu formule care diferă după metoda care se aplică la calculul cotelor. Formulele de control rezultă din relațiile de calcul pentru cotele absolute.

Formula de control la metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută rezultă din relațiile de calcul pentru cotele absolute, astfel :

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_1 \\ Z_2 &= Z_1 + H_{1-2} \\ Z_3 &= Z_1 + H_{1-3} \\ &\vdots \\ Z_n &= Z_1 + H_{1-n} \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = nZ_1 + \sum_{j=2}^{n} H_{i-j}$$

Deci, calculul cotelor, prin metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută, este corect efectuat dacă suma cotelor absolute ale punctelor de la 1 la n (punctul 1 avînd cota cunoscută) este egală cu de n ori cota punctului cunoscut la care se adaugă suma algebrică a diferențelor de nivel.

Formula de control la metoda cotelor de la punct la punct rezultă, de asemenea, din relaţiile pentru calculul cotelor absolute, adică :

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_1 \\ Z_2 &= Z_1 + H_{1-2} \\ Z_3 &= Z_2 = H_{2-3} \\ &\vdots \\ Z_n &= Z_{n-1} + H_{n-1-n} \end{aligned}$$

$$Z_n = Z_1 + \sum_{j=2}^{n} H_{i-j}$$

Din această formulă, se deduce că efectuarea calculului cotelor punctelor prin metoda cotelor de la punct la punct este corectă, în cazul cînd cota absolută a ultimului punct este egală cu cota absolută a punctului cunoscut, plus suma algebrică a diferenţelor de nivel.

Formula de control la metoda cotei planului de vizare se deduce astfel :

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_v - C_1 \\ Z_2 &= Z_v - C_2 \\ Z_3 &= Z_v - C_3 \\ &\vdots \\ Z_n &= Z_v - C_n \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = nZ_v - \sum_{i=1}^{n} C_i$$

Deci, cotele punctelor sînt bine calculate prin metoda cotei planului de vizare, dacă suma cotelor punctelor de la 1 la n este egală cu de n ori cota planului de vizare din care se scade suma citirilor pe miră. Se menţionează că, în deducerea formulei, $C_1 = I$.

15.12.2. METODA RADIERII PRIN NIVELMENT GEOMETRIC DE MIJLOC

Operaţii de teren. Fiind de aflat cotele punctelor 2, 3 şi 4 faţă de punctul 1 cu cotă cunoscută, se procedează în felul următor (fig. 15.41) : se staţionează cu nivelul la mijlocul distanţei dintre punctele 1 şi 4. Se calează nivelul şi apoi se vizează mira, care se aşază succesiv în punctele 1, 2, 3 şi 4, obţinînd citirile C_1, C_2, C_3 şi C_4.

Pentru control, se face însă o staţie într-un punct apropiat, la circa 0,50 m, sau se lasă nivelul pe loc, mărindu-i sau micşorîndu-i înălţimea. Se citeşte pe miră, la fiecare punct, şi diferenţele de nivel obţinute din a doua staţie trebuie să fie egale cu cele rezultate din prima staţie, putînd diferi cu 2—3 mm.

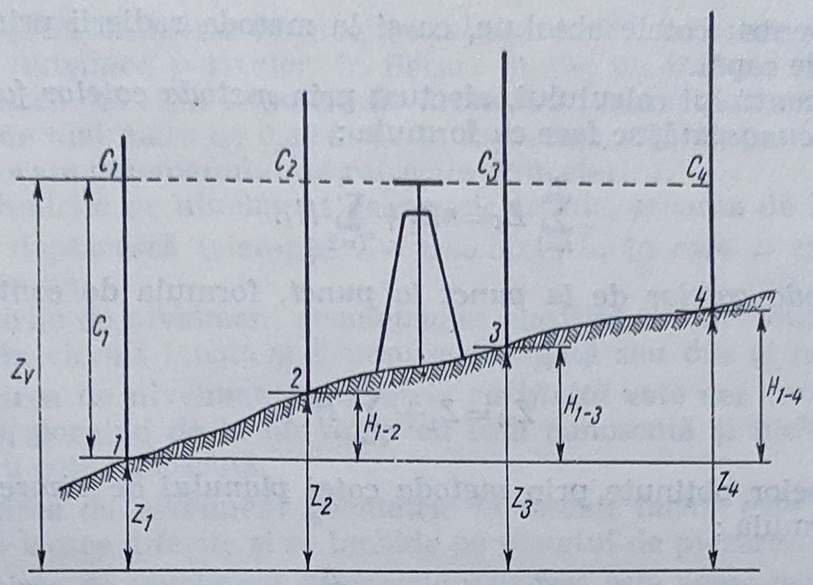


Fig. 15.41. Metoda radierii prin nivelment geometric de mijloc.

Operații de calcul. Se calculează cotele punctelor și apoi se controlează calculul. Cotele punctelor se pot calcula, ca și la metoda radierii prin nivelment geometric înainte, prin cele trei metode.

Prin *metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută* se calculează, mai întîi, diferențele de nivel și apoi cotele absolute, astfel :

$$H_{1-2}=C_1-C_2,\ H_{1-3}=C_1-C_3 \text{ și } H_{1-4}=C_1-C_4\ ;$$

$$Z_2=Z_1+H_{1-2},\ Z_3=Z_1+H_{1-3} \text{ și } Z_4=Z_1+H_{1-4}.$$

Prin *metoda cotelor de la punct la punct* se calculează, din aproape în aproape, diferențele de nivel și apoi cotele absolute, în modul următor :

$$H_{1-2}=C_1-C_2,\ H_{2-3}=C_2-C_3 \text{ și } H_{3-4}=C_3-C_4\ ;$$

$$Z_2=Z_1+H_{1-2},\ Z_3=Z_2+H_{2-3} \text{ și } Z_4=Z_3+H_{3-4}.$$

Prin *metoda cotei planului de vizare* se calculează cota planului de vizare și, în funcție de aceasta și de citirile pe miră, se determină cotele punctelor.

Cota planului de vizare este distanța verticală de suprafața de nivel zero (*N.M.*) la axa de vizare a lunetei și este egală cu cota punctului cunoscut (1) la care se adaugă citirea pe miră (C_1), adică :

$$Z_v=Z_1+C_1$$

Din cota planului de vizare se scad citirile pe miră și rezultă cotele punctelor :

$$Z_2=Z_v-C_2,\ Z_3=Z_v-C_3 \text{ și } Z_4=Z_v-C_4.$$

Controlul calculului. La metoda radierii prin nivelment geometric de mijloc controlul calculului se efectuează cu formule ce diferă după metoda care se aplică la calculul cotelor, iar aceste formule rezultă din relațiile

de calcul pentru cotele absolute, ca și la metoda radierii prin nivelment geometric de capăt.

Astfel, controlul calculului, efectuat prin *metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută*, se face cu formula :

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = nZ_1 + \sum_{i=2}^{n} H_i.$$

La *metoda cotelor de la punct la punct*, formula de control are expresia :

$$Z_n = Z_1 + \sum_{i=2}^{n} H_i;$$

calculul cotelor obținute prin *metoda cotei planului de vizare* se controlează cu formula :

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = nZ_v - \sum_{i=1}^{n} C_i,$$

în care : Z_i reprezintă cotele absolute ale punctelor de la 1 la n ; Z_1 — cota absolută a punctului cunoscut ; H_i — diferențele de nivel ; Z_n — cota absolută a ultimului punct calculat ; Z_v — cota planului de vizare ; C_i — citirile pe miră.

La metoda radierii, executată prin nivelment geometric de capăt sau de mijloc, calculul cotelor, în mod economic, se face prin metoda cotei planului de vizare, în special cînd numărul punctelor radiate este mare.

Metoda radierii prin nivelment geometric de mijloc este mai precisă decît metoda radierii prin nivelment geometric de capăt, întrucît acesta din urmă este influențat de erorile sistematice și accidentale. De asemenea, radierea prin nivelment geometric de mijloc este mai expeditivă, deoarece niveleul, la această metodă, poate fi dublu față de porteea nivelmentului de capăt și nu se pierde timp cu măsurarea înălțimii aparatului. De aceea, metoda radierii prin nivelment geometric de mijloc este cea care se aplică, în mod curent, la ridicările nivelitice, iar metoda radierii prin nivelment geometric de capăt se preferă numai în unele cazuri speciale (de exemplu, la profilul transversal al unei ape mici, la transmiterea cotei peste o vale adîncă etc.).

15.13. METODA DRUMUIRII DE NIVELMENT GEOMETRIC

15.13.1. DEFINIȚIE. CONDIȚII. CLASIFICĂRI

Metoda drumuirii de nivelment geometric constă din o succesiune de radieri de nivelment geometric legate între ele. De aceea, drumuirile de nivelment geometric se pot executa prin nivelment geometric înainte sau prin nivelment geometric de mijloc.

Biblioteca de Geodezie-Fotogrametrie

Lungimea drumuirilor de nivelment geometric tehnic este de maximum 15 km, iar lungimea porteelor, în fiecare staţie, nu trebuie să depăşească 150 m. Vizarea mirei la punctele de drumuire înainte şi înapoi se va face la o înălţime mai mare de 0,30 m de la suprafaţa solului, pentru a se evita erorile datorate fenomenului de refracţie atmosferică.

La drumuirile de nivelment geometric tehnic, eroarea de închidere nu trebuie să depăşească toleranţa $T = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{L}$, în care L este lungimea drumuirii în km.

Drumuirile de nivelment geometric se clasifică în : drumuire sprijinită, drumuire în circuit închis şi drumuire nelegată sau dus şi întors.

Drumuirea de nivelment geometric *sprijinită* este cea care se execută numai dus, pornind de la un reper cu cotă cunoscută şi închizîndu-se pe alt reper cu cotă cunoscută.

Drumuirea de nivelment geometric *în circuit închis* este cea care se execută pe trasee diferite şi se închide pe punctul de plecare.

Drumuirea de nivelment geometric *nelegată* este aceea care se execută dus şi întors pe acelaşi traseu.

15.13.2. METODA DRUMUIRII PRIN NIVELMENT GEOMETRIC ÎNAINTE

Operaţii de teren. Se pichetează traseul drumuirii cu „punct şi martor“ la distanţe egale cu lungimea porteelor, alese astfel ca axa de vizare a lunetei să intersecteze mira în condiţiile arătate anterior. Considerînd că se execută o drumuire sprijinită pe punctele A şi B, cu cote cunoscute, se procedează după cum urmează (fig. 15.42) : se staţionează cu nivelul deasupra punctului A şi se măsoară înălţimea instrumentului (I_A). Se vizează mira aşezată în punctul 1, obţinînd citirea C_1. Se mută mira din punctul 1 în punctul 2 şi nivelul din punctul A în punctul 1, aşezînd în A o mină. Se măsoară înălţimea instrumentului (I_1) şi se vizează mira din A şi apoi mira din 2, obţinînd citirile C_A şi C_1. În continuare, se procedează la fel pînă în punctul B. În acest mod, punctul în care se aşază mira într-o portee devine punct de staţie pentru aparat în porteea următoare, iar diferenţele de nivel dintre puncte se determină de două ori.

Operaţii de calcul. Se calculează diferenţele de nivel pentru toate porteele drumuirii, se fac mediile diferenţelor de nivel şi, cu ajutorul lor, se determină cotele absolute ale punctelor.

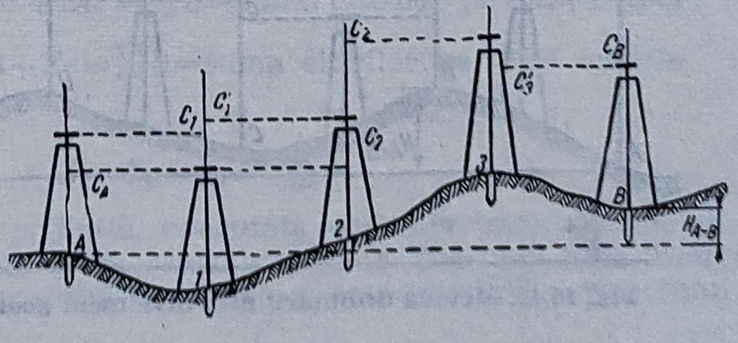


Fig. 15.42. Metoda drumuirii prin nivelment geometric înainte.

Diferențele de nivel se calculează cu relațiile :

$$H_{A-1}=I_A-C_1 \text{ și } H_{1-A}=I_1-C_A;$$
$$H_{1-2}=I_1-C_2 \text{ și } H_{2-1}=I_2-C_1';$$
$$H_{2-3}=I_2-C_3 \text{ și } H_{3-2}=I_3-C_2';$$
$$H_{3-B}=I_3-C_B \text{ și } H_{B-3}=I_B-C_3'.$$

Diferențele de nivel între aceleași puncte, determinate din două stații succesive, trebuie să fie egale, putînd să difere între ele cu o eroare care să nu depășească toleranța admisă de instrucțiuni. Acolo unde eroarea depășește toleranța, se vor reface stațiile. După obținerea dublă a diferențelor de nivel, se calculează mediile lor.

Cotele absolute se calculează, din aproape în aproape, cu ajutorul mediilor diferențelor de nivel, adică :

$$Z_1=Z_A+H_{A-1\,(m)}\,;\; Z_2=Z_1+H_{1-2\,(m)}\,,$$
$$Z_3=Z_2+H_{2-3\,(m)} \text{ și } Z_B=Z_3+H_{3-B\,(m)},$$

în care : $H_{A-1\,(m)}$, $H_{1-2\,(m)}$, ... , $H_{3-B\,(m)}$ sînt diferențele de nivel medii.

Metoda drumuirii prin nivelment geometric înainte sau de capăt prezintă avantajul că prin ea se determină diferențele de nivel de două ori, însă are un randament scăzut, fiind necesare multe stații. De aceea, este adesea înlocuită cu metoda drumuirii prin nivelment geometric de mijloc.

15.13.3. METODA DRUMUIRII PRIN NIVELMENT GEOMETRIC DE MIJLOC

Operații de teren. Avînd de executat o drumuire sprijinită pe punctele *A* și *E*, cu cote cunoscute, se pichetează axul cu „punct și martor“ la distanțe egale cu lungimea niveleelor, alese astfel ca porteele să satisfacă condițiile necesare (fig. 15.43). Se execută nivelment de mijloc în fiecare niveleu, obținîndu-se cîte două citiri pe miră la punctele intermediare (*B*, *C* și *D*) și cîte o singură citire la punctele extreme (*A* și *E*).

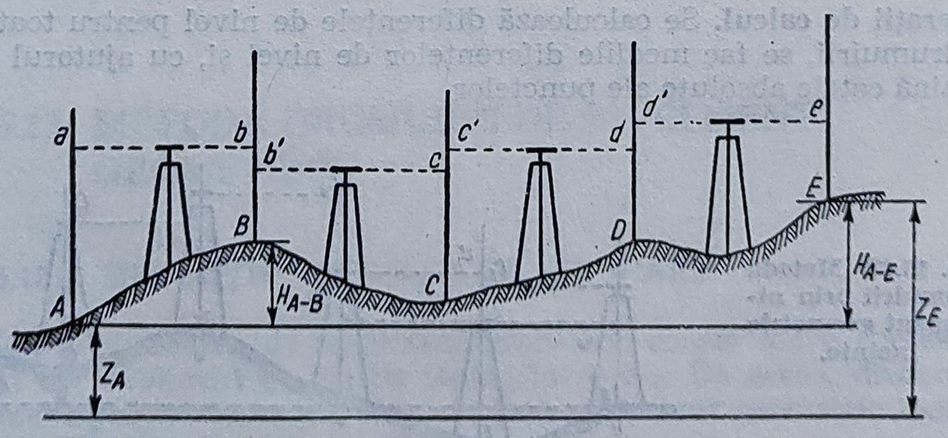


Fig. 15.43. Metoda drumuirii prin nivelment geometric de mijloc.

Astfel, în primul niveleu, se staționează cu aparatul la mijlocul distanței AB, se vizează înapoi mira din A și înainte mira din B, obținînd citirile Aa și Bb. Se mută aparatul în al doilea niveleu, la mijlocul distanței BC, iar mira din A se trece în C. Se vizează, înapoi, mira din B și înainte mira din C, obținînd citirile Bb' și Cc. În continuare se procedează la fel în celelalte nivelee.

Controlul operațiilor de teren se poate face prin metoda celor trei citiri pe miră și prin metoda stațiilor duble, așa cum s-a arătat la metoda radierii de nivelment geometric.

Operații de calcul. Se calculează diferențele de nivel și cotele absolute în fiecare niveleu.

Diferențele de nivel se calculează cu relațiile :

$$H_{AB}=Aa-Bb\ ;\ H_{BC}=Bb'-Cc\ ;$$
$$H_{CD}=Cc'-Dd\ ;\ H_{DE}=Dd'-Ee.$$

Cotele absolute se calculează, din aproape în aproape, pornind de la cota punctului A, care este cunoscută :

$$Z_B=Z_A+H_{AB}\ ;\ Z_C=Z_B+H_{BC}\ ;$$
$$Z_D=Z_C+H_{DC}\ ;\ \ Z_E=Z_D+H_{DE}.$$

Controlul operațiilor de teren și calcul. Formula pentru controlul operațiilor de teren și de calcul la drumuirea sprijinită, executată prin nivelment geometric de mijloc, rezultă din relațiile pentru cotele absolute, astfel :

$$Z_A=Z_A$$
$$Z_B=Z_A+(Aa-Bb)$$
$$Z_C=Z_B+(Bb'-Cc)$$
$$Z_D=Z_C+(Cc'-Dd)$$
$$Z_E=Z_D+(Dd'-Ee)$$
$$\overline{Z_E=Z_A+(Aa+Bb'+Cc'+Dd')-(Bb+Cc+Dd+Ee)}$$

Notînd : $Z_E=Z_s$ — cota absolută a punctului de sosire ;

$Z_A=Z_p$ — cota absolută a punctului de pornire ;

$Aa+Bb'+Cc'+Dd'=\sum a$ = suma citirilor pe miră înapoi ;

$Bb+Cc+Dd+Ee=\sum b$ = suma citirilor pe miră înainte,

se obține formula :

$$Z_s-Z_p=\sum a-\sum b.$$

Deci, *la drumuirea sprijinită*, executată prin nivelment geometric de mijloc, operațiile de teren și de calcul sînt bine efectuate dacă diferența între cota absolută a punctului de sosire și cota absolută a punctului de

pornire este egală cu diferența între suma citirilor pe miră înapoi și suma citirilor pe miră înainte.

În cazul cînd nu este satisfăcută relația stabilită, rezultă o diferență e_H, care nu trebuie să depășească toleranța T, admisă de instrucțiuni, adică :

$$(Z_s - Z_p) - (\sum a - \sum b) = e_H \leqslant T.$$

Diferența sau eroarea e_H, în cazul cînd nu depășește toleranța, se compensează, adică se repartizează la diferențele de nivel corespunzătoare punctelor intermediare și punctului de sosire. Compensarea erorii de închidere (e_H) se face proporțional cu lungimea niveleelor. În acest scop se calculează corecția la unitate cu relația :

$$c_H = \frac{e_H}{L},$$

în care : c_H este corecția la unitate ; L — lungimea drumuirii în metri.

Se înmulțește corecția la unitate (c_H) cu lungimea fiecărui niveleu (L_i) și se obțin corecțiile (c_{Hi}), care trebuie aplicate diferențelor de nivel corespunzătoare punctelor intermediare și punctului de sosire, adică :

$$c_{H_2} = c_H \cdot L_1 ; \quad c_{H_3} = c_H \cdot L_2, \ \ldots , c_{Hn} = c_H \cdot L_{n-1}.$$

Dacă niveleele sînt egale, atunci corecția c_H se poate calcula cu relația :

$$c_H = \frac{e_H}{N},$$

în care N este numărul niveleelor.

În acest caz, diferențele de nivel corespunzătoare punctelor intermediare și punctului de sosire se corectează, în mod egal, cu valoarea c_H.

După corectarea diferențelor de nivel, deci după compensarea erorii de închidere, se calculează cotele absolute, din aproape în aproape, pornind de la cota punctului inițial și trebuind să se cadă pe cota punctului de sosire.

Se menționează că, în mod curent, drumuirile de nivelment, de orice fel ar fi (sprijinite, în circuit închis sau nelegate), se execută prin nivelment geometric de mijloc, întrucît au rapiditate și precizie mai mare decît cele aplicate prin nivelment geometric de capăt.

Drumuirea în circuit închis, executată prin nivelment geometric de mijloc, se aplică pe teren întocmai ca și drumuirea sprijinită, cu deosebirea că închiderea se face pe punctul de plecare.

Calculul diferențelor de nivel și calculul cotelor se face în fiecare niveleu, la fel ca la drumuirea sprijinită.

La drumuirea în circuit închis, punctul de sosire fiind același cu punctul de plecare, înseamnă că $Z_s - Z_p = 0$ și relația de control devine :

$$e_H = \sum a - \sum b \leqslant T,$$

sau :

$$e_H = \sum H_i \leqslant T.$$

în care $\sum H_i$ reprezintă suma algebrică a diferențelor de nivel. Eroarea de închidere (e_H) se compensează proporțional cu lungimea niveleelor, așa cum s-a arătat anterior la drumuirea sprijinită.

Drumuirea nelegată sau dus și întors, executată prin nivelment geometric de mijloc, se aplică pentru transmiterea cotei de la un reper cu cotă cunoscută la alt reper care trebuie cotat, precum și pentru ridicarea nivelitică a punctelor de pe axul unei lucrări, în cazul cînd, în apropiere, nu există repere cu cote cunoscute. Pentru control, se execută dus și întors pe aceleași puncte de legătură.

La dus, se execută nivelment geometric de mijloc în fiecare niveleu. După executarea nivelmentului la dus, se calculează diferențele de nivel în fiecare niveleu și se controlează calculul cu relația :

$$\sum a - \sum b = \sum (+H) - \sum (-H),$$

în care Σa reprezintă suma citirilor pe miră înapoi ; Σb — suma citirilor pe miră înainte ; $\Sigma (+H)$ — suma diferențelor de nivel pozitive ; $\Sigma (-H)$ — suma diferențelor de nivel negative.

Operatorul, avînd siguranța că diferențele de nivel, obținute la dus, sînt bine efectuate, execută nivelmentul la întors, pornind de la punctul final pînă la cel inițial.

La întors, în fiecare niveleu, se calculează diferența de nivel dintre punctele respective și se compară cu cea obținută la dus. Cele două valori trebuie să fie egale și de semn contrar, putînd diferi între ele în limita toleranței. Acolo unde diferența între cele două valori depășește toleranța, se reface stația respectivă, luînd toate măsurile de punere în stație, de verificare și, dacă e cazul, de rectificare a nivelului, și ultima valoare obținută se consideră bună.

Se precizează că, în loc de dus și întors, nivelmentul geometric se poate executa numai dus, făcînd stații duble în fiecare niveleu. La fiecare stație, se calculează diferența de nivel dintre punctele niveleului. Valorile obținute, din cele două stații, în același niveleu, trebuie să fie egale, putînd diferi între ele în limita toleranței.

După terminarea nivelmentului la întors, se controlează calculul diferențelor de nivel cu relația dată mai sus. Se determină, apoi, mediile diferențelor de nivel obținute la dus și la întors, sau prin stații duble, și cu ajutorul lor, se calculează cotele absolute sau arbitrare ale punctelor, pornind de la cota punctului inițial, care poate fi absolută, cînd este cunoscută, sau luată arbitrar, în caz contrar.

15.14. DRUMUIRI CU RADIERI DE NIVELMENT GEOMETRIC

Caracteristici generale. În mod obișnuit, nivelmentul geometric, pe trasee lungi și pe suprafețe mari, se execută prin drumuiri combinate cu radieri.

Astfel, pe axul unei lucrări sau pe o suprafață, care se ridică nivelitic, în afară de capetele niveleelor, care constituie punctele de drumuire sau punctele de legătură, mai există și alte puncte, care pot fi situate atît pe ax, cît și de o parte și alta a lui. Aceste puncte se ridică nivelitic prin

radieri, din aceleaşi staţii, care se execută pentru nivelmentul geometric prin metoda drumuirii. Deci, odată cu metoda drumuirii se aplică şi metoda radierii pentru ridicarea nivelitică a punctelor de pe un ax sau de pe o suprafaţă. Această metodă, prin care drumuirea se aplică împreună cu radieri poartă numele de *metoda drumuirii combinată cu radieri de nivelment geometric*. Drumuirea combinată cu radieri poate fi sprijinită, în circuit închis sau dus şi întors.

Pe teren, prin această metodă, în fiecare staţie, se vizează, mai întîi, punctele de legătură, adică punctele de drumuire şi apoi, punctele de radiere.

Calculele, la metoda drumuirii combinată cu radieri, se pot face separat sau concomitent. În mod separat, adică, mai întîi, pentru punctele de drumuire şi apoi pentru punctele de radiere, calculele se efectuează prin metoda cotelor faţă de punctul cu cotă cunoscută. Concomitent sau în ansamblu, adică atît pentru punctele de drumuire cît şi pentru punctele de radiere, calculele se aplică prin metoda cotelor de la punct la punct sau prin metoda cotei planului de vizare. În cazul unei drumuiri cu un număr mic de radieri în fiecare staţie, metoda cea mai economică este metoda cotelor de la punct la punct, iar în cazul unei drumuiri cu un număr mare de radieri, la fiecare staţie, metoda cea mai expeditivă este metoda cotei planului de vizare.

15.14.1. CALCULUL DRUMUIRII CU RADIERI DE NIVELMENT GEOMETRIC PRIN METODA COTELOR FAŢĂ DE PUNCTUL CU COTĂ CUNOSCUTĂ

Drumuire sprijinită combinată cu radieri. Pe axul unui canal de irigaţie, pichetat cu „punct şi martor“ din 25 în 25 m, s-a executat o drumuire combinată cu radieri de nivelment geometric între punctele cu cote cunoscute R_1 şi R_2.

Pentru ridicarea nivelitică a punctelor pichetate, s-au stabilit patru nivelee (*A*, *B*, *C* şi *D*), avînd capetele în punctele R_1, 4, 8, 12 şi R_2. În primul niveleu, s-a staţionat în *A*, s-a vizat înapoi, punctul cu cotă cunoscută R_1 şi înainte, punctul 4. Apoi, s-au vizat punctele intermediare 1, 2 şi 3, care constituie punctele de radiere. Citirile pe miră se notează în carnetul de nivelment (tabelul 15.1) în ordinea următoare : citirea la punctul înapoi, în coloana „înapoi“, după aceasta, citirile la punctele de radiere, în coloana „intermediare“ şi la urmă, citirea la punctul de drumuire înainte, în coloana „înainte“. În acest fel, în staţia următoare, nu mai este nevoie să fie scis încă o dată punctul de legătură, adică, în exemplul dat, punctul 4. Se procedează la fel în celelalte nivelee.

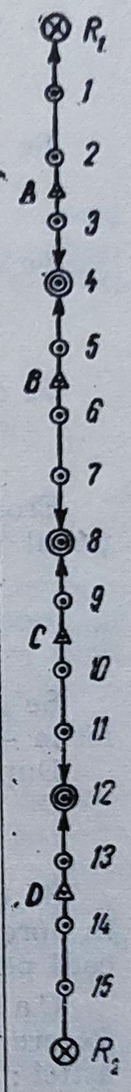
Calculul drumuirii cu radieri de nivelment geometric prin metoda cotelor faţă de punctul cu cotă cunoscută se efectuează după cum urmează.

Se calculează, mai întîi, drumuirea şi apoi, radierile.

Tabelul 15.1

Drumuire sprijinită combinată cu radieri de nivelment geometric calculată prin metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută

Stații	Nr. punct vizat	Distanța	Citiri de miră			Diferențe de nivel		Corecții	Cote absolute		Nr. punct cotat	Schița
			înapoi	interm.	înainte	+	−		m	mm		
	R_1		1 327						23	725	R_1	
	1	25		1 495			0 168		23	557	1	
Δ A	2	25		1 242		0 085			23	810	2	
	3	25		1 529			0 202		23	523	3	
	4	25	1 278		1 653		0 326	−2	23	397	4	
	5	25		1 156		0 122			23	519	5	
Δ B	6	25		1 392			0 114		23	283	6	
	7	25		1 105		0 173			23	570	7	
	8	25	1 356		1482		0 204	−2	23	191	8	
	9	25		1 437			0 081		23	110	9	
Δ C	10	25		1 293		0 063			23	254	10	
	11	25		1 525			0 169		23	022	11	
	12	25	1 425		1 479		0 123	−3	23	065	12	
	13	25		1 483			0 058		23	007	13	
Δ D	14	25		1 357		0 068			23	133	14	
	15	25		1 561			0 136		22	929	15	
	R_2	25			1 638		0 213	−3	22	849	R_2	
Sume		400	5,386	—	6,252	0,000	0,866	−10		—		



Diferențe −0,866 −0,866 −0,876

Eroarea $e_H = Z_s - Z_p - \sum H_i = 22{,}849 - 23{,}725 - (-0{,}866) = -0{,}010$ m

Toleranța $T = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{L} = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{0{,}40} = \pm 19 \text{ mm} = \pm 0{,}019$ m

Corecția $c_H = \frac{e_H}{N} = \frac{-0{,}010}{4} = -0{,}0025$ m .

Calculul drumuirii. Se calculează diferența de nivel între punctele de drumuire la fiecare niveleu, astfel :

— în niveleul A : $H_{R1-4} = C_{R1} - C_4 = 1\,327 - 1\,653 = -0\,326$

— în niveleul B : $H_{4-8} = C_4 - C_8 = 1\,278 - 1\,482 = -0\,204$

— în niveleul C : $H_{8-12} = C_8 - C_{12} = 1\,356 - 1\,479 = -0\,123$

— în niveleul D : $H_{12-R2} = C_{12} - C_{R2} = 1\,425 - 1\,638 = -0\,213$

$$\sum H_i = -0\,866$$

Se calculează suma algebrică a diferențelor de nivel, adică :

$$\sum H_i = H_{R1-4} + H_{4-8} + H_{8-12} + H_{12-R2} = -0{,}866 \text{ m.}$$

Se determină eroarea de închidere a drumuirii cu formula :

$$e_H = Z_s - Z_p - \sum H_i = 22{,}849 - 23{,}725 - (-0{,}866) = -0{,}010 \text{ m.}$$

Se calculează toleranța cu formula :

$$T = \pm 30 \text{ mm } \sqrt{L} = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{0{,}40} = \pm 19 \text{ mm} = \pm 0{,}019 \text{ m.}$$

Eroarea e_H, fiind mai mică decît toleranța T, se compensează proporțional cu lungimea niveleelor. Întrucît niveleele sînt egale, rezultă :

$$c_H = \frac{e_H}{N} = \frac{-0{,}010 \text{ m}}{4} = -0{,}0025 \text{ m.}$$

Se corectează diferențele de nivel dintre punctele de drumuire cu valorile —2 mm și —3 mm și se obțin diferențele de nivel definitive.

După corectarea diferențelor de nivel, trebuie să fie satisfăcută relația :

$$Z_s - Z_p = -0{,}876 \text{ m} = \sum H_i = -0{,}876 \text{ m.}$$

Se calculează cotele absolute ale punctelor de drumuire, din aproape în aproape, pornind de la cota absolută a reperului R_1 și trebuie să se cadă peste cota absolută a reperului R_2.

Calculul radierilor. Se calculează diferențele de nivel, în fiecare niveleu, prin metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută, astfel :

— În niveleul A : $H_{R1-1} = C_{R1} - C_1 = 1\,327 - 1\,495 = -0{,}168$;

$H_{R1-2} = C_{R1} - C_2 = 1\,327 - 1\,242 = +0{,}085$;

$H_{R1-3} = C_{R1} - C_3 = 1\,327 - 1\,529 = -0{,}202$.

— În niveleul B : $H_{4-5} = C_4 - C_5 = 1\,278 - 1\,156 = +0{,}122$;

$H_{4-6} = C_4 - C_6 = 1\,278 - 1\,392 = -0{,}114$;

$H_{4-7} = C_4 - C_7 = 1\,278 - 1\,105 = +0{,}173$.

Se procedează la fel în celelalte nivelee (C și D).

După determinarea diferențelor de nivel, se calculează cotele absolute ale punctelor de radiere din fiecare niveleu cu relațiile :

— În niveleul A : $Z_1 = Z_{RI} + H_{RI-1} = 23{,}725 - 0{,}168 = 23{,}557$;

$Z_2 = Z_{RI} + H_{RI-2} = 23{,}725 + 0{,}085 = 23{,}810$;

$Z_3 = Z_{RI} + H_{RI-3} = 23{,}725 - 0{,}202 = 23{,}523.$

— În niveleul B : $Z_5 = Z_4 + H_{4-5} = 23{,}397 + 0{,}122 = 23{,}519$;

$Z_6 = Z_4 + H_{4-6} = 23{,}397 - 0{,}114 = 23{,}283$;

$Z_7 = Z_4 + H_{4-7} = 23{,}397 + 0{,}173 = 23{,}570.$

În celelalte nivelee (C și D) se procedează la fel.

Se menționează că, la această metodă, controlul calculului, nu se poate face în ansamblu, adică pe întreaga drumuire combinată cu radieri ci numai pe fiecare niveleu sau stație, așa cum s-a arătat la metoda radierii calculată prin metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută.

15.14.2. CALCULUL DRUMUIRII CU RADIERI DE NIVELMENT GEOMETRIC PRIN METODA COTELOR DE LA PUNCT LA PUNCT

Prin metoda cotelor de la punct la punct, nu se separă punctele de drumuire de cele de radiere, iar calculul se face împreună atît pentru punctele de drumuire cît și pentru punctele de radiere. În acest scop, fiecare citire pe miră, făcută la un punct nou, contează ca „citire înainte“, pentru determinarea cotei punctului respectiv, și apoi, ca „citire înapoi“ pentru determinarea cotei punctului următor.

Procedînd în acest mod, se poate efectua controlul calculului în ansamblu, adică atît pentru punctele de drumuire cît și pentru cele de radiere.

În tabelul 15.2 este redată o drumuire sprijinită combinată cu radieri de nivelment geometric calculată prin metoda cotelor de la punct la punct. În acest tabel se poate urmări ușor desfășurarea calculelor, care constă din următoarele operații.

Calculul diferențelor de nivel. Calculul diferențelor de nivel se face de la punct la punct cu formula nivelmentului geometric de mijloc, adică $H_{i-j} = C_i - C_j$, aplicată în fiecare niveleu.

Potrivit datelor din tabelul 15.2, rezultă :

— în niveleul I : $H_{A-1} = C_A - C_1 = 1053 - 1268 = -0{,}215$

$H_{1-} = C_1 - C_2 = 1268 - 1192 = +0{,}076$

$H_{2-3} = C_2 - C_3 = 1192 - 1085 = +0{,}107$

$H_{3-4} = C_3 - C_4 = 1085 - 1207 = -0{,}122$

$H_{4-5} = C_4 - C_5 = 1207 - 1359 = -0{,}152$

Tabelul 15.2

Drumuire sprijinită combinată cu radieri de nivelment geometric calculată prin metoda cotelor de la punct la punct

Staţii	Nr. pct. vizat	Distanţe	Citiri pe mină			Diferenţe de nivel		Corecţii	Cote absolute		Nr. pct.	Schiţa
			înapoi	interm.	înainte	+	−		m	mm		
	A		1 053						85	367	*A*	
	1	25		1 268			0 215		85	152	1	
	2	25		1 192		0 076			85	228	2	
Δ I	3	25		1 085		0 107			85	335	3	
	4	25		1 207			0 122		85	213	4	
	5	25	1 342		1 358		0 152	+4	85	065	5	
	6	25		1 485			0 143		84	922	6	
	7	25		1 376		0 109			85	031	7	
Δ II	8	25		1 493			0 117		84	914	8	
	9	25		1 562			0 069		84	845	9	
	10	25	1 288		1 475	0 087		+4	84	936	10	
	11	25		1 347			0 061		84	875	11	
	12	25		1 425			0 078		84	797	12	
Δ III	13	25		1 336		0 089			84	886	13	
	14	25		1 472			0 136		84	750	14	
	B	25			1 553		0 081	+5	84	674	*B*	
Sume		375	3,681		4,387	0,468	1,174	+13				
Diferenţe				−0,706			−0,706		−0,693			

Eroarea $e_H = Z_s - Z_p - \sum H_i = 84{,}674 - 85{,}367 - (-0{,}706) = +0{,}013$ m

Toleranţe $T = \pm 30 \text{ mm } \sqrt{L} = \pm 30 \text{ mm } \sqrt{0{,}375} = \pm 18 \text{ mm} = \pm 0{,}018$ m

Corecţia $c_H = \frac{e_H}{N} = \frac{+0{,}013}{3} = +0{,}0043$ m

— în niveleul II : $H_{5-6} = C_5 - C_6 = 1342 - 1485 = -0{,}143$

$H_{6-7} = C_6 - C_7 = 1485 - 1376 = +0{,}109$

$\vdots$

$H_{9-10} = C_9 - C_{10} = 1562 - 1475 = +0{,}087$

În niveleul următor, se procedează la fel.

După calculul diferenţelor de nivel de la punct la punct, se efectuează controlul calculului.

Controlul calculului diferenţelor de nivel. Controlul calculului diferenţelor de nivel se face cu relaţia :

$$\Sigma a - \Sigma b = \Sigma(+H) - \Sigma(-H)$$

în care Σa — suma citirilor pe miră înapoi $= 3{,}681$; Σb — suma citirilor pe miră înainte $= 4{,}387$; $\Sigma(+H)$ — suma diferenţelor de nivel pozitive $= 0{,}468$; $\Sigma(-H)$ — suma diferenţelor de nivel negative $= 1{,}174$.

Conform relaţiei de mai sus, rezultă :

$$\Sigma a - \Sigma b = 3{,}681 - 4{,}387 = -0{,}706$$

$$\Sigma(+H) - \Sigma(-H) = 0{,}468 - 1{,}174 = -0{,}706$$

Deci, fiind satisfăcută relaţia $\Sigma a - \Sigma b = \Sigma(+H) - \Sigma(-H) = -0{,}706$ rezultă că diferenţele de nivel, de la punct la punct, sînt bine calculate.

Calculul erorii de închidere. Drumuirea de nivelment geometric fiind sprijinită pe punctele A şi B, cu cote cunoscute, înseamnă că eroarea de închidere se determină cu relaţia :

$$e_H = Z_s - Z_p - \Sigma H_i = 84{,}674 - 85{,}367 - (-0{,}706) = +0{,}013 \text{ m}$$

Se calculează toleranţa, adică :

$$T = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{L} = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{0{,}375} = \pm 18 \text{ mm} = \pm 0{,}018 \text{ m}.$$

Eroarea $e_H (+0{,}013 \text{ m})$ fiind mai mică decît toleranţa $T (\pm 0{,}018 \text{ m})$, rezultă că măsurările sînt bune şi urmează compensarea erorii.

Compensarea erorii de închidere. Compensarea erorii de închidere se face proporţional cu numărul niveleelor. Întrucît, drumuirea are niveleele egale, rezultă că diferenţele de nivel, corespunzătoare punctelor de drumuire, se vor corecta cu aceeaşi valoare, adică :

$$c_H = \frac{e_H}{N} = \frac{+0{,}013 \text{ m}}{3} = +0{,}0043 \text{ m}.$$

Deci, diferenţele de nivel, corespunzătoare punctelor de drumuire 5 şi 10, se vor corecta cu $+4$ mm, iar pentru acoperire, diferenţa de nivel, corespunzătoare punctului de închidere B, se va corecta cu $+5$ mm, astfel ca suma corecţiilor să fie egală cu eroarea de închidere (13 mm).

Calculul cotelor absolute. Cotele absolute se calculează, ca și diferențele de nivel, de la punct la punct, plecînd de la cota punctului A, adică :

$$Z_1 = Z_A + H_{A-1} = 85{,}367 + (-0{,}215) = 85{,}152$$
$$Z_2 = Z_1 + H_{1-2} = 85{,}152 + (+0{,}076) = 85{,}228$$
$$\vdots$$
$$Z_5 = Z_4 + H_{4-5} = 85{,}213 + (-0{,}152 + 0{,}004) = 85{,}065$$
$$Z_6 = Z_5 + H_{5-6} = 85{,}065 + (-0{,}143) = 84{,}922.$$

Se procedează la fel în continuare și trebuie să se obțină pentru punctul B, o valoare egală cu cota absolută cunoscută (84,674). În caz contrar, calculul este greșit și trebuie refăcut.

Calculul drumuirii combinată cu radieri de nivelment geometric prin metoda cotelor de la punct la punct este mai expeditiv decît cel prin metoda cotelor față de punctul cu cotă cunoscută. În afară de aceasta, metoda de la punct la punct permite să se efectueze controlul calculului în ansamblu atît pentru punctele de drumuire cît și pentru cele de radiere. Un alt avantaj îl constituie faptul că atenția operatorului este mai puțin solicitată la calculul de la punct la punct decît în cazul cînd se efectuează diferențele de nivel față de punctul cu cotă cunoscută.

15.14.3. CALCULUL DRUMUIRII CU RADIERI DE NIVELMENT GEOMETRIC PRIN METODA COTEI PLANULUI DE VIZARE

Drumuirea cu radieri de nivelment geometric, în cazul cînd urmează să se calculeze prin metoda cotei planului de vizare, se înregistrează într-un formular, care cuprinde următoarele coloane : stația, numărul punctului vizat, distanța, citiri pe miră (înapoi, intermediare, înainte), cota planului de vizare, cote provizorii, corecții, cote definitive, numărul punctului cotat și schița, așa cum se vede în tabelul 15.3.

În tabelul 15.3, s-au înregistrat datele și calculele pentru ridicarea nivelitică a unei suprafețe prin metoda drumuirii în circuit închis combinată cu radieri de nivelment geometric. Suprafața ridicată nivelitic, în vederea amenajării unei orezării, a fost pichetată în caroiaj cu latura de 50 m.

Stațiile de drumuire (A, B, C și D) s-au ales astfel ca niveleele să fie aproximativ egale, iar în fiecare stație s-a executat nivelment geometric de mijloc (fig. 15.44).

Calculul drumuirii cu radieri de nivelment geometric prin metoda cotei planului de vizare cuprinde următoarele operații.

Calculul cotei planului de vizare. Calculul cotei planului de vizare se face pentru fiecare niveleu sau stație. Astfel, pentru stația A, cota planului de vizare este egală cu cota punctului cunoscut, citit înapoi, la care se adaugă citirea pe miră la acest punct, adică :

$$Z_{v\,(A)} = Z_{12} + C_{12} = 20{,}000 + 1{,}356 = 21{,}356$$

Tabelul 15.3

Drumuire în circuit închis combinată cu radieri de nivelment geometric calculată prin metoda cotei planului de vizare

Staţii	Nr. pct. vizat	Distanţe	Citiri pe mină			Cota plan vizare	Cote provizorii	Corecţii	Cote definitive	Nr. pct. cotat	Schiţa
			înapoi	interm.	înainte						
	12		1 356			21,356	20,000		20,000	12	
	9			1 523			19,833		19,833	9	
	13			1 192			20,164		20,164	13	
	11			1 457			19,899		19,899	11	
△ A	10			1 285			20,071		20,071	10	
	1			1 647			19,709		19,709	1	
	2			1 705			19,651		19,651	2	
	3			1 528			19,828		19,828	3	
	8		1 492		1 635	21,213	19,721	+ 4	19,725	8	
	7			1 253			19,960		19,964	7	
	4			1 365			19,848		19,852	4	
	5			1 419			19,794		19,798	5	
△ B	6			1 682			19,531		19,535	6	
	15			1 095			20,118		20,122	15	
	14		1 549		1 267	21,495	19,946	+ 8	19,954	14	(v. fig. 15.44.)
	17			1 723			19,772		19,780	17	
	16			1 286			20,209		20,217	16	
	25			1 395			20,100		20,108	25	
△ C	24			1 523			19,972		19,980	24	
	23			1 635			19,860		19,868	23	
	18		1 379		1 428	21,446	20,067	+12	20,079	18	
	19			1 486			19,960		19,972	19	
	22			1 575			19,871		19,883	22	
	21			1 352			20,094		20,106	21	
△ D	20			1 127			20,319		20,331	20	
	12				1 462		19,984	+16	20,000	12	
Sume		500		5,776	5,796						
Diferenţe				−0,016				−0,016			

Eroarea $e_H = Z_d - Z_p = 20{,}000 - 19{,}884 = +0{,}016 \text{ m} = +16 \text{ mm}$

Toleranţa $T = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{L} = 30 \text{ mm} \sqrt{0{,}50} = \pm 21 \text{ mm}$

Corecţia $c_H = \frac{e_H}{4} = \frac{+16 \text{ mm}}{4} = +4 \text{ mm}$

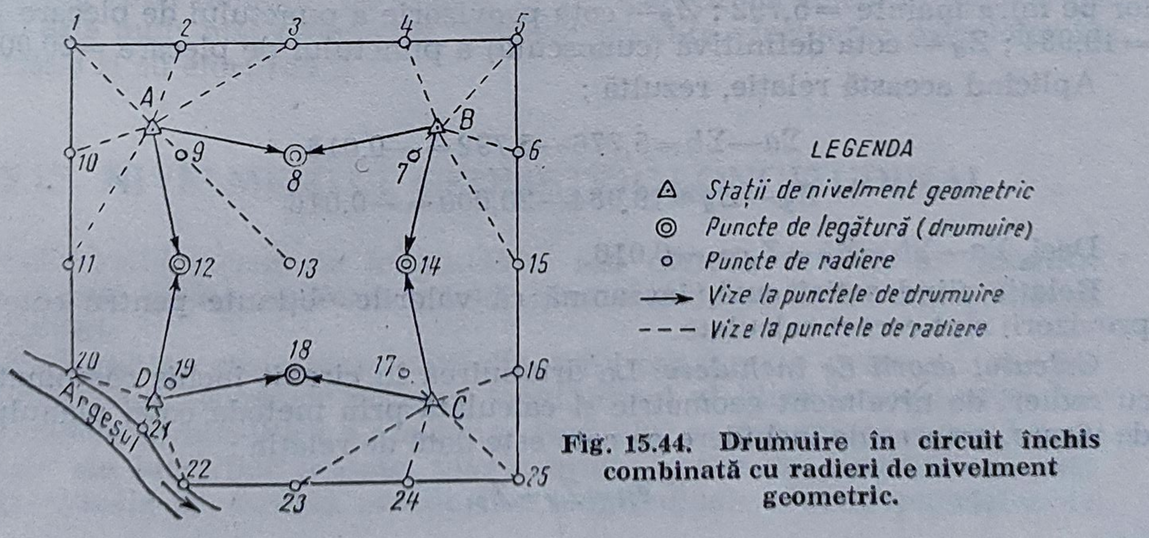


Fig. 15.44. Drumuire în circuit închis combinată cu radieri de nivelment geometric.

Calculul cotelor provizorii. Cotele provizorii se calculează, de asemenea, pentru punctele determinate din fiecare niveleu sau staţie. Astfel, pentru staţia A, din cota planului de vizare se scade citirea pe miră la fiecare punct, determinat din această staţie, şi rezultă cotele provizorii :

$$Z_9 = Z_{v\,(A)} - C_9 = 21{,}356 - 1{,}523 = 19{,}833$$

$$Z_{13} = Z_{v\,(A)} - C_{13} = 21{,}356 - 1{,}192 = 20{,}164$$

$$\vdots$$

$$Z'_8 = Z_{v\,(A)} - C_8 = 21{,}356 - 1{,}635 = 19{,}721.$$

În continuare, se calculează cota planului de vizare pentru staţia B şi cotele provizorii ale punctelor ridicate nivelitic din această staţie.

Cota planului de vizare pentru staţia B este egală cu cota provizorie a punctului citit înainte din staţia precedentă (A) la care se adună citirea pe miră înapoi, făcută la acelaşi punct din staţia B, adică :

$$Z_{v\,(B)} = Z'_8 + C'_8 = 19{,}721 + 1{,}492 = 21{,}213,$$

în care Z'_8 este cota provizorie a punctului 8 ; C'_8 — citirea pe miră înapoi la punctul 8 din staţia B.

Avînd cota planului de vizare pentru staţia B, se calculează cotele provizorii ale punctelor determinate din această staţie, astfel :

$$Z'_7 = Z_{v\,(B)} - C_7 = 21{,}213 - 1{,}253 = 19{,}960$$

$$Z'_4 = Z_{v\,(B)} - C_4 = 21{,}213 - 1{,}365 = 19{,}848$$

$$\vdots$$

$$Z'_{14} = Z_{v\,(B)} - C_{14} = 21{,}213 - 1{,}267 = 19{,}946.$$

Se procedează la fel pentru calculul cotei planului de vizare şi calculul cotelor provizorii din celelalte staţii C şi D.

Controlul calculului. Controlul calculului cotelor provizorii se face în ansamblu, adică atît pentru punctele de drumuire cît şi pentru cele de radiere, cu relaţia :

$$\Sigma a - \Sigma b = Z_p - Z_d,$$

în care Σa este suma citirilor pe miră înapoi $= 5{,}776$; Σb — suma citirilor pe miră înainte $= 5{,}792$; Z_p — cota provizorie a punctului de plecare $=$ $= 19{,}984$; Z_d — cota definitivă (cunoscută) a punctului de plecare $= 20{,}000$.

Aplicînd această relaţie, rezultă :

$$\Sigma a - \Sigma b = 5{,}776 - 5{,}792 = -0{,}016$$

$$Z_p - Z_d = 19{,}984 - 20{,}000 = -0{,}016$$

Deci, $\Sigma a - \Sigma b = Z_p - Z_d = -0{,}016$.

Relaţia fiind satisfăcută, înseamnă că valorile obţinute pentru cotele provizorii sînt corect calculate.

Calculul erorii de închidere. La drumuirea în circuit închis combinată cu radieri de nivelment geometric şi calculată prin metoda cotei planului de vizare, eroarea de închidere pe cote este dată de relaţia :

$$e_H = Z_d - Z_p,$$

în care Z_d este cota definitivă a punctului cunoscut ; Z_p — cota provizorie, obținută prin calcul, a aceluiași punct.

Deci, eroarea de închidere pe cote are valoarea :

$$e_H = 20{,}000 - 19{,}984 = +0{,}016 \text{ m}.$$

Toleranța are valoarea : $T = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{L} = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{0{,}50} = \pm 21 \text{ mm}$.

Eroarea ($e_H = +16$ mm) fiind mai mică decît toleranța ($T = \pm 21$ mm) rezultă că lucrarea este bună.

Compensarea erorii de închidere. Eroarea de închidere pe cotele provizorii se compensează în progresie aritmetică, deoarece, la calculul cotelor provizorii, ea s-a cumulat de la o stație la alta. De aceea, se împarte eroarea (e_H) la numărul stațiilor și se obține corecția pentru prima stație, adică :

$$c_H = \frac{e_H}{\text{nr. stațiilor}} = \frac{+0{,}016 \text{ m}}{4} = +0{,}004 \text{ m}.$$

Această corecție se aplică în progresie aritmetică la cotele provizorii ale punctelor de drumuire citite înainte.

În consecință cota provizorie a punctului 8 se corectează cu $c_H = +4$ mm ; a punctului 14, cu $2c_H = +8$ mm ; a punctului 18, cu $3c_H = +12$, iar a punctului 12 (la închidere), cu $4c_H = +16$ mm, obținîndu-se cotele definitive ale punctelor de drumuire 8, 14, 18 și 12.

Cotele provizorii, determinate din prima stație (A) pentru punctele de radiere, nu suferă nici o corecție și deci, ele corespund cu cele definitive.

Cotele provizorii ale punctelor de radiere, determinate din stațiile B, C și D, se corectează cu aceeași valoare cu care s-a corectat cota provizorie a punctului de drumuire citit înapoi din stația respectivă.

Deci, cotele provizorii ale punctelor de radiere 7, 4, 5, 6 și 15 determinate din stația B, se corectează cu $c_H = +4$ mm ; cotele provizorii ale punctelor de radiere 17, 16, 25, 24 și 23, determinate din stația C, se corectează cu $2c_H = +8$ mm, iar cotele provizorii ale punctelor de radiere 19, 22, 21 și 20, determinate din stația D, se corectează cu $3c_H = +12$ mm.

Se obțin cotele definitive ale punctelor de radiere.

Metoda cotei planului de vizare, în comparație cu celelalte metode de calcul, este mult mai economică, întrucît permite efectuarea calculelor în mod rapid și cu efort redus.

15.15. NIVELMENTUL GEOMETRIC LONGITUDINAL

Nivelmentul geometric longitudinal sau metoda profilurilor longitudinale constă în determinarea cotelor terenului de pe axul longitudinal al unei lucrări.

Astfel, pentru proiectarea unui dig, unui canal, unui drum etc. se execută nivelment geometric pe axul longitudinal al lucrării respective. Întrucît, ridicarea nivelitică a punctelor terenului se execută pe axele longitudinale ale lucrărilor arătate, nivelmentul geometric longitudinal mai poartă numele de metoda profilurilor longitudinale. Cotele punctelor de

în care Z_d este cota definitivă a punctului cunoscut ; Z_p — cota provizorie, obținută prin calcul, a aceluiași punct.

Deci, eroarea de închidere pe cote are valoarea :

$$e_H = 20{,}000 - 19{,}984 = +0{,}016 \text{ m}.$$

Toleranța are valoarea : $T = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{L} = \pm 30 \text{ mm} \sqrt{0{,}50} = \pm 21 \text{ mm}$.

Eroarea ($e_H = +16$ mm) fiind mai mică decît toleranța ($T = \pm 21$ mm) rezultă că lucrarea este bună.

Compensarea erorii de închidere. Eroarea de închidere pe cotele provizorii se compensează în progresie aritmetică, deoarece, la calculul cotelor provizorii, ea s-a cumulat de la o stație la alta. De aceea, se împarte eroarea (e_H) la numărul stațiilor și se obține corecția pentru prima stație, adică :

$$c_H = \frac{e_H}{\text{nr. stațiilor}} = \frac{+0{,}016 \text{ m}}{4} = +0{,}004 \text{ m}.$$

Această corecție se aplică în progresie aritmetică la cotele provizorii ale punctelor de drumuire citite înainte.

În consecință cota provizorie a punctului 8 se corectează cu $c_H = +4$ mm ; a punctului 14, cu $2c_H = +8$ mm ; a punctului 18, cu $3c_H = +12$, iar a punctului 12 (la închidere), cu $4c_H = +16$ mm, obținîndu-se cotele definitive ale punctelor de drumuire 8, 14, 18 și 12.

Cotele provizorii, determinate din prima stație (A) pentru punctele de radiere, nu suferă nici o corecție și deci, ele corespund cu cele definitive.

Cotele provizorii ale punctelor de radiere, determinate din stațiile B, C și D, se corectează cu aceeași valoare cu care s-a corectat cota provizorie a punctului de drumuire citit înapoi din stația respectivă.

Deci, cotele provizorii ale punctelor de radiere 7, 4, 5, 6 și 15 determinate din stația B, se corectează cu $c_H = +4$ mm ; cotele provizorii ale punctelor de radiere 17, 16, 25, 24 și 23, determinate din stația C, se corectează cu $2c_H = +8$ mm, iar cotele provizorii ale punctelor de radiere 19, 22, 21 și 20, determinate din stația D, se corectează cu $3c_H = +12$ mm.

Se obțin cotele definitive ale punctelor de radiere.

Metoda cotei planului de vizare, în comparație cu celelalte metode de calcul, este mult mai economică, întrucît permite efectuarea calculelor în mod rapid și cu efort redus.

15.15. NIVELMENTUL GEOMETRIC LONGITUDINAL

Nivelmentul geometric longitudinal sau metoda profilurilor longitudinale constă în determinarea cotelor terenului de pe axul longitudinal al unei lucrări.

Astfel, pentru proiectarea unui dig, unui canal, unui drum etc. se execută nivelment geometric pe axul longitudinal al lucrării respective. Întrucît, ridicarea nivelitică a punctelor terenului se execută pe axele longitudinale ale lucrărilor arătate, nivelmentul geometric longitudinal mai poartă numele de metoda profilurilor longitudinale. Cotele punctelor de

pe axul longitudinal servesc atît pentru stabilirea elementelor geometrice, în plan vertical, cît și pentru calculul terasamentelor ale lucrărilor care se proiectează pentru execuție.

Axul lucrării se stabilește de proiectant și poate fi format dintr-un singur aliniament sau mai multe aliniamente, în raport de configurația terenului, de condiții tehnice speciale și de mărimea lucrării.

Capetele axelor lungi se ridică planimetric cu teodolitul prin metoda intersecției sprijinită pe punctele geodezice, iar extremitățile aliniamentelor componente se determină cu teodolitul și cu panglica prin metoda drumuirii. După trasarea aliniamentelor se pichetează axul lucrării, cu punct și martor, la distanțe egale cu 20, 25, 50 sau 100 m, după precizia cu care se urmărește obținerea reliefului. Dacă între punctele pichetate la distanțe egale, se află puncte caracteristice, cu declivități sau ridicături, se pichetează și acestea și se determină planimetric ca puncte pe aliniament.

Nivelmentul geometric, pe axul pichetat, se aplică prin drumuiri sprijinite pe repere cu cote cunoscute sau prin drumuiri nelegate (dus și întors) combinate cu radieri.

Controlul nivelmentului geometric, pe teren, se face prin metoda stațiilor duble sau prin metoda așezării mirei pe punct și pe martor.

Prin *metoda așezării mirei pe punct și pe martor*, în fiecare niveleu se citește, înapoi și înainte, pe mira așezată pe punct și pe martor.

Diferența de nivel între punct și martor, obținută la viza înainte într-o stație, trebuie să fie egală cu cea determinată, pentru același punct și martor, în stația următoare, la viza înapoi.

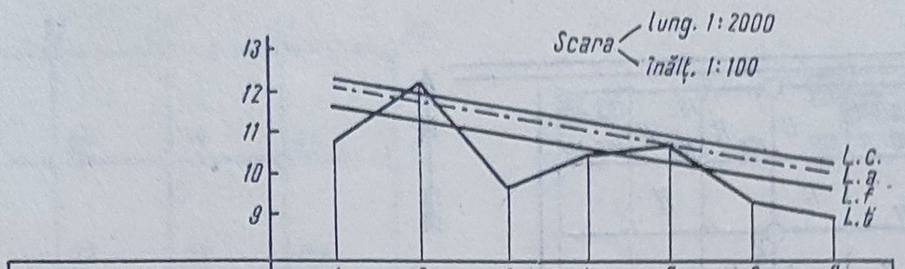
Prin calcul, controlul nivelmentului geometric longitudinal se face așa cum s-a arătat la calculul drumuirii combinată cu radieri.

Cu elementele obținute la nivelmentul geometric longitudinal (distanțe și cote) se întocmește profilul longitudinal al terenului pe axul lucrării ce se proiectează pentru execuție.

Profilul longitudinal reprezintă, în plan vertical, linia terenului pe axul lucrării respective. Pe profil, în afară de linia terenului, se mai reprezintă și liniile caracteristice ale lucrărilor ce se proiectează. De exemplu, în cazul unui canal de irigație, se mai reprezintă linia fundului, linia apei în canal, linia coronamentului digulețelor etc., așa cum se arată în figura 15.45.

Profilul longitudinal se întocmește pe hîrtie milimetrică, în raport de două axe perpendiculare, marcîndu-se, pe axa orizontală, distanțele, iar pe axa verticală cotele. Distanțele orizontale se raportează pe axa orizontală la o scară egală cu scara planului terenului, iar cotele sau înălțimile se raportează la o scară mai mare de 10, 20, 50 sau 100 ori decît scara lungimilor, pentru a se reda cît mai sugestiv formele terenului. Sub axa orizontală, se trasează o serie de linii paralele necesare pentru caracteristicile lucrării. Distanța între linii se ia de 5 sau 10 mm, după cum este necesar să se scrie valorile caracteristice ale lucrării, orizontal sau vertical.

Cotele, pe axa verticală, se notează cu valori rotunde, pornind de la o valoare imediat inferioară cotei celei mai mici pînă la o valoare imediat superioară cotei celei mai mari ce trebuie să apară pe profil. Punctele pro-



Nr. punctului		1	2	3	4	5	6	7
Cota terenului		11,80	12,10	9,50	10,30	10,70	9,20	9,15
Cota fundului		11,30	11,00	11,70	10,40	10,10	9,90	9,50
Cota apei		11,75	11,45	11,15	10,85	10,55	10,25	9,95
Cota coronamentului		11,95	11,65	11,35	11,05	10,75	10,45	10,15
Distanțe	parțiale		50	50	50	50	50	50
	cumulate	0	50	100	150	200	250	300

Fig. 15.45. Întocmirea profilului longitudinal.

filului se obțin la intersecția verticalelor punctelor de pe axa orizontală cu orizontalele corespunzătoare cotelor.

Profilul longitudinal este piesa care servește la calculul terasamentelor și la aplicarea pe teren a lucrării proiectate.

15.16. NIVELMENTUL GEOMETRIC TRANSVERSAL

Nivelmentul geometric transversal sau metoda profilurilor transversale constituie nivelmentul geometric de suprafață, care se aplică în cazul suprafețelor de formă alungită și cu o lățime care nu depășește 300 m. În lucrările de îmbunătățiri funciare, nivelmentul geometric transversal se aplică pe benzile alese pentru studii în vederea proiectării unui dig, unui canal, unui baraj, unui drum etc. De aceea acest fel de nivelment geometric se mai numește și *nivelment geometric pe bandă.*

Pentru ridicarea nivelitică, se alege un ax la mijlocul benzii și se pichetează la intervale egale cu 25, 50 sau 100 m, în funcție de densitatea de puncte cerută. În punctele pichetate, se ridică perpendiculare cu aparatul, de o parte și alta a axului, și se pichetează și acestea la aceleași intervale ca și axul (fig. 15.46).

Ridicarea nivelitică a punctelor de pe întreaga bandă, adică atît a celor de pe ax cît și a celor pichetate de o parte și alta a axului, se face prin drumuiri combinate cu radieri de nivelment geometric. Drumuirile pot fi sprijinite, în circuit închis sau dus și întors.

În cazul unei suprafețe mari și cu acoperiri care împiedică vizibilitatea, se determină, pe perimetru, o axă principală, iar, în interiorul supra-

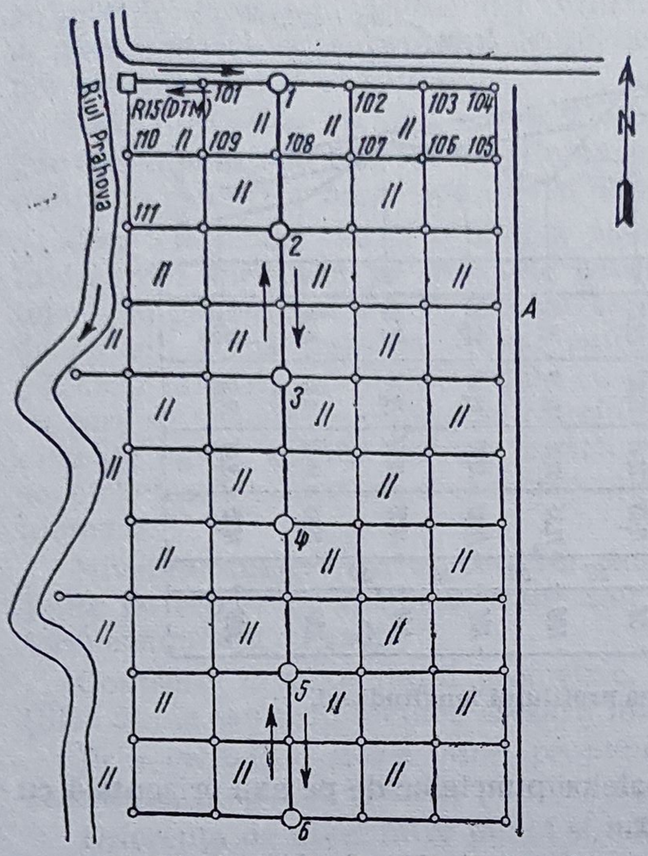


Fig. 15.46. Nivelmentul geometric pe bandă.

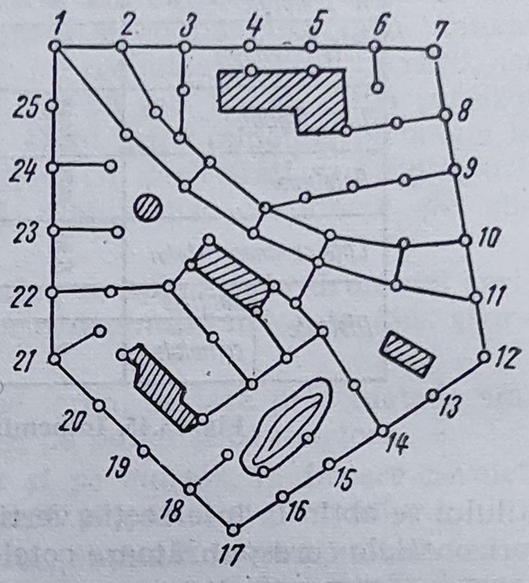


Fig. 15.47. Nivelmentul geometric pe suprafețe mari cu acoperiri.

feței, mai multe axe secundare, pe care se ridică perpendiculare sau transversale (fig. 15.47). Ridicarea nivelitică, se face, de asemenea, prin drumuiri cu radieri de nivelment geometric.

15.17. NIVELMENTUL GEOMETRIC ÎN CAROIAJ

Nivelmentul geometric în caroiaj se aplică pe suprafață, în cazul cînd relieful terenului este puțin frămîntat și fără vegetație care să împiedice vizibilitatea în interior. În lucrările de îmbunătățiri funciare, nivelmentul geometric în caroiaj se execută pentru nivelarea terenului în plan orizontal (la orezării) și în plan înclinat (la irigații prin scurgere la suprafață), precum și pentru proiectarea lucrărilor de irigații și de desecare, în vederea obținerii reliefului cît mai fidel. În aceste cazuri, pichetarea terenului se face sub formă de caroiaj (pătrate sau carouri). În acest scop, în interiorul suprafeței sau pe perimetrul său, se alege o axă de bază care se pichetează la distanțe egale cu 20, 25, 50 sau 100 m, în funcție de precizia urmărită la obținerea reliefului (fig. 15.48). În capetele bazei, se ridică perpendiculare egale care să încadreze cît mai bine suprafața de ridicat. Între extremitățile perpendicularelor, se trasează latura opusă bazei, care trebuie să fie egală cu baza, admițîndu-se o toleranță $T = 0{,}20\ \text{m}\ \sqrt{L}$, în care L este lungimea bazei în hectometri. Perpendicularele și latura opusă bazei se pichetează la aceleași distanțe ca și baza. Rezultă, în acest fel,

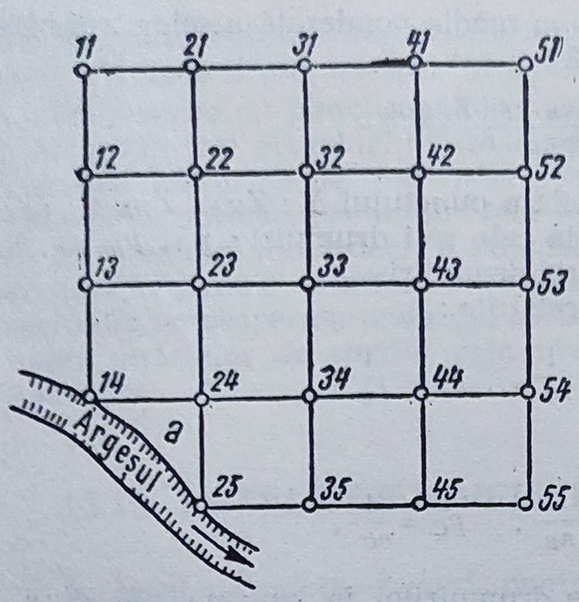


Fig. 15.48. Pichetarea terenului în caroiaj.

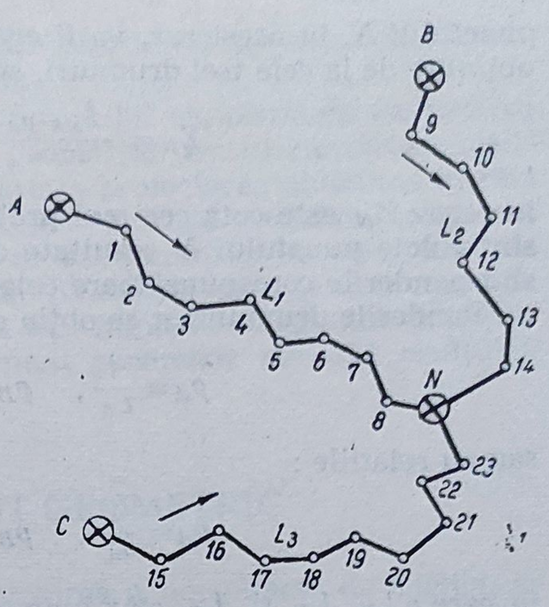


Fig. 15.49. Drumuiri cu punct nodal.

un patrat sau un dreptunghi. Punctele, din interiorul patratului sau dreptunghiului, care constituie colţurile carourilor se pichetează cu ajutorul jaloanelor prin intersecţii de aliniamente. Se prelungesc aliniamentele pînă la limitele terenului şi se pichetează, pe ele, punctele respective, la distanţe egale cu latura caroiajului. Ridicarea nivelitică a punctelor caroiajului se realizează prin drumuiri combinate cu radieri de nivelment geometric. Drumuirile pot fi sprijinite sau în circuit închis.

15.18. DRUMUIRI CU PUNCT NODAL

Drumuirile care pornesc de la repere cu cote cunoscute şi se termină într-un punct *N*, ce trebuie determinat ca al doilea punct de sprijin, se numesc „drumuiri cu punct nodal". Astfel, drumuirile *AN*, *BN* şi *CN* care pornesc, respectiv, de la reperele *A*, *B* şi *C*, cu cote cunoscute, şi se termină în punctul *N*, numit „punct nodal", se numesc drumuiri cu punct nodal (fig. 15.49). Întrucît, punctul nodal *N* constituie al doilea punct de sprijin al drumuirilor *AN*, *BN* şi *CN*, trebuie să i se determine cota cu precizie mărită.

Cota punctului nodal *N* se determină în funcţie de cotele transmise la el prin cele trei drumuiri de nivelment geometric. În cazul cînd cele trei drumuiri sînt de aceleaşi ordin, au aproximativ aceeaşi lungime, acelaşi număr de staţii, iar cele trei valori, obţinute pentru cota lui *N*, din drumuirile respective, sînt apropiate, atunci media aritmetică a acestora reprezintă cota cea mai probabilă a punctului nodal *N*.

Dacă drumuirile diferă atît ca lungime, cît şi ca număr de staţii, atunci vor rezulta, pentru punctul *N*, trei cote diferite. Cota cea mai probabilă a

punctului N, în acest caz, va fi egală cu media ponderată a celor trei cote obținute de la cele trei drumuiri, adică :

$$Z_N = \frac{Z_{NA} \cdot p_A + Z_{NB} \cdot p_B + Z_{NC} \cdot p_C}{p_A + p_B + p_C},$$

în care : Z_N este cota cea mai probabilă a punctului N ; Z_{NA}, Z_{NB} și Z_{NC} sînt cotele punctului N rezultate de la cele trei drumuiri ; p_A, p_B și p_C sînt ponderile corespunzătoare celor trei drumuiri.

Ponderile drumuirilor se obțin cu relațiile :

$$p_A = \frac{1}{L_A}, \quad p_B = \frac{1}{L_B}, \quad p_C = \frac{1}{L_C},$$

sau cu relațiile :

$$p_A = \frac{1}{n_A}, \quad p_B = \frac{1}{n_B}, \quad p_C = \frac{1}{n_C},$$

în care : L_A, L_B și L_C sînt lungimile drumuirilor în km ; n_A, n_B și n_C reprezintă numărul niveleelor de la fiecare drumuire.

La calculul cotei medii ponderate a punctului N se pot folosi ponderile în funcție de lungimi sau ponderile în funcție de numărul niveleelor, deoarece se obține același rezultat.

Cunoscînd cota definitivă a punctului N, rezultă că cele trei drumuiri devin sprijinite pe punctele de plecare A, B și C și pe punctul de sosire N. De aceea, după calculul cotei medii ponderate a punctului N, se determină și se compensează eroarea de închidere a fiecărei drumuiri întocmai ca la drumuirea sprijinită.

După compensarea erorii de închidere se calculează cotele definitive ale punctelor de la drumuirea respectivă.

În afară de cazul arătat, punctul nodal N se poate determina și din trei drumuiri care pornesc de la același reper cu cotă cunoscută (fig. 15.50). De asemenea, în cazul mai multor drumuiri, se pot determina două sau mai multe puncte nodale (fig. 15.51). În figura 15.51, punctul nodal N_1 se determină din drumuirile AN_1, BN_1 și FN_1, iar punctul nodal N_2 se obține

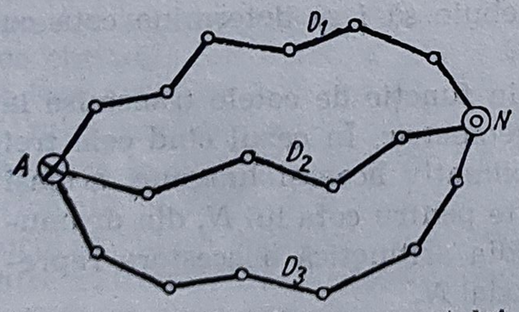


Fig. 15.50. Determinarea punctului nodal din trei drumuiri care pornesc din același punct.

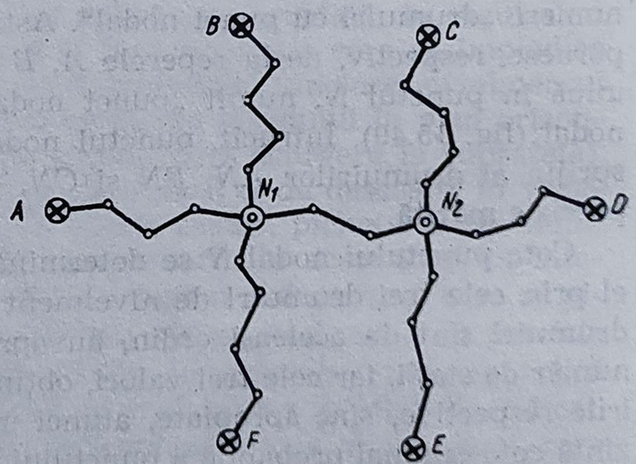


Fig. 15.51. Determinarea mai multor puncte nodale.

din drumuirile DN_2, EN_2 și CN_2. Punctele nodale N_1 și N_2 pot fi folosite pentru o nouă drumuire sprijinită N_1—N_2.

Drumuirile cu punct nodal prezintă avantajul că, odată cu executarea a cel puțin trei drumuiri de nivelment geometric pentru ridicarea nivelitică a punctelor de pe trei trasee necesare la proiectarea anumitor lucrări sau pentru obținerea reliefului terenului, se determină cota unui nou punct cu precizie mai mare decît a punctelor de drumuire, folosindu-l ca punct de sprijin pentru drumuirile respective. Avantajul este și mai mare în regiunile cu acoperiri, unde vizibilitatea este împiedicată și unde determinarea punctelor de sprijin prin nivelment geometric necesită cheltuieli mai mari.

15.19. REȚELE DE NIVELMENT GEOMETRIC

În cazul suprafețelor mari, pentru crearea a noi puncte de sprijin, se dezvoltă rețele de nivelment geometric cu o anumită densitate, în raport de mărimea suprafeței și de scopul ridicării. Aceste rețele, formate din drumuiri sprijinite sau din drumuiri cu puncte nodale, se compensează în ansamblu. Compensarea de ansamblu se poate face pe cale empirică sau în mod riguros, prin metoda celor mai mici patrate. Metoda empirică este cea care se aplică în topografie, iar compensarea riguroasă, prin metoda celor mai mici patrate, este de domeniul geodeziei și se aplică pentru compensarea rețelelor de nivelment de mare precizie, care se desfășoară pe teritoriul țării, constituind rețeaua nivelmentului de Stat.

Întrucît metoda de compensare empirică este greoaie și necesită un timp lung, în topografie, determinarea noilor puncte de sprijin se face prin procedeul punctelor nodale, prezentat anterior.

Capitolul 16.

NIVELMENTUL TRIGONOMETRIC

16.1. PRINCIPIUL NIVELMENTULUI TRIGONOMETRIC

Nivelmentul trigonometric se execută cu teodolitul, măsurînd lungimea și înclinarea vizelor de la punctul de stație, care are cotă cunoscută, la un punct nou a cărui cotă trebuie determinată.

Lungimea vizelor se măsoară indirect cu mira sau direct cu panglica, iar înclinarea vizelor sau unghiul vertical se măsoară cu teodolitul.

Cu elementele măsurate (lungimea și înclinarea vizelor), se determină diferența de nivel dintre punctul de stație și punctul nou, aplicînd formule trigonometrice, fapt pentru care, acest fel de nivelment, se numește nivelment trigonometric. Nivelmentul trigonometric se aplică în topografie pe distanțe mici, iar în geodezie pe distanțe mari. În topografie, nivelmentul trigonometric se aplică, în special, pe terenurile accidentate. Dă o precizie mai mică decît nivelmentul geometric, dar este mai expeditiv. Calculul nivelmentului trigonometric, în topografie, se bazează pe rezolvarea unui triunghi dreptunghic, în care se cunosc, prin măsurare, ipotenuza și un unghi ascuțit (fig. 16.1).

Din figura 16.1, rezultă :

$$H_{A-B} = D \cdot \sin \alpha \ (\alpha \text{ unghiul de pantă}),$$

sau :

$$H_{A-B} = D \cdot \cos z \ (z \text{ unghiul zenital}).$$

Dacă se cunoaște distanța redusă la orizont, atunci diferența de nivel H_{A-B} se obține cu relația :

$$H_{A-B} = d \operatorname{tg} \alpha \text{ sau } H_{A-B} = d \cdot \operatorname{ctg} z.$$

16.2. NIVELMENTUL TRIGONOMETRIC LA DISTANȚE MICI

Nivelmentul trigonometric la distanțe mici este specific topografiei și se aplică în felul următor (fig. 16.2). Se instalează teodolitul în punctul A (cu cotă cunoscută), se măsoară înălțimea i a aparatului, deasupra punctului de stație, și se vizează mira, așezată în punctul nou B, astfel ca firul nivelor să se proiecteze pe miră la înălțimea aparatului. Se citește pe miră la firele stadimetrice sau se numără diviziunile dintre ele, obținînd numărul generator. Se calează nivela eclimetrului și se citește unghiul vertical. Diferența de nivel dintre punctul A și punctul B se calculează cu formula :

$$H_{A-B} = D \cdot \sin \alpha \text{ în care } D = k \cdot H \cdot \cos \alpha \text{ și, deci :}$$

$$H_{A-B} = K \cdot H \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

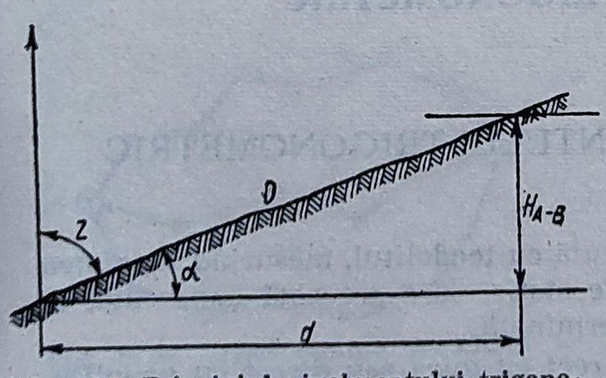


Fig. 16.1. Principiul nivelmentului trigonometric.

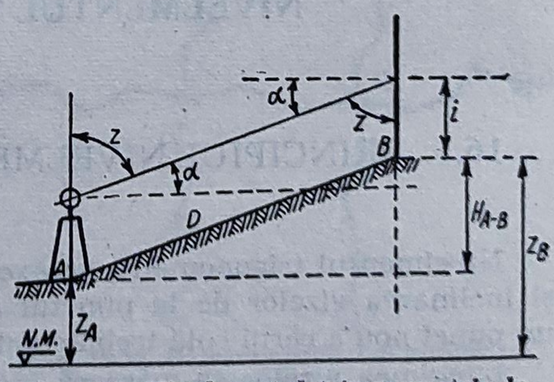


Fig. 16.2. Nivelmentul trigonometric la distanțe mici.

Știind din trigonometrie că :

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha,$$

rezultă :

$$H_{A-B} = \frac{1}{2} K \cdot H \cdot \sin 2\alpha.$$

Cunoscînd cota absolută a punctului A și diferența H_{A-B}, se calculează cota absolută a punctului B, cu relația :

$$Z_B = Z_A + H_{A-B}$$

16.3. NIVELMENTUL TRIGONOMETRIC LA DISTANȚE MARI

Nivelmentul trigonometric la distanțe mari (peste 400 m) se aplică în geodezie pentru determinarea cotelor reperelor de nivelment sau bornelor de planimetrie din regiunile muntoase sau de pe terenurile foarte accidentate. În acest caz, se staționează cu teodolitul în punctul cu cotă cunoscută, se măsoară înălțimea i a instrumentului, și se vizează semnalul de deasupra bornei plantată în punctul B (fig. 16.3). După vizarea semnalului, se blochează luneta, se calează nivela eclimetrului și se citește unghiul vertical (φ). Formula pentru calculul diferenței de nivel dintre A și B se deduce din fig. 16.3, unde se vede că :

$$H_{A-B} + S = I + i,$$

de unde :

$$H_{A-B} = I + i - S$$

în care :

$$I = d \operatorname{tg} \varphi$$

și, deci :

$$H_{A-B} = d \operatorname{tg} \varphi + i - S$$

Semnul diferenței de nivel este dat de unghiul vertical, care este pozitiv, cînd terenul urcă, și negativ, cînd terenul coboară.

Se știe că la distanțe mari, intervine eroarea datorită sfericității pămîntului și refracției atmosferice și, în consecință, diferența de nivel se corectează cu valoarea $c_{sr} = \frac{1-k}{2R} d^2$, iar formula devine :

$$H_{A-B} = d \cdot \operatorname{tg} \varphi + i - S + \frac{1-k}{2R} d^2,$$

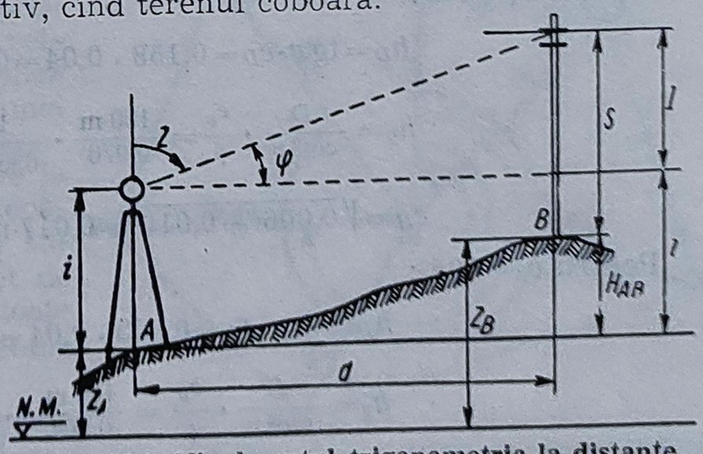


Fig. 16.3. Nivelmentul trigonometric la distanțe mari.

în care : d este distanța orizontală de la aparat la semnal, dedusă din coordonate ; φ — unghiul vertical ; i — înălțimea aparatului în punctul de stație ; S — înălțimea semnalului ; k — coeficientul de refracție $=0{,}13$; R — raza Pămîntului $=6\,379$ km, la latitudinea medie a țării noastre.

Cunoscînd cota absolută a punctului A și H_{AB}, se calculează cota absolută a punctului B cu relația : $Z_B = Z_A + H_{AB}$.

16.4. ERORILE LA NIVELMENTUL TRIGONOMETRIC. PRECIZIE. TOLERANȚE

Formula generală a diferenței de nivel fiind $H = D \operatorname{tg} v$, rezultă că precizia nivelmentului trigonometric depinde de precizia măsurării distanțelor și de precizia măsurării unghiurilor.

Notîndu-se cu : h_D — eroarea rezultată la măsurarea distanței ; h_v — eroarea rezultată la măsurarea unghiului vertical, înseamnă că eroarea (e_H) de determinare a diferenței de nivel, conform teoriei erorilor, este dată de formula :

$$e_H = \sqrt{h_D^2 + h_v^2}$$

Erorile h_D și h_v rezultă prin derivarea expresiei $H = D \operatorname{tg} v$ și anume :

$$h_D = \operatorname{tg} v \cdot e_D \text{ și } h_v = \frac{D}{\cos^2 v} \cdot \frac{e_v}{\rho}.$$

Considerînd că se execută nivelment trigonometric la distanțe mici și luînd $D = 100$ m, $e_v = 1^c$ și $e_D = 0{,}04$ m, în cazul unghiurilor verticale $v_1 = 0^g$ $v_2 = 10^g$, și $v_3 = 20^g$, rezultă pentru h_D și h_v următoarele valori :

Pentru $v_1 = 0^g$:

$$h_D = \operatorname{tg} v \cdot e_D = 0 \cdot 0{,}04 = 0 ;$$

$$h_v = \frac{D}{\cos^2 v} \cdot \frac{e_v}{\rho} = \frac{100 \text{ m}}{1{,}00} \cdot \frac{100^{cc}}{636\,620^{cc}} = 0{,}016 \text{ m};$$

$$e_H = \sqrt{0^2 + 0{,}016^2} = 0{,}016 \text{ m}.$$

Pentru $v_2 = 10^g$:

$$h_D = \operatorname{tg} v \cdot e_D = 0{,}158 \cdot 0{,}04 = 0{,}006 \text{ m} ;$$

$$h_v = \frac{D}{\cos^2 v} \cdot \frac{e_v}{\rho} = \frac{100 \text{ m}}{0{,}976} \cdot \frac{100^{cc}}{636\,620^{cc}} = 0{,}016 \text{ m} ;$$

$$e_H = \sqrt{0{,}006^2 + 0{,}016^2} = 0{,}017 \text{ m}.$$

Pentru $v_3 = 20^g$:

$$h_D = \operatorname{tg} v \cdot e_D = 0{,}325 \cdot 0{,}04 = 0{,}013 \text{ m} ;$$

$$h_v = \frac{D}{\cos^2 v} \cdot \frac{e_v}{\rho} = \frac{100 \text{ m}}{0{,}904} \cdot \frac{100^{cc}}{636\,620^{cc}} = 0{,}017 \text{ m} ;$$

$$e_H = \sqrt{0{,}013^2 + 0{,}017^2} = 0{,}021 \text{ m}.$$

Din aceste exemple se constată că eroarea rezultată la măsurarea distanței crește o dată cu creșterea unghiului de pantă, iar în cazul unghiurilor de pantă mici ($<10^g$) este neglijabilă. De asemenea, rezultă că eroarea de determinare a diferenței de nivel crește o dată cu mărimea unghiului de pantă.

La nivelmentul trigonometric pe distanțe mici, în afară de eroarea de determinare a diferenței de nivel, trebuie să se adauge și eroarea de măsurare a înălțimii i a aparatului. În cazul nivelmentului la distanțe mari, pe lîngă erorile arătate, se adaugă și eroarea de măsurare a înălțimii s a semnalului.

În consecință, precizia nivelmentului trigonometric depinzînd de lungimea vizei și de eroarea de măsurare a unghiului vertical, pentru a se obține rezultate bune, trebuie să se limiteze lungimea vizelor și să se măsoare cu mare precizie unghiul vertical.

De aceea, nivelmentul trigonometric la distanțe mici se poate folosi cu rezultate foarte bune cu condiția ca să se măsoare unghiurile verticale cu mare precizie. Toleranța admisă de instrucțiuni este dată de formula : $T = 0{,}25\sqrt{L}$ în care L este distanța în km.

Nivelmentul trigonometric, în comparație cu nivelmentul geometric, are o precizie mult mai mică, însă ea este satisfăcătoare pe terenurile accidentate și foarte accidentate, unde nici nivelmentul geometric nu poate asigura o precizie prea mare, din cauza numărului mare de stații, care conduc la creșterea erorilor.

16.5. METODA RADIERII DE NIVELMENT TRIGONOMETRIC

Metoda radierii de nivelment trigonometric se poate aplica în mod independent sau în combinație cu drumuirea de nivelment trigonometric, întocmai ca radierea planimetrică.

Metoda radierii de nivelment trigonometric aplicată în mod independent. În mod independent, metoda radierii de nivelment trigonometric se aplică pentru ridicarea nivelitică a unei suprafețe mici, astfel ca distanțele, de la punctul de stație la punctele vizate, să nu depășească 150 m. În interiorul suprafeței, se alege un punct de stație S din care se vizează toate punctele ale căror cote trebuie determinate (fig. 16.4).

Pentru fiecare punct vizat, se măsoară trei elemente : orientarea, lungimea și încli-

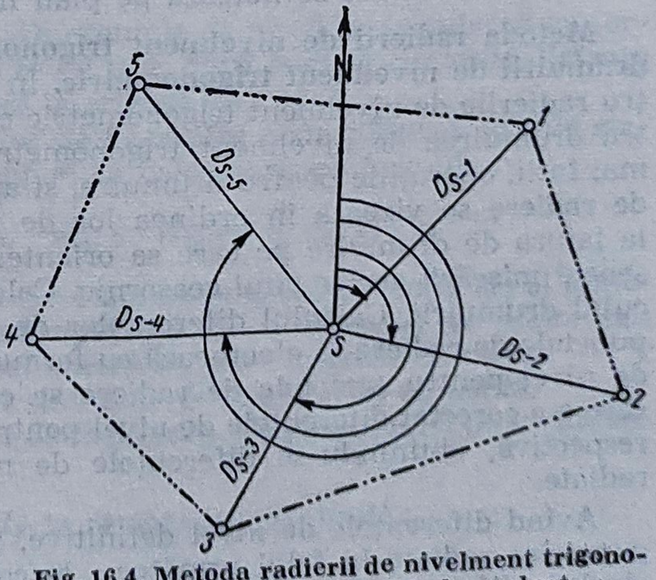


Fig. 16.4. Metoda radierii de nivelment trigonometric aplicată în mod independent.

narea vizei. Orientările laturilor se măsoară cu teodolitul, după ce, în prealabil, a fost orientat cu busola. Distanțele se măsoară, în general, pe cale indirectă cu mira verticală. Unghiurile verticale se măsoară odată cu măsurarea orientărilor laturilor, vizînd, pentru orientări, jalonul la baza lui, iar pentru unghiul vertical, mira la înălțimea aparatului. Lungimile măsurate pe teren înclinat se reduc la orizont. Cu ajutorul lungimilor orizontale și cu orientările laturilor se calculează coordonatele punctelor pentru raportarea acestora pe plan. Raportarea punctelor se poate face, fără coordonate, aplicînd dinstanțele orizontale, reduse la scară, cu rigla gradată, iar orientările cu raportorul. Se calculează diferențele de nivel dintre punctul de stație și punctele determinate cu relațiile :

$$H_{S-1}=d_{S-1}\cdot \operatorname{tg}\alpha_{S-1},\ H_{S-2}=d_{S-2}\cdot \operatorname{tg}\alpha_{S-2},\ldots,\ H_{S-n}=d_{S-n}\cdot \operatorname{tg}\alpha_{S-n},$$

în cazul cînd se cunosc distanțele orizontale ; sau cu relațiile :

$$H_{S-1}=\frac{1}{2}KH_{S-1}\sin 2\alpha_{S-1},\ H_{S-2}=\frac{1}{2}KH_{S-2}\sin 2\alpha_{S-2},\ \ldots$$

$$\ldots,\ H_{S-n}=\frac{1}{2}KH_{S-n}\sin 2\alpha_{S-n}$$

în cazul cînd nu s-au calculat distanțele reduse la orizont.

Diferențele de nivel se pot calcula cu ajutorul tabelelor trigonometrice, cu ajutorul tabelelor de coordonate topometrice sau cu ajutorul nomogramelor.

Avînd diferențele de nivel se calculează cotele punctelor. Astfel, la cota punctului de stație S, se adună algebric diferențele de nivel corespunzătoare punctelor, adică :

$$Z_1=Z_S+H_{S-1},\ Z_2=Z_S+H_{S-2},\ \ldots,\ Z_n=Z_S+H_{S-n}.$$

Cotele definitive se notează pe plan lîngă punctele respective.

Metoda radierii de nivelment trigonometric aplicată odată cu metoda drumuirii de nivelment trigonometric. În acest caz, punctul de stație pentru radierile de nivelment trigonometric coincide cu punctul de stație pentru drumuirea de nivelment trigonometric. În fiecare stație, se execută, mai întîi, operațiile pentru drumuire, și apoi, cele pentru radieri. Punctele de radiere se vizează în ordinea lor de prezentare pe teren, pornind de la latura de drumuire pe care se orientează aparatul și rotind alidada în sensul mișcării acelor unui ceasornic. Calculul radierilor se face după calculul drumuirii. Calculul diferențelor de nivel dintre punctul de stație și punctele de radiere se efectuează cu formulele arătate anterior. Diferențele de nivel pentru punctele de radiere se corectează cu aceeași corecție cu care s-a corectat diferențele de nivel pentru punctul de drumuire din stația respectivă, obținîndu-se diferențele de nivel definitive pentru punctele radiate.

Avînd diferențele de nivel definitive, se calculează cotele absolute ale punctelor radiate în felul următor : la cota punctului de stație se adună algebric diferența de nivel definitivă corespunzătoare punctului de radiere.

16.6. METODA DRUMUIRII DE NIVELMENT TRIGONOMETRIC

Metoda drumuirii de nivelment trigonometric, pe terenurile accidentate, coincide cu metoda drumuirii planimetrice, deoarece, și la prima și la a doua, trebuie să se măsoare, pe lîngă orientările și lungimile laturilor dintre stații, și unghiul vertical. Unghiurile verticale, în cazul drumuirii de nivelment trigonomettric sînt necesare pentru calculul de nivel, iar în cazul drumuirii planimetrice, pentru reducerea distanțelor la orizont. Știind că precizia nivelmentului trigonometric depinde, în special, de unghiurile verticale, se va avea grijă ca, la ridicările nivelitice prin nivelment trigonometric, să se măsoare unghiurile verticale cu tahimetre sau teodolite care au cercul vertical în bună stare de funcționare. Deci, cu mai multă atenție decît în cazul cînd se fac numai ridicări planimetrice, fără determinarea cotelor punctelor, deoarece erorile la măsurarea unghiurilor verticale sînt neglijabile la reducerea distanțelor la orizont.

Drumuirile de nivelment trigonometric, ca și cele planimetrice, pot fi *sprijinite* sau *în circuit închis*. Drumuirile *sprijinite*, la rîndul lor, pot fi *principale, secundare* sau *terțiare*, după felul punctelor de sprijin ; în cazul drumuirilor *principale* (sau în circuit închis), aplicate pe teren șes, lungimile laturilor se măsoară cu panglica topografică, dus și întors. Pe terenurile accidentate, lungimile laturilor, atît pentru drumuirile principale sau în circuit închis, cît și pentru cele secundare sau terțiare, se măsoară pe cale optică, întrucît măsurarea directă este greoaie și fără precizie mare. Pe cale optică, distanțele se vor măsura din ambele extremități ale laturilor, iar citirile pe miră la firele stadimetrice se vor verifica prin citirea la firul nivelor. Unghiurile verticale se vor măsura cu ambele poziții ale lunetei, luînd media celor două valori obținute ca valoarea cea mai probabilă a unghiului măsurat.

Calculul drumuirii de nivelment trigonometric se realizează în trei faze și anume : calculul diferențelor de nivel, calculul și compensarea de închidere și calculul cotelor absolute.

Calculul diferențelor de nivel. Diferențele de nivel se calculează cu formula $H = D \cdot \sin \alpha$ sau cu formula $H = d \operatorname{tg} \alpha$, după cum se cunoaște distanța de pe pantă (D) sau distanța redusă la orizont (d).

În cazul cînd lungimile laturilor de drumuire s-au măsurat pe cale stadimetrică, atunci diferențele de nivel se calculează cu formula :

$$H_{S-i} = K \cdot H \cdot \sin \alpha \cos \alpha \quad \text{sau :} \quad H_{S-i} = \frac{1}{2} K \cdot H \cdot \sin 2\alpha,$$

în care : H_{S-i} este diferența de nivel dintre punctul de stație (S) și punctul vizat (i) ; K — constanta stadimetrică ; H — numărul generator sau diferența între citirile la firele stadimetrice ; α — unghiul de pantă.

Semnele diferențelor de nivel sînt date de unghiurile de pantă.

Calculul și compensarea erorii de închidere. Calculul erorii de închidere pe cote se face cu formula :

$$e_H = Z_S - Z_p - \Sigma H_i \text{ la drumuirea sprijinită ;}$$

sau cu formula :

$$e_H = -\Sigma H_i \text{ la drumuirea în circuit închis,}$$

în care : e_H este eroarea de închidere pe cote ; Z_s — cota absolută a punctului de sosire ; Z_p — cota absolută a punctului de plecare ; ΣH_i — suma algebrică a diferențelor de nivel.

Măsurările și calculele sînt bine efectuate, dacă eroarea de închidere pe cote nu depășește toleranța. Toleranța la închiderea pe cote este dată de formula : $T = 0{,}25 \text{ m} \sqrt{L}$ în care L este lungimea desfășurată a drumuirii în km.

Dacă $e_H \leqslant T$, atunci se compensează eroarea de închidere pe cote.

Compensarea erorii de închidere se face proporțional cu diferențele de nivel sau proporțional cu lungimile laturilor de drumuire. În acest scop, se determină corecția la unitate, adică :

$$c_H = \frac{e_H}{\Sigma |H_i|} \quad \text{sau} \quad c_H = \frac{e_H}{L},$$

în care : $\Sigma |H_i|$ este suma absolută a diferențelor de nivel ; L — lungimea desfășurată a drumuirii.

Se calculează corecțiile diferențelor de nivel cu relațiile :

$$cH_1 = c_H \cdot H_1, \quad cH_2 = c_H \cdot H_2, \ldots, \quad cH_n = c_H \cdot H_n$$

în care : cH_1, $cH_2, \ldots$, cH_n reprezintă corecțiile diferențelor de nivel

$$H_1, H_2, \ldots, H_n.$$

Aceste corecții se adună algebric la diferențele de nivel respective și se obțin diferențele de nivel definitive.

Calculul cotelor absolute. Cotele absolute se calculează, din aproape în aproape, cu formula :

$$Z_D = Z_S + H_{S-D},$$

în care : Z_D este cota absolută a punctului ce se calculează ; Z_S — cota absolută a punctului de stație ; H_{S-D} — diferența de nivel (cu semnul său) dintre punctul de stație S și punctul de drumuire D.

Se menționează că, în mod curent, drumuirea se execută în combinație cu radieri de nivelment trigonometric. În acest caz, atît operațiile de teren cît și cele de calcul, se efectuează, mai întîi, pentru drumuire și apoi, pentru radieri.

16.7. DRUMUIRI CU PUNCT NODAL

La nivelmentul trigonometric, ca și la nivelmentul geometric, drumuirile care pornesc din puncte cu cote cunoscute determină nivelitic, la intersecția lor, un punct nou, numit „punct nodal". Cota acestui punct se

calculează ca medie ponderată a cotelor rezultate, pentru el, de la drumuirile componente. Astfel, drumuirile de nivelment trigonometric, care pornesc de la reperele A, B și C, și se execută pe trasee diferite, permit să se determine cota punctului N situat la intersecția lor (fig. 16.5).

După execuția drumuirilor de nivelment trigonometric, se determină diferențele de nivel între reperele A, B și C și punctul nodal N, obținînd valorile H_{AN}, H_{BN} și H_{CN}. Aceste diferențe se adună, respectiv, la cotele punctelor A, B și C și rezultă trei valori pentru cota punctului N, adică :

$$Z_{NA}=Z_N+H_{AN},\ Z_{NB}=Z_B+H_{BN}$$

$$\text{și}\ Z_{NC}=Z_C+H_{CN}.$$

Întrucît, drumuirile AN, BN și CN diferă între ele, atît ca lungime, cît și ca număr de stații, valoarea cea mai probabilă a cotei punctului N se obține ca medie ponderată, după formula :

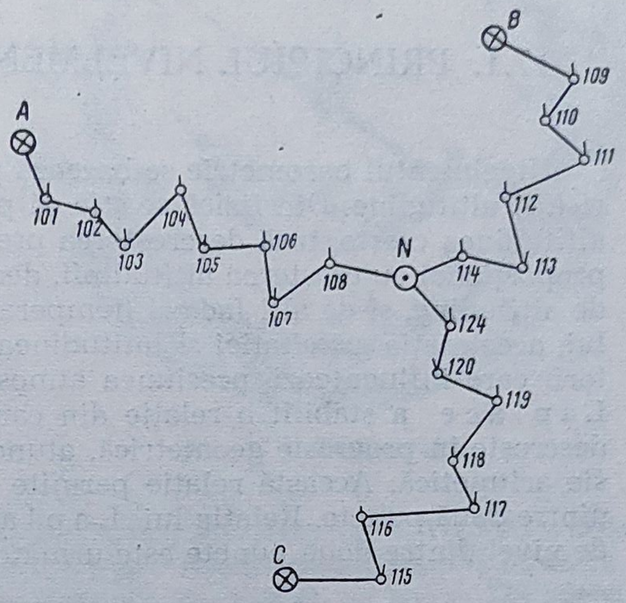


Fig. 16.5. Drumuiri de nivelment trigonometric cu punct nodal.

$$Z_N=\frac{Z_{NA}\cdot p_A+Z_{NB}\cdot p_B+Z_{NC}\cdot p_C}{p_A+p_B+p_C},$$

în care : p_A, p_B și p_C sînt ponderile corespunzătoare celor trei drumuiri de nivelment trigonometric.

Ponderile sînt invers proporționale cu lungimile desfășurate ale drumuirilor și se calculează cu relațiile :

$$p_A=\frac{1}{L_A},\ p_B=\frac{1}{L_B}\ \text{și}\ p_C=\frac{1}{L_C},$$

unde L_A, L_B și L_C reprezintă lungimile desfășurate ale drumuirilor AN, BN și CN.

Cota punctului N, determinată în modul arătat, are o precizie mai mare decît cota oricărui punct de la oricare din drumuirile concurente. De aceea, punctul N constituie al doilea punct de sprijin pentru fiecare din cele trei drumuiri de nivelment trigonometric. În continuare, la fiecare din cele trei drumuiri de nivelment trigonometric, se calculează și se compensează eroarea de închidere, și apoi, se determină cotele absolute, întocmai ca la drumuirea de nivelment trigonometric sprijinită pe repere cu cote cunoscute.

Capitolul **17.**

NIVELMENTUL BAROMETRIC

17.1. PRINCIPIUL NIVELMENTULUI BAROMETRIC

Nivelmentul barometric se bazează pe relaţia dintre presiunea atmosferică şi altitudine. Din fizică se ştie că presiunea atmosferică descreşte cînd altitudinea creşte, însă descreşterea presiunii atmosferice nu se face direct proporţional cu creşterea altitudinii, deoarece mai este influenţată, în afară de altitudine, şi de alţi factori (temperatură, densitatea şi umiditatea aerului, acceleraţia gravitaţiei şi latitudinea locului). Ţinînd seama de toţi factorii care influenţează presiunea atmosferică, matematicianul şi fizicianul Laplace a stabilit o relaţie din care rezultă că presiunea atmosferică descreşte în progresie geometrică, atunci cînd altitudinea creşte în progresie aritmetică. Această relaţie permite să se determine diferenţa de nivel dintre două puncte. Relaţia lui Laplace pentru determinarea diferenţei de nivel dintre două puncte este următoarea :

$$H_{1-2} = 18\,400 \left(1 + 0{,}00367 \frac{t_1+t_2}{2}\right)(1+\beta \cos 2\varphi)\,(1+0{,}378)\times \ldots$$

$$\ldots \times \left(\frac{f_1}{P_1} + \frac{f_2}{P_2}\right) \cdot \lg \frac{P_1}{P_2},$$

în care : H_{1-2} este diferenţa de nivel dintre punctele 1 şi 2 ; t_1 şi t_2 sînt temperaturile aerului în punctele 1 şi 2 ; β — o constantă $= 0{,}00264$; φ — latitudinea locului ; P_1 şi P_2 sînt presiunile atmosferice în punctele 1 şi 2 ; f_1 şi f_2 sînt tensiunile vaporilor de apă la temperaturile t_1 şi t_2.

Această formulă se foloseşte pentru cercetări ştiinţifice şi se aplică în cazul cînd se măsoară presiunile reale cu hipsometrul sau barometrul holosteric.

În topografie, pentru determinarea diferenţei de nivel dintre două puncte, se utilizează formula prescurtată a lui Laplace :

$$H_{1-2} = 18400 \left(1 + 0{,}00367 \frac{t_1+t_2}{2}\right) \lg \frac{P_1}{P_2},$$

în care t_1, t_2, P_1 şi P_2 au semnificaţiile de mai sus.

Babinet, pornind de la această formulă, a dedus o nouă formulă în care nu mai apare logaritmul, adică :

$$H_{1-2} = 16\,000 \left[1 + \frac{2\,(t_1+t_2)}{1\,000}\right] \frac{P_1-P_2}{P_1+P_2}.$$

O altă formulă simplificată, cu ajutorul căreia se calculează diferenţa de nivel dintre două puncte, este formula dată de W. Jordan :

$$H_{1-2} = 18\,464 \left(1 + 0{,}003665 \frac{t_1+t_2}{2}\right)(\lg P_1 - \lg P_2).$$

Pentru aplicarea acestor formule este necesar să se respecte următoarele : observaţiile să se facă pe timp frumos ; presiunile şi temperaturile, în cele două puncte, să se măsoare simultan ; presiunile să se măsoare cu barometre cu mercur, iar depărtarea şi diferenţa de nivel dintre cele două puncte să nu fie prea mari (cîteva sute de metri).

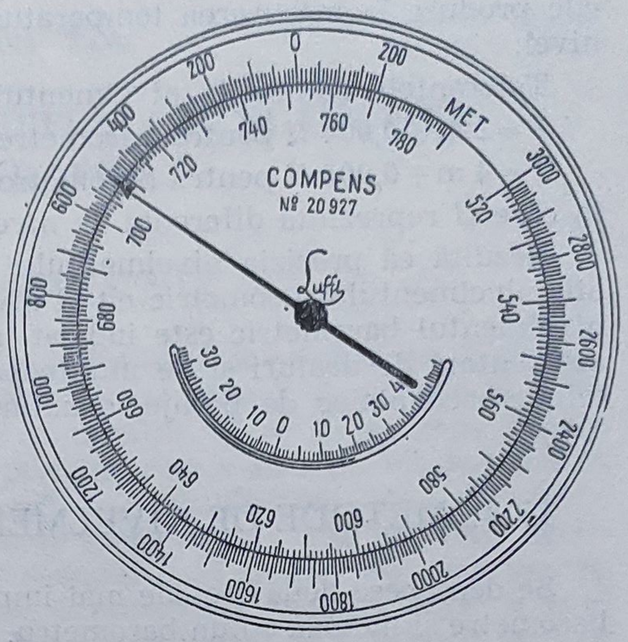


Fig. 17.1. Altimetrul.

17.2. INSTRUMENTE DE NIVELMENT BAROMETRIC

La nivelmentul barometric se folosesc barometre cu mercur şi barometre aneroide, pentru măsurarea presiunii atmosferice, precum şi termometre, pentru măsurarea temperaturii. Barometrele cu mercur permit măsurarea presiunii atmosferice cu precizie, însă sînt fragile şi greu de manipulat pe teren. De aceea, în topografie, se utilizează barometrele aneroide, care sînt în întregime metalice şi deci, mai simple şi mai practice, însă mai puţin precise decît barometrele cu mercur.

Un barometru aneroid perfecţionat este *altimetrul*, care pe lîngă scara care indică presiunea atmosferică în milimetri mai are o scară care arată altitudinea sau cota absolută a punctului de staţie (fig. 17.1). Scala cu gradaţii pentru altitudine este reglabilă, putînd să fie adusă, prin rotire, cu gradaţia corespunzătoare altitudinii punctului de staţie, în dreptul acului indicator. În general se construiesc, două tipuri de altimetre : altimetre cu scala gradată pînă la 2 000 m şi altimetre cu scala gradată de la 2 000 m în sus. Precizia altimetrelor este cu atît mai mică cu cît scala este mai mare. Altimetrele se întrebuinţează pentru determinări de cote aproximative, în scop orientativ, la diferite studii din regiunile de coline şi munţi.

17.3. ERORI, PRECIZIE ŞI TOLERANŢE LA NIVELMENTUL BAROMETRIC

Precizia nivelmentului barometric depinde de stabilitatea condiţiilor atmosferice în timpul măsurărilor şi de perfecţiunea instrumentelor cu care se lucrează. În condiţii meteorologice favorabile, presiunea atmosferică se poate măsura cu o precizie de 0,1 mm, iar temperatura aerului, cu o precizie de 0°, 1 C. Din observaţiile făcute, s-a văzut că o eroare de 0,1 mm, produsă la măsurarea presiunii atmosferice, provoacă o eroare la determinarea diferenţei de nivel egală, aproximativ cu 1,1 m. De asemenea, ero-

rile produse la măsurarea temperaturii influenţează asupra diferenţei de nivel.

Toleranţele admise la nivelmentul barometric sînt următoarele :

$T = 2\ \text{m} + 0{,}004\ H$ pentru barometrele cu mercur ;

$T = 4\ \text{m} + 0{,}005\ H$ pentru barometrele aneroide,

în care H reprezintă diferenţa de nivel obţinută între punctele respective.

Rezultă că precizia nivelmentului barometric este cu mult inferioară atît nivelmentului geometric cît şi nivelmentului trigonometric. De aceea, nivelmentul barometric este indicat la măsurările expeditive în regiunile accidentate de dealuri şi de munte pentru studiile necesare la proiectele tehnico-economice de baraje, drumuri, combaterea eroziunii solului etc.

17.4. METODE DE NIVELMENT BAROMETRIC

Se deosebesc două metode mai importante şi anume : metoda cu două barometre şi metoda cu un barometru.

Metoda cu două barometre. Metoda cu două barometre se aplică de doi operatori, care execută măsurări, în acelaşi timp, în punctele de pe teren, între care se determină diferenţele de nivel. Cei doi operatori îşi verifică instrumentele (barometrul, termometrul şi ceasornicul) în punctul de pornire A (fig. 17.2). Apoi, un operator rămîne în A, iar al doilea pleacă în B şi la ora stabilită, ambii operatori înregistrează presiunea, temperatura şi ora. În continuare, operatorul din A se deplasează în B, iar cel din B în C, unde se fac măsurările arătate la ora stabilită. Se procedează la fel pentru celelalte puncte. Cu elementele culese de pe teren se determină diferenţele de nivel dintre puncte, aplicînd una din formulele date anterior.

Metoda cu un singur barometru. Metoda cu un singur barometru se aplică de un singur operator, care pleacă de la un punct cu cotă cunoscută, parcurge traseul de nivelment şi se întoarce la punctul iniţial sau se închide pe alt punct cu cotă cunoscută (fig. 17.3). În fiecare punct de staţie, operatorul măsoară presiunea şi temperatura. Această metodă se poate aplica, în special, cu un altimetru, care permite determinarea directă a cotelor.

În concluzie, nivelmentul barometric fiind mai puţin precis decît celelalte feluri de nivelment, în lucrările de îmbunătăţiri funciare, se poate folosi la ridicările expeditive pentru combaterea eroziunii solului.

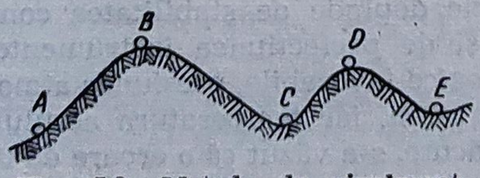


Fig. 17.2. Metoda de nivelment barometric cu două barometre.

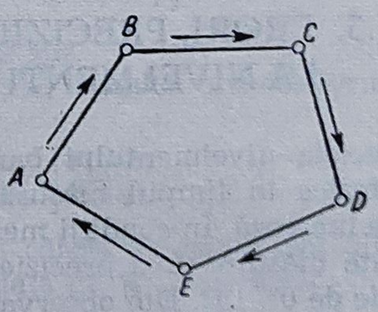


Fig. 17.3. Metoda cu un singur barometru.

Capitolul **18.**

REPREZENTAREA RELIEFULUI PE PLANURILE TOPOGRAFICE

18.1. METODA PLANURILOR COTATE

Metoda planurilor cotate constă în a reprezenta relieful pe plan prin puncte cotate. În acest scop, se raportează, pe planul de situație al terenului, punctele ridicate planimetric și nivelitic, și se scrie, lîngă fiecare punct, cota respectivă. Un astfel de plan, pe care s-au raportat punctele și s-au scris cotele corespunzătoare, poartă numele de plan cotat (fig. 18.1). Pe planul cotat, relieful terenului nu se poate citi un mod sugestiv, deoarece formele de relief nu apar în ansamblu, ci numai din aproape în aproape, făcînd diferențele între cote și observînd, astfel, unde terenul urcă sau coboară. Un alt neajuns îl constituie faptul că încarcă planul cu scrierea cotelor. De aceea, planurile cotate se folosesc, în special, pentru reprezentarea reliefului prin curbe de nivel, iar la lucrările de îmbunătățiri funciare, pentru întocmirea proiectelor de nivelarea terenului în plan orizontal sau în plan înclinat.

18.2. METODA CURBELOR DE NIVEL

Curbele de nivel. Curbele de nivel, numite și *izohipse,* sînt liniile ale căror puncte se află la același nivel față de un plan de comparație. Ele rezultă din intersecția terenului cu o serie de plane orizontale și echidistante. Astfel, dacă se secționează un mamelon cu mai multe plane orizontale și echidistante, rezultă, la intersecția fiecărui plan cu suprafața terenului, cîte o curbă închisă ale cărei puncte se află la același nivel față de un plan de comparație orizontal (fig. 18.2).

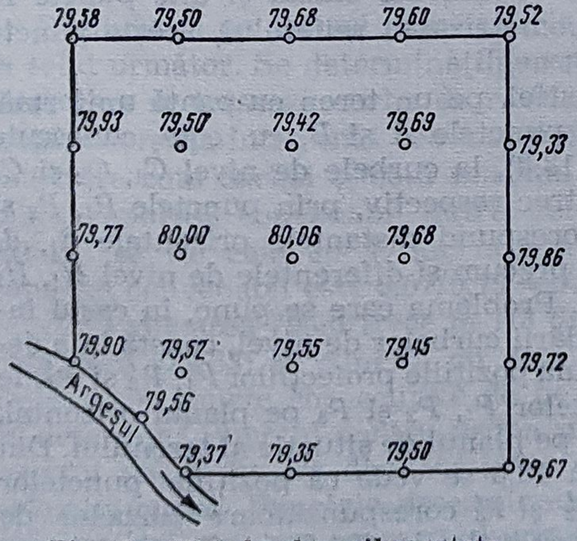


Fig. 18.1. Metoda planurilor cotate.

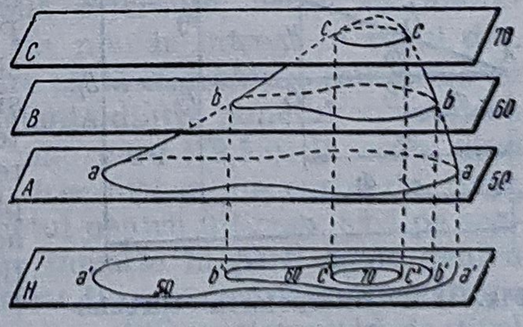


Fig. 18.2. Curbe de nivel.

În figura 18.2 se vede că intersecţiile planelor A, B şi C cu suprafaţa terenului sînt reprezentate prin curbele închise *aa*, *bb* şi *cc*, care se află la înălţimile *aa'*, *bb'* şi *cc'* faţă de planul de comparaţie H, ca şi planele de secţionare. Proiectînd curbele închise *aa*, *bb*, şi *cc* pe planul orizontal H, se obţin curbele închise *a'a'*, *b'b'* şi *c'c'* care se numesc curbe de nivel sau izohipse. Deci, *curba de nivel este proiecţia în plan orizontal a liniei ce uneşte punctele de aceeaşi cotă*. Pe curbele de nivel, din planul orizontal, se notează cotele planelor care le-au determinat, adică 50, 60 şi 70 şi se obţine relieful terenului pe planul de situaţie. Distanţa verticală dintre planele orizontale care determină două curbe de nivel consecutive se numeşte *echidistanţa numerică a curbelor de nivel*. Echidistanţa numerică a curbelor de nivel se ia în funcţie de accidentaţia terenului, de scara planului şi de scopul lucrării. Pe planurile sau hărţile la scară mare, curbele de nivel au echidistanţe mici (1, 2, 3 m), iar pe cele la scară mică, echidistanţa curbelor de nivel este mai mare (25, 50, 100, 200 m). Pe planurile topografice pentru irigaţii şi pentru nivelarea terenului, curbele de nivel se trasează cu echidistanţa de 20 sau 25 cm.

Metoda curbelor de nivel a fost dată de inginerul geodez Cruchius din Irlanda, în anul 1733, şi apoi, a fost perfecţionată de Filipp Buache, Ducarl şi Dupen Triel, care au aplicat-o pentru reprezentarea reliefului pe harta Franţei. Această metodă s-a extins pe plan mondial, iar astăzi este metoda cea mai folosită pentru reprezentarea reliefului pe toate planurile inginereşti.

Interpolarea curbelor de nivel. Interpolarea curbelor de nivel este operaţia de determinare pe plan sau pe hartă a curbelor de nivel faţă de puncte cu cote cunoscute sau faţă de curbe de nivel existente.

Interpolarea curbelor de nivel se bazează pe principiul că între două puncte cu cote cunoscute, terenul creşte sau descreşte în mod continuu, adică are pantă uniformă. În realitate, panta nu este continuă, deoarece pe linia dintre cele două puncte cu cote cunoscute există şi alte puncte în care se schimbă panta, însă, prin geometrizarea reliefului, aceste puncte se pot neglija.

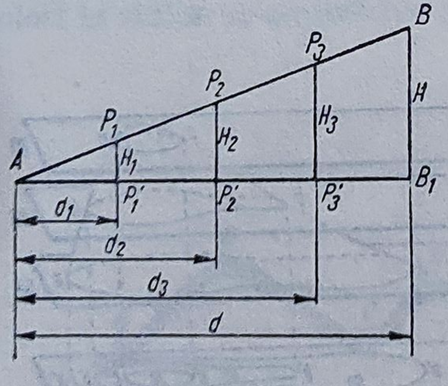


Fig. 18.3. Interpolarea curbelor de nivel pe cale numerică.

Astfel, pe un teren cu pantă uniformă, între punctele A şi B, cu cote cunoscute (fig. 18.3), la curbele de nivel C_1, C_2 şi C_3 care trec respectiv, prin punctele P_1, P_2 şi P_3, corespund distanţele orizontale d_1, d_2 şi d_3, precum şi diferenţele de nivel H_1, H_2 şi H_3. Problema care se pune, în cazul interpolării curbelor de nivel, constă în a determina poziţiile proiecţiilor P_1', P_2' şi P_3' ale punctelor P_1, P_2 şi P_3 pe planul orizontal, adică pe planul de situaţie al terenului. Din figura 18.3 se vede că poziţiile punctelor P_1', P_2' şi P_3' corespunzătoare curbelor de nivel cu valorile C_1, C_2 şi C_3, sînt deter-

minate de distanțele d_1, d_2 și d_3. Relațiile pentru aceste distanțe pot fi deduse din triunghiurile AB_1B, $AP_1'P_1$, $AP_2'P_2$ și $AP_3'P_3$, care sînt asemenea :

$$\frac{d}{H} = \frac{d_1}{H_1} = \frac{d_2}{H_2} = \cdots = \frac{d_n}{H_n},$$

de unde :

$$d_1 = \frac{d}{H} \cdot H_1,\ d_2 = \frac{d}{H} \cdot H_2,\ \cdots,\ d_n = \frac{d}{H} \cdot H_n,$$

în care : d este distanța orizontală dintre A și B ; H — diferența de nivel dintre A și B ; $d_1, d_2, \ldots, d_n$ și $H_1, H_2, \ldots, H_n$ au semnificațiile de mai sus.

În acest fel se interpolează curbele de nivel pe cale numerică.

Operațiile de calcul pentru interpolarea curbelor de nivel se desfășoară după cum urmează. Se stabilește echidistanța curbelor de nivel în raport de scară și de scopul lucrării și apoi, se determină valorile curbelor de nivel care se vor trasa pe plan, intermediare între cota cea mai mică și cota cea mai mare. Astfel, stabilind echidistanța curbelor de nivel egală cu 20 cm, pe planul cotat din figura 18.2, unde cota cea mai mică este egală cu 79,326 și cota cea mai mare, egală cu 80,085, rezultă curbele de nivel cu valorile : 79,40 ; 79,60 ; 79,80 și 80,00. Se interpolează și se trasează fiecare curbă de nivel. Pentru curba de nivel cu valoarea 79,40, intermediară între punctele cu cotele 79,33 și 79,52, se determină distanța d_1 la care se află această curbă față de punctul cu cota 79,33, aplicînd relația :

$$d_1 = \frac{H}{d} \cdot H_1 = \frac{0{,}050}{0{,}197} \cdot 0{,}013 = 0{,}033 \text{ m}.$$

Se măsoară distanța $d_1 = 0{,}033$ m, pornind de la punctul cu cota 79,33, pe segmentul determinat de punctul cu cota 79,33 și punctul cu cota 79,52, și se obține punctul prin care trece curba de nivel cu valoarea 79,40. Se procedează la fel, pentru determinarea punctului prin care trece aceeași curbă de nivel (79,40) între punctul cu cota 79,33 și punctul cu cota 79,69, rezultînd distanța $d_2 = \frac{0{,}050}{0{,}263} \cdot 0{,}013 = 0{,}025$ m.

Bazîndu-se pe același principiu, interpolarea, în mod expeditiv, se face în felul următor. Se determină diferența între cele două cote ale punctelor între care se trasează curba de nivel, adică : 79,52—79,33 = 0,19. Se calculează diferența între cota cea mai mare și cota curbei (79,52—79,40 = 0,12) sau între cota curbei și cota cea mai mică (79,40—79,33 = 0,07). Se determină raportul convenabil între cele două diferențe, astfel ca numărătorul să fie egal cu 1, iar numitorul un număr întreg. In cazul dat, raportul convenabil este 0,07/0,19 = 1/3, care arată că izohipsa sau curba de nivel cu valoarea 79,40 trece la 1/3 din distanța dintre punctul cu cota cea mai mică (79,33) și punctul cu cota cea mai mare (79,52). In cazul cînd între două puncte consecutive de pe plan trec mai multe curbe de nivel, se determină punctul pentru prima și punctul pentru ultima curbă pe segmentul respectiv, iar distanța între ele se împarte în părți egale pentru celelalte curbe. Punctele determinate pentru fiecare curbă se leagă între ele prin linii sinuase, respectînd următoarele condiții : orice curbă de nivel

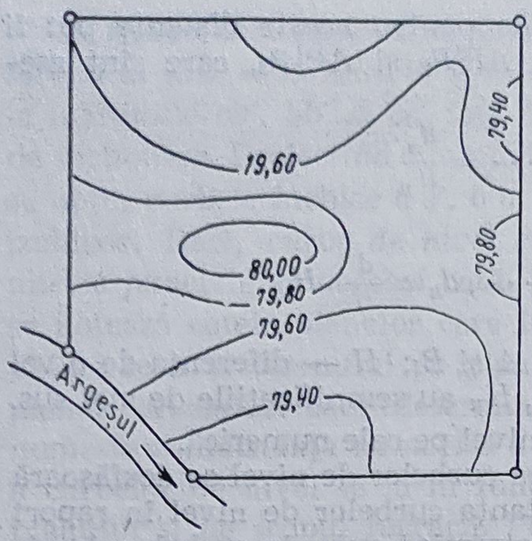


Fig. 18.4. Trasarea curbelor de nivel.

trebuie să se închidă pe plan sau în afara acestuia, neputînd să rămînă suspendată ; curbele de nivel nu trebuie să se atingă sau să se intersecteze ; curbele de nivel consecutive tind să-și păstreze aceeași aliură, trecerea de la una la alta făcîndu-se gradat. Pe fiecare curbă de nivel se scrie valoarea cotei, întrerupînd curba în locul respectiv (fig. 18.4).

Pe un plan topografic, curbele de nivel dese indică o pantă mare, iar cele rare, o pantă mică. Lipsa curbelor de nivel pe un sector de plan sau de hartă caracterizează un teren orizontal, indiferent dacă acesta este situat la altitudine mare sau mică.

Interpolarea curbelor de nivel se poate face, în mod rapid, prin procedee grafice, dintre care cel mai cunoscut este *procedeul cu izograful.*

Izograful este o bucată de hîrtie de calc pe care se trasează linii paralele și echidistante. Distanța dintre liniile paralele se ia egală, la scara planului respectiv, mai mică decît distanța cea mai mică între curbele de nivel care trebuie interpolate. Pe liniile izografului se notează valorile curbelor de nivel care trebuie interpolate. Modul de lucru cu izograful este arătat în figura 18.5. Fiind de interpolat curbele de nivel cu cote 10,20 ; 10,40 ; 10,60 și 10,80 într epunctul 10,05 și punctul cu cota 10,95, se așază izograful astfel ca punctul cu cota 10,05 de pe plan să cadă între linia cu cota 10,00

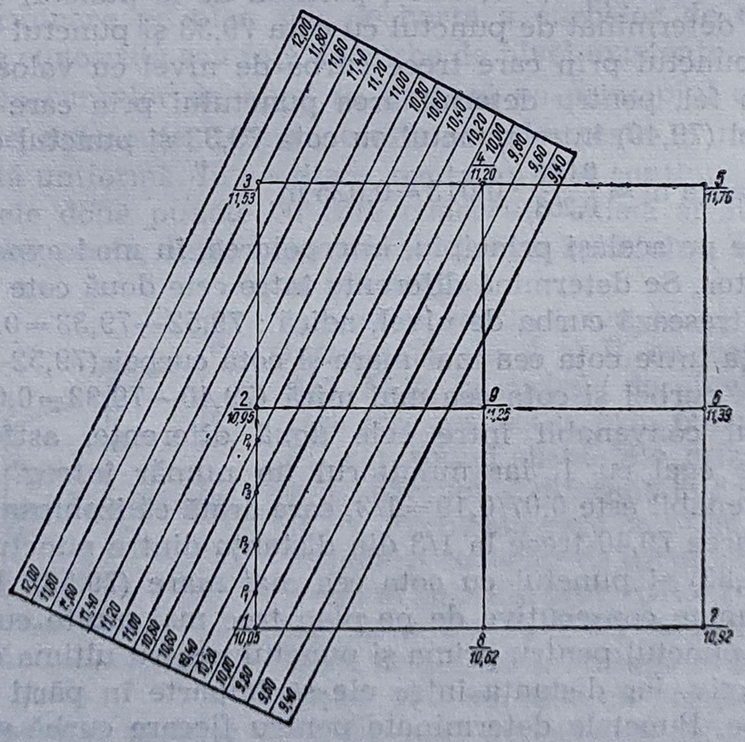


Fig. 18.5. Interpolarea curbelor de nivel cu izograful.

și linia cu cota 10,20. Se fixează izograful cu un ac în punctul cu cota 10,05 și apoi, se rotește pînă ce punctul cu cota 10,95 apare între linia cu cota 10,80 și 11,00. Se fixează izograful în această poziție și se înțeapă izograful și planul în punctele P_1, P_2, P_3 și P_4, determinate de intersecțiile liniei respective de pe plan cu liniile izografului. Se obțin punctele pe unde trec curbele de nivel cu valorile arătate. Se procedează la fel, pe toate laturile și diagonalele carourilor. Se unesc între ele punctele determinate pentru aceeași curbă cu mîna liberă.

Verificarea trasării corecte a curbelor de nivel se face prin compararea altitudinii unui punct, determinată prin nivelment pe teren cu altitudinea aceluiași punct, determinată prin interpolare între curbele de nivel învecinate. Diferența între cotele obținute nu trebuie să depășească toleranța : $T=\frac{1}{2}E$ în care E este echidistanța curbelor de nivel. În cazul curbelor de nivel cu echidistanța de 0,50 m sau mai mică, toleranța se majorează cu 1/2—2/3 din echidistanță.

18.3. REPREZENTAREA FORMELOR DE RELIEF SPECIALE PRIN CURBE DE NIVEL

Formele de relief se clasifică în forme de relief generale (șes, deal și munte) și forme de relief speciale. Formele de relief speciale sînt următoarele : mamelonul, depresiunea, botul de deal, valea, pintenul, șaua și bazinul hidrografic.

Mamelonul. Este o formă de teren pozitivă, care se reprezintă prin curbe de nivel închise, cotate progresiv de la exterior către interior, curba de nivel din exterior avînd cota cea mai mică, iar cea din centru, cea mai mare (fig. 18.6). Punctul cu cota cea mai mare se numește vîrful mamelonului, iar partea înclinată, versant.

Depresiunea. Depresiunea, căldarea sau găvanul este o formă de teren negativă, care se reprezintă prin curbe de nivel închise, cotate descrescînd de la exterior către interior (fig. 18.7). Partea cea mai de jos a depresiunii se numește fundul depresiunii sau căldării.

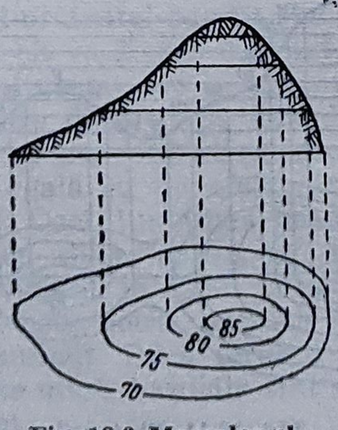


Fig. 18.6. Mamelonul.

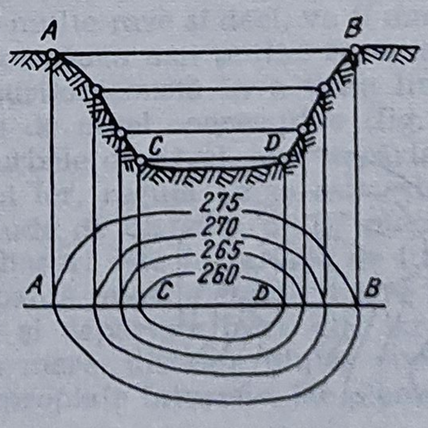


Fig. 18.7. Depresiunea.

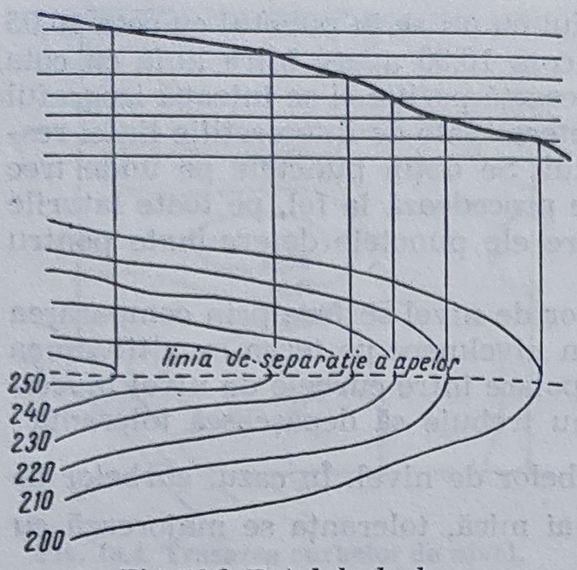


Fig. 18.8. Botul de deal.

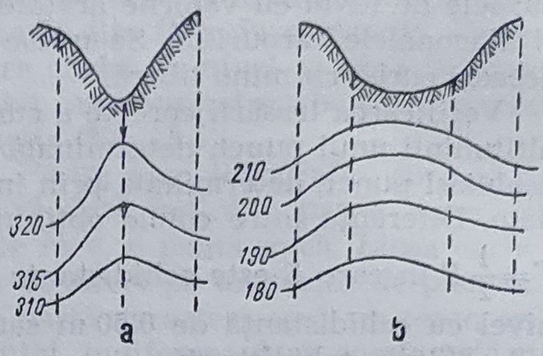


Fig. 18.9. Valea :
a — vale cu fir îngust ; *b* — vale cu fir lat.

Botul de deal. Este o formă de relief pozitivă, alcătuită din doi versanți, care se reprezintă prin curbe de nivel deschise, sub formă de *V*, și cotate progresiv de la exterior către interior (fig. 18.8).

Intersecția celor doi versanți poartă numele de linia de separare a apelor sau cumpăna apelor.

Valea. Este o formă de relief negativă, care se reprezintă, ca și botul de deal, prin curbe de nivel deschise și alungite, în formă de *V*, însă cotate descrescînd de la exterior către interior (fig. 18.9). Linia de intersecție a celor doi versanți ai văii se numește firul văii sau talveg. Se deosebesc văi cu fir îngust și văi cu fir lat. O vale îngustă cu versanți abrupți se numește ravenă și se reprezintă cu semn convențional (fig. 18.10).

Pintenul. Este o formă de relief, care se compune dintr-un mamelon și un bot de deal (fig. 18.11).

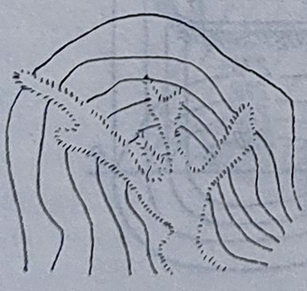


Fig. 18.10. Ravenă.

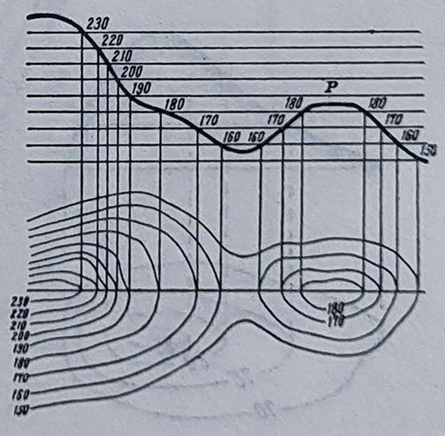


Fig. 18.11. Pintenul.

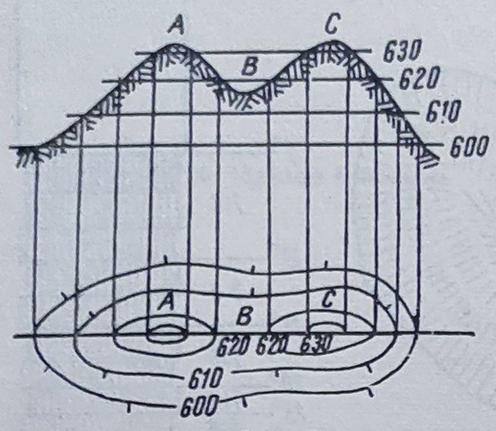


Fig. 18.12. Șaua.

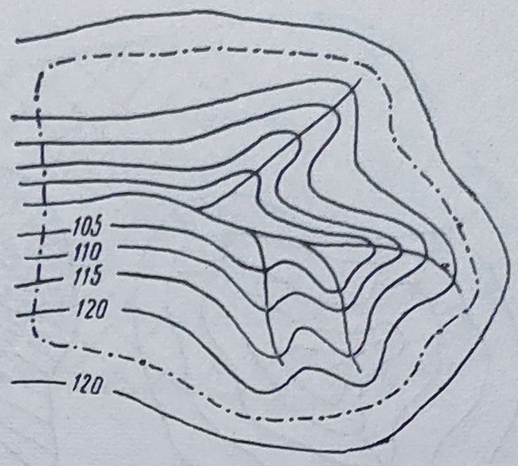


Fig. 18.13. Bazinul hidrografic.

Șaua. Șaua este alcătuită din două mameloane între care se află o vale și se reprezintă prin curbe de nivel specifice formelor componente (figura 18.12).

Bazinul hidrografic. Este o formă de relief complexă, care se compune din mai multe văi și reprezintă suprafața terenului de pe care se colectează apele în valea centrală (fig. 18.13).

La un bazin hidrografic se deosebesc următoarele linii caracteristice : linia de separație a apelor, care delimitează perimetrul bazinului hidrografic, talvegul central sau colector și talvegurile văilor care converg către talvegul colector.

18.4. METODA HAȘURILOR

Metoda hașurilor reprezintă relieful terenului mai sugestiv decît metoda curbelor de nivel și se aplică după ce, pe planul de situație, s-au trasat curbele de nivel. Această metodă, elaborată de L e h m a n (1765—1811), se bazează pe gradul de luminare a razelor solare ce cad vertical pe teren. Potrivit acestui principiu, înseamnă că, cu cît terenul este mai apropiat de planul orizontal cu atît vor cădea mai multe raze și deci, va fi mai luminat și cu cît va fi mai înclinat, cu atît vor cădea mai puține raze, adică va fi mai întunecat. De aceea, metoda hașurilor constă în a trasa linii perpendiculare (hașuri) pe cîte două curbe de nivel consecutive (fig. 18.14). Hașurile se trasează perpendicular pe curbele de nivel, la o depărtare una de alta, egală cu un sfert din lungimea lor, regulă ce se numește *legea sfertului*. Deci, lungimea hașurilor depinde de distanța de pe plan dintre curbele de nivel, iar depărtarea dintre hașuri este în funcție de lungimea lor. Rezultă că, în cazul unui teren cu pantă mică, distanța dintre curbele de nivel este mare, hașurile sînt lungi și depărtate între ele, iar planul apare luminat. Dacă terenul are pantă mare, distanța dintre curbele de nivel este mică, hașurile sînt scurte și apropiate între ele, iar planul apare întunecat.

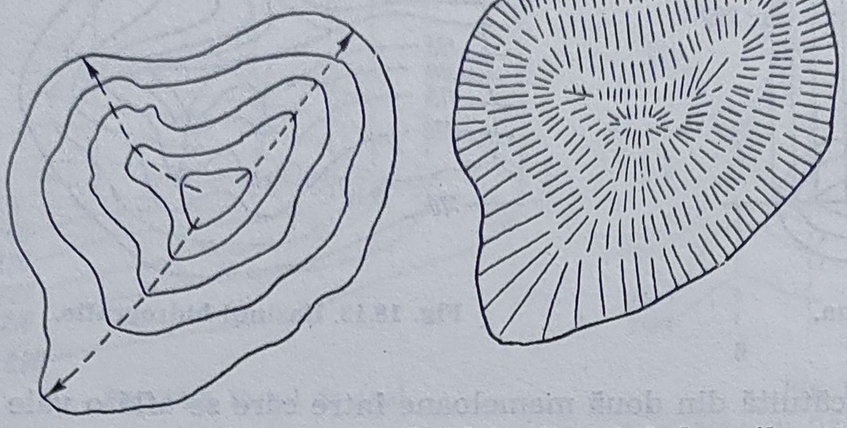


Fig. 18.14. Reprezentarea reliefului prin metoda haşurilor.

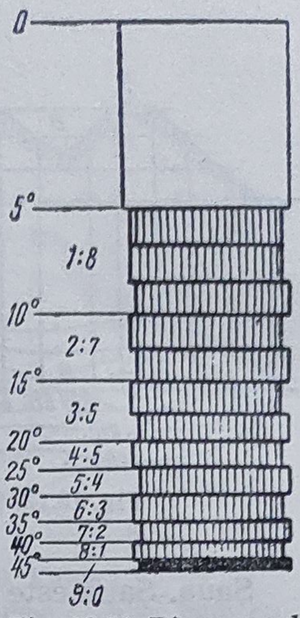


Fig. 18.15. Diapazonul haşurilor (după L e h m a n).

În cazul unui teren şes, cu panta sub 5^g, haşurile, fiind prea lungi şi rare, nu se mai trasează pentru a nu se confunda cu unele linii planimetrice.

Dacă panta este mai mare de 50^g, haşurile fiind prea scurte şi dese, se aplică semnul convenţional pentru ravene.

Pentru a trasa pe plan haşurile, precum şi pentru a citi un plan cu haşuri, este necesar să se cunoască *diapazonul haşurilor*, care indică scara de luminozitate, adică raportul dintre negru şi alb. Diapazonul haşurilor, după L e h m a n, este dat în figura 18.15. Potrivit acestui diapazon, negrul creşte faţă de alb pe măsură ce creşte panta.

Metoda haşurilor, deşi prezintă o expresivitate mai sugestivă decît metoda curbelor de nivel, totuşi se aplică mai rar pe planurile inginereşti, deoarece nu permite determinarea cotelor, acoperă detaliile planimetrice şi semnele convenţionale şi se execută greu. Se foloseşte, în special pe hărţile geografice.

18.5. METODA TENTELOR

Metoda tentelor sau a laviului constă în a colora planul între curbele de nivel cu aceeaşi culoare în nuanţe diferite. Nuanţele vor fi cu atît mai întunecate, pentru dealuri şi munţi, cu cît cotele terenului vor fi mai mari. La ape, nuanţele sînt mai întunecate pe măsură ce cotele batimetrice cresc, iar la cîmpii, pe măsură ce cotele terenului descresc. În acest scop, pe planul de situaţie, se trasează curbele de nivel şi apoi se pregăteşte culoarea în nuanţa cea mai deschisă. Se folosesc următoarele culori : albastru pentru ape, verde pentru cîmpii, galben pentru dealuri şi maron-cafeniu pen-

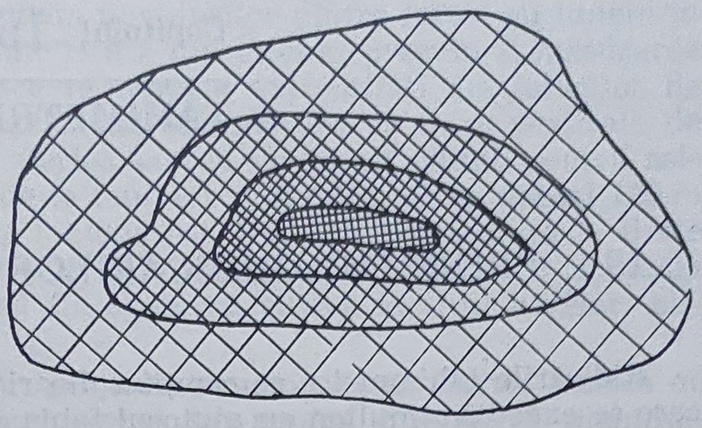


Fig. 18.16. Metoda tentelor.

tru munți. De exemplu, pentru un deal, se stabilesc pe plan curbele de nivel care reprezintă forma de relief respectivă și se colorează planul cu tenta sau nuanța corespunzătoare peste tot între curbele de nivel stabilite (fig. 18.16). Apoi, se aplică aceeași tentă începînd de la a doua pînă la ultima curbă de nivel din spațiul colorat anterior. După uscare, se aplică al treilea strat, de la a treia curbă de nivel pînă la ultima și așa mai departe. În modul arătat, se obține planul colorat mai deschis în porțiunile mai joase și mai închis în porțiunile mai înalte ale dealului.

Metoda tentelor este mai sugestivă decît metoda haşurilor, însă prezintă aceleași dezavantaje. De aceea, se aplică, în mod special, pe hărțile geografice și mai rar pe planurile inginerești.

18.6. METODA PLANURILOR ÎN RELIEF

Metoda planurilor în relief reprezintă terenul cu relieful său sub formă de machete sau mulaje și este metoda cea mai sugestivă, însă cu precizia cea mai mică. Se aplică, în special, în scop didactic, pentru reprezentarea orografică a terenului, precum și pentru cercetarea și proiectarea unor lucrări hidroameliorative cu importanță deosebită.

Planul în relief sau macheta terenului se execută după un plan topografic pe care relieful este reprezentat prin curbe de nivel. În acest scop, curbele de nivel de pe plan, se copiază pe calc, după care se trasează pe carton, placaj sau un material plastic. Materialul pe care se trasează curbele de nivel trebuie să aibă suprafața egală cu aceea a planului topografic, iar grosimea egală cu echidistanța aleasă pentru curbele din machetă. Se decupează suprafețele delimitate de curbele de nivel și se lipesc una peste alta în ordinea crescătoare a cotelor, obținînd, în acest mod, formele terenului reprezentate prin trepte. Spațiile dintre trepte se umple cu chit, pentru a se reda planului în relief o formă cît mai asemănătoare cu cea reală de pe teren. Se desenează detaliile planimetrice și se colorează relieful în culori convenționale. Se completează planul cu construcțiile hidroameliorative proiectate sau care se cercetează.

Capitolul **19.**

TAHIMETRIA

19.1. PRINCIPIUL RIDICĂRILOR TAHIMETRICE

Ridicările tahimetrice se compun din ridicări planimetrice și nivelitice care se execută simultan cu ajutorul tahimetrelor și mirelor, fără alte măsurări suplimentare. Rezultă că ridicările tahimetrice se execută în mod rapid cu tahimetrul și cu mira, pentru determinarea planimetrică și nivelitică a punctelor topografice. Datorită acestei caracteristici, s-a dedus denumirea de *tahimetrie* care provine de la cuvintele grecești : *tahis*=repede și *metron*=a măsura. Ridicările tahimetrice sînt rapide, deoarece distanțele se măsoară indirect, pe cale optică, electrooptică sau electromagnetică. Într-adevăr, se știe că măsurarea directă a distanțelor, cu panglici, fire de oțel, rulete etc. necesită un volum mare de lucrări, iar pe terenurile accidentate devine dificilă sau chiar imposibilă pe terenurile foarte accidentate și peste ape, pe cînd măsurarea optică, electrooptică și electromagnetică a distanțelor este metoda cea mai indicată în asemenea situații, avînd, în plus, avantajul că este mai rapidă și asigură precizii satisfăcătoare. În cazul ridicărilor tahimetrice, elementele care se măsoară pentru determinarea planimetrică (distanțe, unghiuri orizontale și verticale) servesc și pentru determinarea nivelitică a punctelor topografice. De aceea, ridicările tahimetrice se pot confunda cu nivelmentul trigonometric la distanțe mici, deosebirea constînd în faptul că la nivelmentul trigonometric la distanțe mici, măsurarea distanțelor se poate face direct sau indirect, pe cînd la ridicările tahimetrice, distanțele se determină numai pe cale indirectă.

Instrumente pentru ridicările tahimetrice sînt *tahimetrele* sau *teodolitele-tahimetre*, prevăzute cu fire stadimetrice, care au fost prezentate în capitolul 6 — *Măsurarea unghiurilor*.

Aparatele moderne de tahimetrie și anume : *tahimetrele autoreductoare, tahimetrele-telemetre*, precum și *telemetrele electrooptice* și *electromagnetice*, au fost, de asemenea, prezentate la capitolul 7 — *Măsurarea indirectă a distanțelor*.

19.2. DRUMUIRI ȘI RADIERI TAHIMETRICE

Drumuirile cu radieri tahimetrice se aplică întocmai ca drumuirile cu radieri planimetrice, cu deosebirea că măsurarea distanțelor se face numai pe cale indirectă.

Pentru fiecare punct de drumuire sau de radiere se măsoară orientarea, înclinarea și lungimea laturii de la punctul cu cotă și coordonate cunoscute (punctul de stație) la punctul nou. Unghiurile orizontale se măsoară prin

metoda orientărilor sau prin metoda unghiurilor dintre laturi cu luneta în ambele poziții. Măsurarea stadimetrică a distanțelor, precum și măsurarea unghiurilor verticale se vor face în ambele extremități ale laturilor de drumuire. Distanțele, pe cale optică, se vor măsura cu mira verticală de 3 sau 4 m, prevăzută cu nivelă sferică sau cu un fir cu plumb pentru asigurarea verticalității. Distanța de la tahimetru la miră nu va depăși 120 m la metoda drumuirii și 150 m la metoda radierii. Citirile pe miră la firele stadimetrice se vor verifica prin citirea la firul nivelor, observînd ca media citirilor la firele stadimetrice să fie egală cu citirea la firul nivelor, putînd să difere cu 1—2 mm.

Drumuirile cu radieri pot fi sprijinite sau în circuit închis. Datele de pe teren se înregistrează în formularul tip pentru drumuirea planimetrică, în care se efectuează și calculele. Calculele se efectuează mai întîi pentru drumuire și apoi pentru radieri. Mersul calculului pentru o drumuire în circuit combinată cu radieri tahimetrice este arătat în tabelul 19.1. În acest tabel sînt date operațiile de teren pentru executarea drumuirii în circuit închis combinată cu radieri tahimetrice, iar calculele sînt prezentate numai pentru orientări compensate, pentru reducerea distanțelor la orizont și pentru cote, suprimîndu-se calculul coordonatelor relative și absolute, întrucît raportarea punctelor pe plan s-a făcut prin metoda coordonatelor polare, cu ajutorul orientărilor și distanțelor orizontale.

19.2.1. CALCULUL DRUMUIRII TAHIMETRICE

Calculul drumuirii tahimetrice se compune din două faze : calcule pentru planimetrie și calcule pentru nivelment.

Calcule pentru planimetrie :

Calculul distanțelor de pe pantă. Pentru fiecare latură de drumuire se calculează produsul KH (tab. 19.1.) :

$$KH_{101-104} = 100\ (2{,}162 - 0{,}982) = 118{,}50 \text{ m}$$ pentru latura 101—104 ;

$$KH_{101-102} = 100\ (2{,}380 - 1{,}256) = 112{,}40 \text{ m}$$ pentru latura 101—102 ;

Se determină media produselor KH, rezultate din cele două extremități ale fiecărei laturi de drumuire :

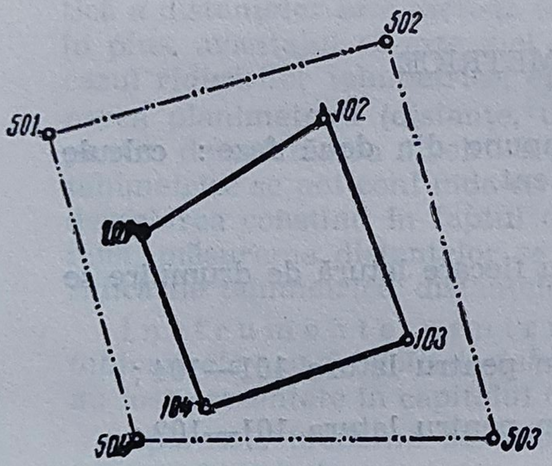
$$KH_{101-102(\text{m})} = \frac{KH_{101-102} + KH_{102-101}}{2} = \frac{112{,}40 + 112{,}50}{2} = 112{,}45 \text{ m}.$$

Mediile obținute reprezintă distanțele de pe pantă și se notează în formular sub produsul KH.

Calculul unghiurilor de pantă. În cazul cînd cercul vertical măsoară unghiuri zenitale, se determină unghiurile pe pantă corespunzătoare, din cele două extremități ale laturii de drumuire :

$$\alpha_{101-102} = 109^{g}25^{c} - 100^{g} = 9^{g}25^{c}$$

$$\alpha_{102-101} = 100^{g}00^{c} - 98^{g}76^{c} = 9^{g}24^{c}$$

Schiţa	Staţia	Puncte vizate	Distanţa cu stadia cu panglica m cm	Unghiul vertical g c cc	Orientări citite g c cc
	101	104	0 985 2 101 111,60	124 37 00 −24 37 00	185 75 00
		102	1 256 2 380 112,40 112,45	109 25 00 −9 25 00 −9 24 50	69 82 00 −50
		501	1 352 2 084 73,20	87 59 00 +12 41 00	357 97 00 − 50
	102	101	0 875 2 000 112,50	90 76 00 +9 24 00	269 82 00
		103	1 105 2 333 122,80 122,75	91 85 00 +8 15 00 +8 15 50	178 53 00 −1 00
		502	1 375 1 944 56,90	78 63 00 +21 37 00	48 64 00 −1 00
	103	102	0 836 2 063 122,70	108 16 00 −8 16 00	378 53 00
		104	1 195 2 368 117,30 117,30	122 47 00 −22 47 00 −22 47 00	285 72 00 −1 50
		503	1 082 1 767 68,50	85 92 00 +14 08 00	159 37 00 −1 50
	104	103	1 215 2 388 117,30	77 53 00 +22 47 00	85 59 00
		101	1 123 2 238 111,50 111,55	75 64 00 +24 36 00 +24 36 50	385 77 00 −2 00
		504	1 195 1 590 39,50	83 65 00 +16 35 00	276 81 00 −2 00

Tabelul 19.1

în circuit închis combinată cu radieri

Orientări compensate g c cc	Distanța orizontală m	cm	Cote relative m	cm	Cote absolute m	cm	Punctul
					300	00	⊙ 101
69 81 50	110	10	16 −0 16	09 01 10	283	90	⊙ 102
357 96 50	70	36	+13	92	313	92	○ 501
178 52 00	120	76	+15 −0 +15	55 01 54	299	44	⊙ 103
48 63 00	50	80	+17	70	301	60	○ 502
285 70 50	113	28	−38 −0 −38	06 01 07	261	37	⊙ 104
159 35 50	65	19	+14	67	314	11	○ 503
385 75 00	95	99	+38 −0 +38	64 01 63	300	00	⊙ 101
276 79 00	36	97	+9	72	271	09	○ 504

Se calculează mediile unghiurilor de pantă, rezultate din cele două extremităţi ale laturii de drumuire :

$$\alpha_{101-102(m)} = \frac{\alpha_{101-102} + \alpha_{102-101}}{2} = \frac{9^g25^c + 9^g24^c}{2} = 9^g24^c50^{cc}$$

Mediile obţinute pentru unghiurile de pantă se notează în formular sub valorile de la prima extremitate a laturilor.

Calculul distanţei orizontale. Reducerea distanţelor la orizont se calculează cu formula : $d = KH \cos^2\alpha$, folosind tabelele de valori naturale sau tabelele de coordonate topometrice. Cu ajutorul tabelelor de valori naturale, pentru latura 101—102 rezultă :

$$d_{101-102} = 112{,}45 \cos^2 9^g24^c50^{cc} = 112{,}45 \cdot 0{,}97906 = 110{,}10 \text{ m.}$$

În cazul cînd se folosesc tabelele de coordonate topometrice, întocmite de D. I. Ciurileanu (Ed. Tehnică, 1953), rezultă :

$$d_{101-102} = 112{,}45 \cdot \cos^2 9^g24^c50^{cc} = R = 107{,}70 + 2{,}35 + 0{,}05 = 110{,}10 \text{ m.}$$

După obţinerea distanţelor orizontale, se calculează şi se compensează eroarea de închidere pe orientare, aşa cum s-a arătat la drumuirea planimetrică.

Cu ajutorul distanţelor orizontale şi cu orientările compensate se raportează pe plan punctele de drumuire prin metoda coordonatelor polare. În cazul cînd se cere precizie mai mare la raportarea punctelor pe plan, se calculează coordonatele relative, se determină şi se compensează erorile de închidere pe coordonate relative şi apoi, se calculează coordonatele absolute, după procedeele arătate la drumuirea planimetrică.

Calculele pentru nivelment :

Calculul diferenţelor de nivel. Diferenţele de nivel se calculează cu formula :

$$H = K \cdot H \cdot \sin\alpha \cos\alpha,$$

folosind tabelele de valori naturale sau tabelele de coordonate topometrice. Cu ajutorul tabelelor de valori naturale, pentru diferenţa de nivel dintre punctele 101 şi 102, rezultă :

$$H_{101-102} = 112{,}45 \sin 9^g24^c50^{cc} \cdot \cos 9^g24^c50^{cc} = 112{,}45 \cdot 0{,}14318 = 16{,}10 \text{ m}$$

În cazul cînd se folosesc tabelele de coordonate topometrice, întocmite de D. I. Ciurileanu, Ed. Tehnică, 1953, se procedează după cum urmează :

$$H_{101-102} = K \cdot H \cdot \sin\alpha \cos\alpha = 112{,}45 \cdot \sin 9^g24^c50^{cc} \cdot \cos 9^g24^c50^{cc} = r.$$

Se deschid tabelele la pagina corespunzătoare unghiului de 9^g (scris în prima coloană a tăbliţei din stînga, notată cu $\frac{\sin \cos}{z=r}$) şi distanţei de 110 m. Pe linia 24^c, aflată între 20^c şi 24_c, mai aproape de 25^c, şi în coloana 110 m se citeşte $r = 15{,}74$ m. Valoarea corespunzătoare diferenţei de

2,4 m se extrage din tăbliţa de la marginea dreaptă a paginii, între liniile groase ale minutelor 20^c şi 40^c, citind în caseta 2 m şi pe linia 4 dm, $r = 0{,}34$ m. Pentru restul de 5 cm, se citeşte în dreptul centimetrului 5, aflat pe linia de sus a tăbliţei din dreapta, valoarea $r = 0{,}01$ m.

Se adună valorile extrase şi rezultă :

$H_{101-102} = 15{,}74 + 0{,}34 + 0{,}01 = 16{,}09$ m, adică o valoare foarte apropiată de cea calculată cu tabelele de valori naturale.

Semnul diferenţelor de nivel este dat de semnul unghiului de pantă. Unghiul de pantă, pentru latura 101—102, fiind negativ, rezultă că $H_{101-102} = -16{,}09$ m.

Calculul erorii de închidere pe cote. Drumuirea tahimetrică fiind executată în circuit închis, înseamnă că eroarea de închidere pe cote se calculează cu relaţia :

$$e_H = -\sum H_i = -(H_{101-102} + H_{102-103} + H_{103-104} + H_{104-101})$$

sau

$$e_H = -(-16{,}09 + 15{,}55 - 38{,}06 + 38{,}64) = -0{,}04 \text{ m}.$$

Toleranţa se calculează cu formula :

$$T = 0{,}20 \text{ m}\sqrt{L} = 0{,}20 \text{ m}\sqrt{0{,}44013} = 0{,}132 \text{ m}.$$

Comparînd eroarea ($e_H = -0{,}04$ m) cu toleranţa ($T = \pm 0{,}132$ m) rezultă că măsurarea este bună.

Compensarea erorii de închidere pe cote. Compensarea erorii de închidere pe cote se face proporţional cu lungimea laturilor de drumuire. În acest scop, se calculează corecţia la suta de metri cu relaţia :

$$K_H = \frac{\pm e_H}{L} \cdot 100 = \frac{-0{,}04}{440{,}13} \cdot 100 = -0{,}009 \approx -0{,}01 \text{ m}.$$

Lungimile laturilor de drumuire fiind aproximativ egale cu 100 m înseamnă că diferenţele de nivel dintre punctele de drumuire se vor corecta cu aceeaşi valoare şi anume cu —0,01 m, rezultînd valorile definitive ale diferenţelor de nivel, adică :

$$H_{101-102} = -16{,}09 - 0{,}01 = -16{,}10 \text{ m};$$

$$H_{102-103} = +15{,}55 - 0{,}01 = +15{,}54 \text{ m};$$

$$H_{103-104} = -38{,}06 - 0{,}01 = -38{,}07 \text{ m};$$

$$H_{104-101} = +38{,}64 - 0{,}01 = +38{,}63 \text{ m}$$

$$\sum H_{i(c)} = 0{,}00 \text{ m}$$

Diferenţele de nivel corectate trebuie să satisfacă relaţia :

$$\sum H_{i(c)} = 0.$$

Calculul cotelor absolute. Calculul cotelor absolute se efectuează, din aproape în aproape, cu relația :

$$Z_P = Z_S + H_{S-P},$$

în care : Z_P este cota absolută a punctului P ; Z_S — cota absolută a punctului de stație ; H_{S-P} — diferența de nivel corectată între punctul de stație S și punctul P.

Exemplu :

$$Z_{102} = Z_{101} + H_{101-102} = 300{,}00 - 16{,}10 = 283{,}90 ;$$

$$Z_{103} = Z_{102} + H_{102-104} = 283{,}90 + 15{,}54 = 299{,}44.$$

19.2.2. CALCULUL RADIERILOR TAHIMETRICE

Calculul radierilor tahimetrice ca și calculul drumuirii tahimetrice, se realizează în două faze : calculele pentru planimetrie și calcule pentru nivelment.

Calcule pentru planimetrie :

Pentru determinarea planimetrică a punctelor de radieri tahimetrice, se calculează : distanțele de pe pantă, unghiurile de pantă și distanțele reduse la orizont, întocmai cum s-a arătat la calculul drumuirii tahimetrice. Pentru obținerea orientărilor definitive, se corectează orientările determinate pe teren cu aceeași valoare cu care s-a compensat orientarea laturii de drumuire din stația respectivă. Întrucît, în general, punctele de radieri tahimetrice se raportează pe plan prin coordonate polare, adică prin distanțe și unghiuri, nu se mai calculează coordonatele relative și absolute.

Calcule pentru nivelment :

Calculul diferențelor de nivel. Diferențele de nivel se calculează cu aceeași formulă ca și la drumuirea tahimetrică, adică : $H = K \cdot H \cdot \sin \alpha \cos \alpha$, folosind tabelele de valori naturale sau tabelele de coordonate topometrice. Pentru diferența de nivel dintre punctul de stație 101 și punctul de radiere 501, rezultă :

$$H_{101-501} = 73{,}20\ (+\sin 12^g41^c \cos 12^g41^c) = 73{,}20\ (+0{,}19018) = +13{,}92 \text{ m}.$$

Calculul cotelor absolute. Cotele absolute se calculează cu relația :

$$Z_R = Z_S + H_{S-R},$$

în care : Z_R este cota absolută a punctului de radiere ; Z_S — cota absolută a punctului de stație ; H_{S-R} — diferența de nivel dintre punctul de stație și punctul de radiere.

Exemplu : $Z_{501} = Z_{101} + H_{101-501} = 300{,}00 + 13{,}92 = 313{,}92$ m.

$$Z_{502} = Z_{102} + H_{102-502} = 283{,}90 + 17{,}70 = 301{,}60 \text{ m}.$$

Capitolul 20.

CALCULUL SUPRAFEŢELOR

20.1. SCOP. CLASIFICAREA METODELOR

Cunoaşterea mărimii suprafeţelor este unul din ţelurile ridicărilor topografice în plan.

Metodele pentru calculul suprafeţelor sînt diferite şi numeroase. Ele se pot grupa astfel :

— metode grafice care constau în preluarea elementelor lineare de pe plan şi introducerea lor, după transformarea în distanţe orizontale de pe teren, în formule cunoscute din geometria plană ;

— metode numerice care solicită cunoaşterea coordonatelor polare sau rectangulare ale punctelor caracteristice ale suprafeţei ;

— metode mecanice care se bazează pe instrumente anume concepute pentru această operaţie.

Alegerea uneia sau alteia dintre metode este determinată de elementele prin care sînt cunoscute punctele caracteristice ale suprafeţei, de existenţa planurilor, precum şi de precizia cu care se cere cunoaşterea mărimii suprafeţelor.

20.2. METODE GRAFICE

Metodele grafice se utilizează atunci cînd suprafaţa trebuie cunoscută cu o precizie mai mică. Este necesar însă ca suprafaţa să fie raportată pe plan. Exactitatea obţinerii mărimii suprafeţelor este determinată de scara planului şi de precizia preluării elementelor lineare de pe plan. De asemenea, mai intervine şi deformarea în timp a hîrtiei pe care s-a făcut raportarea.

Determinarea grafică a suprafeţelor prin descompunerea lor în forme geometrice. Suprafeţele cu un număr redus de puncte se pot determina prin împărţirea lor în figuri geometrice simple, de obicei în triunghiuri şi trapeze.

Cînd suprafaţa se împarte în triunghiuri, punctele caracteristice ale suprafeţei se unesc, prin linii subţiri, în aşa fel încît două triunghiuri să aibe o aceeaşi bază, în acest fel reducîndu-se numărul de distanţe care trebuie măsurate pe plan (fig. 20.1).

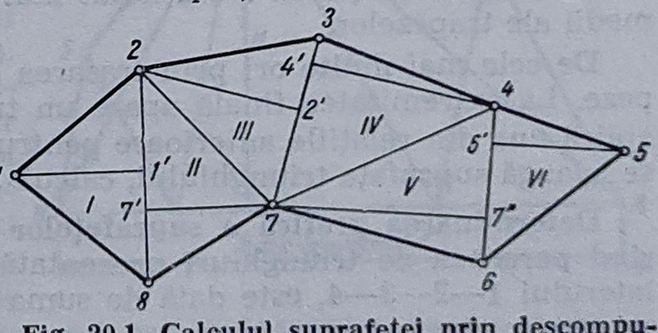


Fig. 20.1. Calculul suprafeţei prin descompunere în triunghiuri.

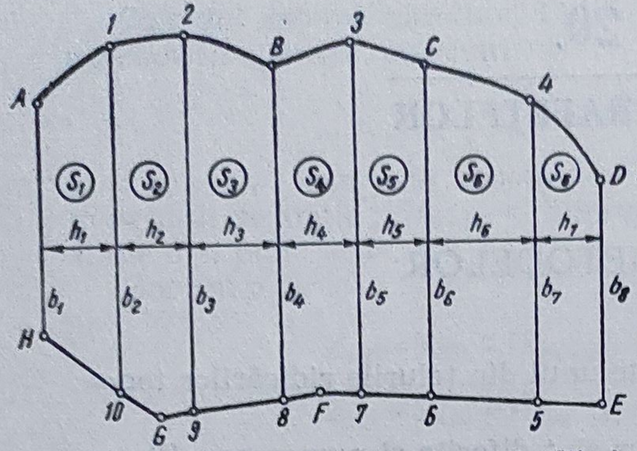


Fig. 20.2. Metoda trapezelor cu înălțimi inegale.

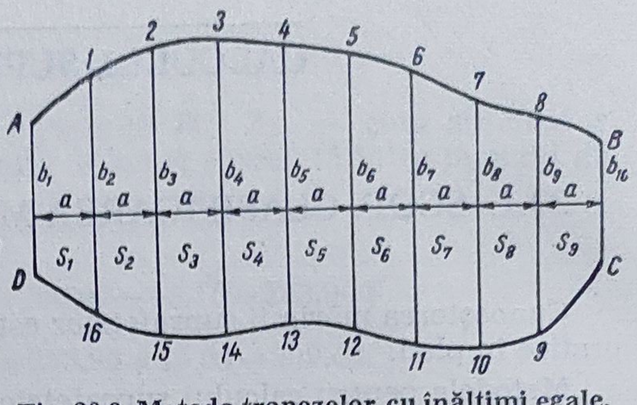


Fig. 20.3. Metoda trapezelor cu înălțimi egale.

Bazele și înălțimile triunghiurilor se măsoară cu o riglă gradată milimetric, luîndu-se prin apreciere și fracțiunile de milimetru.

Atunci cînd planul este raportat pe hîrtie milimetrică este bine ca măsurarea distanțelor pe plan să se facă cu o fîșie de hîrtie milimetrică, deoarece gradația colii de hîrtie milimetrică diferă de cea a riglelor cu 1 : 250.

În cazul suprafețelor de formă alungită se poate folosi împărțirea în trapeze, prin trasarea de linii paralele cu o direcție considerată de bază prin toate punctele caracteristice ale poligonului (fig. 20.2).

Într-o altă variantă metoda trapezelor se poate aplica formîndu-se trapeze de înălțime egală (fig. 20.3). Această metodă mai poartă denumirea de paralele echidistante și constă în trasarea de paralele la una din laturile poligonului de bază, la distanțe egale. În acest fel, calculul se ușurează deoarece apare ca factor comun înălțimea trapezelor. Așa după cum se poate vedea din figura menționată mai sus :

$$2S = 2s_1 + 2s_2 + \ldots + 2s_n = a\,[(b_1 + b_2) + (b_2 + b_3) + \ldots + (b_{n-1} + b_n)] =$$
$$= a\,[(b_1 + b_n) + 2\,(b_2 + b_3 + \ldots + b_{n-1})]$$

Mai expeditiv este să se măsoare bazele medii ale trapezelor formate în care situație suprafața se obține cu ajutorul relației :

$$S = a\,(B_1 + B_2 + \ldots + B_n).$$

În această relație cu a s-a notat înălțimea trapezelor, iar cu B_i bazele medii ale trapezelor.

De cele mai multe ori prin trasarea de paralele nu rezultă numai trapeze. La extremitatea finală apare un triunghi (fig. 20.4). În acest caz se aplică una din relațiile anterioare pentru trapezele formate, iar la rezultat se adaugă suprafața triunghiului, calculată separat, prin metoda cunoscută.

Determinarea grafică a suprafețelor prin metoda echerului. Considerînd perechea de triunghiuri prezentată în figura 20.5, suprafața patrulaterului 1—2—3—4, este dată de suma suprafețelor triunghiurilor :

$$S_T = S_1 + S_2.$$

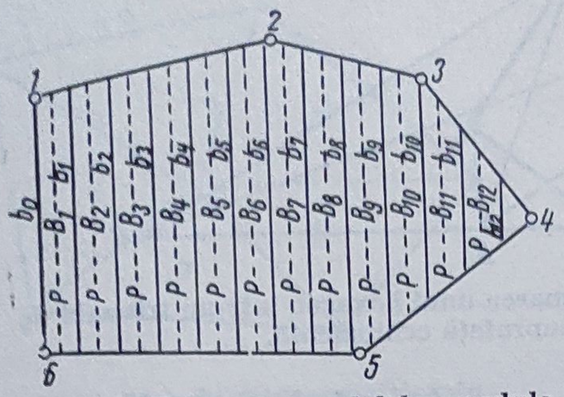


Fig. 20.4. Metoda paralelelor module.

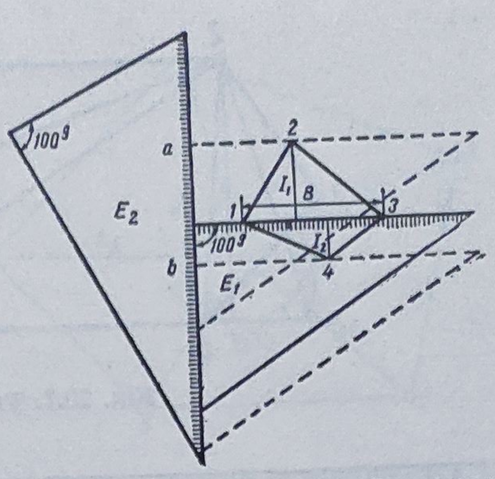


Fig. 20.5. Măsurarea bazei comune și a înălțimilor cu echerele.

Elementele necesare calculului suprafeței fiecărui triunghi se obțin de pe plan cu ajutorul a două echere.

Determinarea grafică a suprafețelor prin transformarea poligoanelor în triunghiuri de suprafață echivalentă. Metoda se aplică în poligoane cu 5—6 laturi.

În cazul unui pentagon (fig. 20.6), transformarea acestuia într-un triunghi de suprafață echivalentă se desfășoară în felul următor :

— se unește punctul 1 cu punctele 3 și 4, rezultînd triunghiurile 5—1—4, 4—3—1 și 3—1—2 ;

— se prelungește latura 3—4, care se consideră bază a transformării, într-o parte și alta ;

— se trasează prin punctul 5 o paralelă 5-*B*, la linia 1—4, iar prin punctul 2 paralela 2-*A* la linia 1—3 ;

— se unește 1 cu *B* și cu *A*, observîndu-se că s-au format triunghiurile 1—*B*—4 și 1—3—*A*. Triunghiul 1—*B*—4 este egal cu triunghiul 1—5—4 deoarece au aceeași bază și înălțime egală. Pentru aceleași considerente sînt egale între ele triunghiurile 1—2—3 și 1—*A*—3.

Rezultă că triunghiul *B*—1—*A* are aceeași suprafață cu poligonul inițial. Măsurînd baza și înălțimea triunghiului *B*—1—*A* se calculează, cu elementele corespunzătoare pe teren suprafața acestuia și implicit a poligonului 1—2—3—4—5.

În mod asemănător se procedează și la transformarea unui hexagon oarecare într-un triunghi de suprafață echivalentă (fig. 20.7).

Determinarea grafică a suprafețelor prin metoda patratelor module. Această metodă mai poartă denumirea de metoda paletei. Ea constă din trasarea unui caroiaj sau așezarea deasupra planului a unei foi de hîrtie de calc pe care s-a trasat un caroiaj cu latura de 5 sau 10 mm (fig. 20.8).

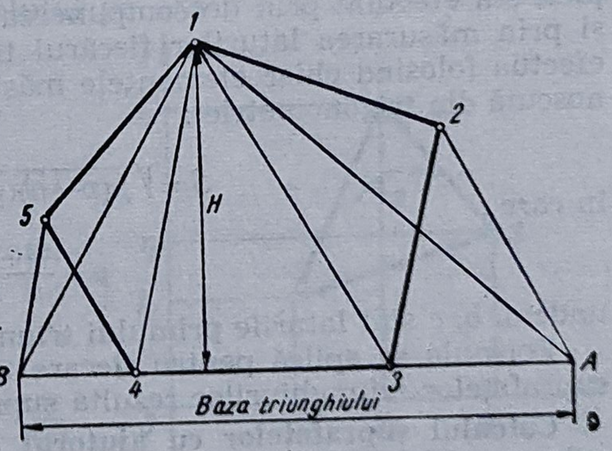


Fig. 20.6. Transformarea unui pentagon într-un triunghi de suprafață echivalentă.

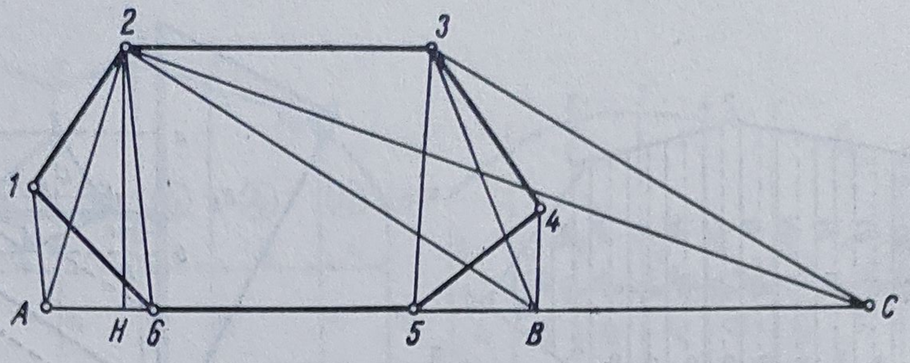


Fig. 20.7. Transformarea unui hexagon într-un triunghi de suprafață echivalentă.

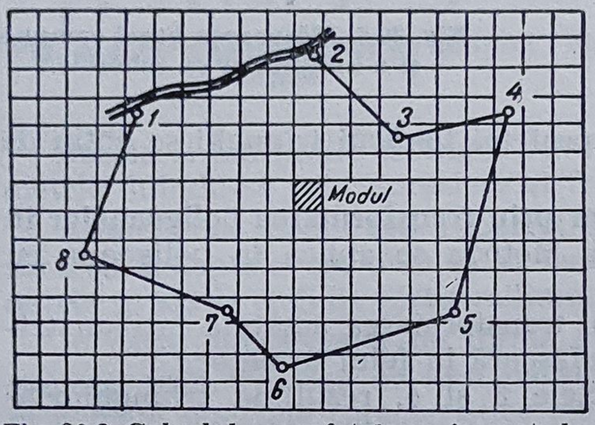


Fig. 20.8. Calculul suprafețelor prin metoda patratelor module (paleta).

Cunoscînd suprafața unui pătrat din caroiaj, ținînd seama de scara planului se numără pătratele cuprinse în întregime, iar fracțiunile din patratele intersectate de conturul suprafeței se apreciază din ochi și se grupează în patrate întregi. Pentru control, numărarea se face atît pe coloane, cît și pe linii.

20.3. METODE NUMERICE PENTRU CALCULUL SUPRAFEȚELOR

Calculul numeric al suprafețelor se bazează pe cunoașterea unor valori numerice, ale determinării punctelor, distanțe, coordonate polare sau rectangulare.

Calculul suprafețelor cu ajutorul distanțelor. În cazul cînd ridicarea în plan s-a efectuat prin descompunerea suprafeței poligonale în triunghiuri și prin măsurarea laturilor fiecărui triunghi calculul suprafeței se poate efectua folosind chiar elementele măsurate pe teren utilizînd formula cunoscută din trigonometrie :

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

în care :

$$p=\frac{a+b+c}{2},$$

unde a, b, c sînt laturile primului triunghi.

Formula se aplică pentru fiecare triunghi în parte, iar din însumarea suprafețelor triunghiurilor rezultă suprafața poligonului (fig. 20.9).

Calculul suprafețelor cu ajutorul coordonatelor polare. Coordonatele polare rezultate din aplicarea metodei radierii sînt suficiente pentru calcularea suprafeței ridicate în plan.

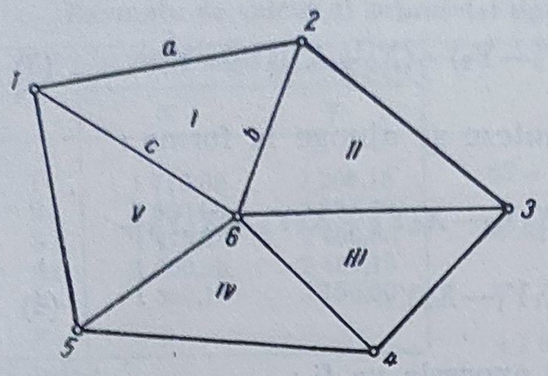


Fig. 20.9. Metoda trigonometrică în cazul cînd ridicarea planimetrică s-a făcut prin distanțe.

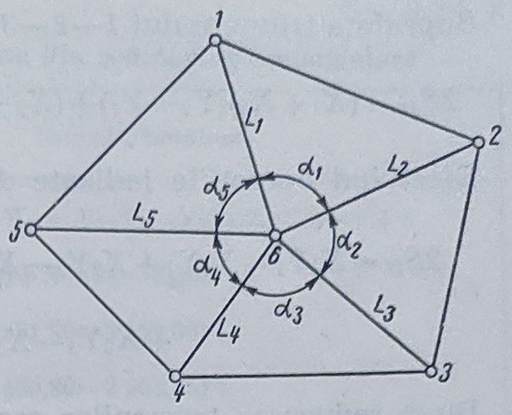


Fig. 20.10. Metoda trigonometrică în cazul cînd ridicarea planimetrică s-a făcut prin distanțe și unghiuri.

Formula de calcul este cea care dă suprafața în funcție de două laturi adiacente și sinusul unghiului format de ele.

În cazul cînd pe teren s-au măsurat orientările laturilor radiale, unghiurile dintre laturi se obțin din diferența orientărilor acestora. Pentru cazul prezentat în figura 20.10 se observă că poligonul este format din cinci triunghiuri, fiind măsurate laturile $l_1, l_2, \ldots, l_5$ și unghiurile $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_5$ astfel încît suprafața poligonului va fi :

$$2S = 2s_1 + 2s_2 + \ldots + 2s_5 = l_1 l_2 \sin \alpha_1 + l_2 l_3 \sin \alpha_2 + \ldots + l_4 l_5 \sin \alpha_5.$$

Calculul suprafețelor cu ajutorul coordonatelor rectangulare. Această metodă este cea mai precisă și mai des utilizată dintre metodele numerice. Aplicarea ei impune cunoașterea coordonatelor rectangulare ale punctelor caracteristice ale suprafeței.

Considerînd exemplul din figura 20.11 se poate observa că liniile de proiectare, axa Y-lor (sau axa X-lor) și laturile triunghiului formează o sumă de trapeze, astfel încît suprafața triunghiului poate rezulta din însumarea algebrică a suprafețelor acestor trapeze.

Oprindu-ne la proiecția triunghiului pe axa Y-lor se poate scrie că suprafața triunghiului este :

$$2S_{tr} = 2S_{1\text{-}2\text{-}Y_2\text{-}Y_1} + 2S_{2\text{-}3\text{-}Y_3\text{-}Y_2} - 2S_{1\text{-}3\text{-}Y_3\text{-}Y_1} \qquad (1)$$

Suprafețele trapezelor componente, în funcție de baze și înălțimi, vor fi :

$$\begin{aligned} 2S_{1\text{-}2\text{-}Y_2\text{-}Y_1} &= (X_1 + X_2)(Y_2 - Y_1) \\ 2S_{2\text{-}3\text{-}Y_3\text{-}Y_2} &= (X_2 + X_3)(Y_3 - Y_2) \qquad (2) \\ 2S_{1\text{-}3\text{-}Y_3\text{-}Y_1} &= (X_3 + X_1)(Y_3 - Y_1) \end{aligned}$$

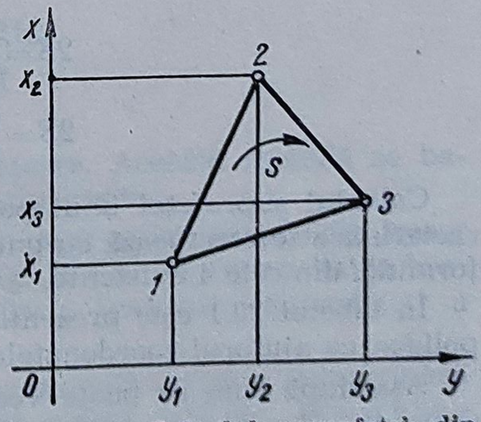


Fig. 20.11. Calculul suprafeței din coordonate în cazul unui triunghi.

Suprafața triunghiului 1—2—3 va fi, deci :

$$2S_{tr} = (X_1 + X_2)(Y_2 - Y_1) + (X_2 + X_3)(Y_3 - Y_2) - (X_3 + X_1)(Y_3 - Y_1). \quad (3)$$

Efectuînd operațiile indicate de paranteze se ajunge la forma :

$$2S_{tr} = X_1Y_2 - X_1Y_1 + X_2Y_2 - X_2Y_1 + X_2Y_2 - X_3Y_2 + X_2Y_3 + X_3Y_3 + \\ + X_3Y_1 - X_1Y_3 + X_1Y_1 - X_3Y_3. \quad (4)$$

După reducerea termenilor asemenea expresia va fi :

$$2S_{tr} = X_1Y_2 - X_2Y_1 + X_2Y_3 - X_3Y_2 + X_3Y_1 - X_1Y_3. \quad (5)$$

Dînd factor comun pe X_1, X_2 și X_3 se va obține :

$$2S_{tr} = X_1(Y_2 - Y_3) + X_2(Y_3 - Y_1) + X_3(Y_1 - Y_2) \quad (6)$$

În cazul cînd se dă factor comun pe Y_1, Y_2 și Y_3 suprafața se va obține cu ajutorul relației :

$$2S_{tr} = Y_1(X_3 - X_2) + Y_2(X_1 - X_3) + Y_3(X_2 - X_1) \quad (7)$$

Generalizînd, pentru un poligon cu n laturi, formulele de calcul vor fi :

$$2S = \sum X_n(Y_{n+1} - Y_{n+1}) \quad (8)$$

$$2S = \sum Y_n(X_{n-1} - X_{n+1}) \quad (9)$$

Considerînd proiecția triunghiului pe axa X-lor și efectuînd aceleași operații se vor obține alte două relații pentru calculul suprafeței unui poligon cu n laturi :

$$2S = \sum X_n(Y_{n-1} - Y_{n+1}) \quad (10)$$

$$2S = \sum Y_n(X_{n+1} - X_{n-1}) \quad (11)$$

Calculul suprafeței unui poligon dat prin coordonatele punctelor caracteristice se efectuează cu una din formule și se verifică printr-o a doua formulă, din cele 4 existente.

În tabelul 20.1 este prezentat un exemplu de calcul al suprafeței unui poligon cu ajutorul coordonatelor rectangulare ale punctelor caracteristice.

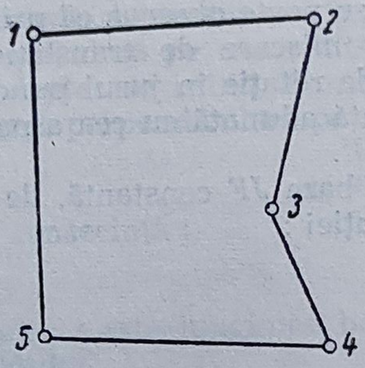
Așa după cum se poate vedea din exemplul de mai sus, rezultatele obținute prin cele două formule de calcul trebuie să fie identice pînă la ultima zecimală.

Tabelul 20. 1

Exemplu de calcul al suprafeței unui poligon din coordonate rectangulare

Pt.	Coordonate absolute X	Coordonate absolute Y
1	1 710,00	2 206,15
2	1 668,50	2 531,20
3	1 475,00	2 450,80
4	1 290,25	2 480,15
5	1 350,10	2 150,00

Schița :



Formule, rezultate

$$2S = X_1 (Y_2 - Y_5) + X_2 (Y_3 - Y_1) + X_3 (Y_4 - Y_2) +$$
$$+ X_4 (Y_5 - Y_3) + X_5 (Y_1 - Y_4) =$$
$$= 1\,710{,}00\ (2\,531{,}20 - 2\,150{,}00) +$$
$$+ 1\,668{,}50\ (2\,450{,}80 - 2\,206{,}15) +$$
$$+ 1\,475{,}00\ (2\,480{,}15 - 2\,531{,}20) +$$
$$+ 1\,290{,}25\ (2\,150{,}00 - 2\,450{,}80) +$$
$$+ 1\,350{,}10\ (2\,206{,}15 - 2\,480{,}15) =$$
$$= +651\,852{,}0000 + 408\,198{,}5250 - 75\,298{,}7500 -$$
$$- 388\,107{,}2000 - 369\,927{,}4000.$$
$$2S = 226\,717{,}1750\ m^2$$
$$S = 113\,358{,}5875\ m^2$$

$$2S = Y_1 (X_5 - X_2) + Y_2 (X_1 - X_3) + Y_3 (X_2 - X_4) + Y_4 (X_3 - X_5) + Y_5 (X_4 - X_1) =$$
$$= 2\,206{,}15\ (1\,350{,}10 - 1\,668{,}50) + 2\,531{,}20\ (1\,710{,}00 - 1\,475{,}00) +$$
$$+ 2\,450{,}80\ (1\,668{,}50 - 1\,290{,}25) + 2\,480{,}15\ (1\,475{,}00 - 1\,350{,}10) +$$
$$+ 2\,150{,}00\ (1\,290{,}25 - 1\,710{,}00) =$$
$$= -702\,438{,}1600 + 594\,832{,}0000 + 927\,015{,}1000 + 309\,770{,}7350 - 902\,462{,}5000$$
$$2S = 226\,717{,}1750\ m^2$$
$$S = 113\,358{,}5875\ m^2$$

20.4. METODE MECANICE PENTRU CALCULUL SUPRAFEȚELOR

Determinarea suprafețelor prin planimetrare. Această metodă se bazează pe folosirea unui instrument denumit planimetru.

Instrumentul constă din două brațe : un braț polar și un braț trasor prevăzut cu un dispozitiv de înregistrare (fig. 20.12). La extremitatea brațului trasor există un dispozitiv de urmărire a conturului suprafeței a cărei mărime se caută.

Principiul planimetrului polar. Justificarea matematică a determinării suprafețelor cu ajutorul planimetrului polar a fost dată de Maurice Lavy în lucrarea „La statique grafique". Suprafața unui poligon de con-

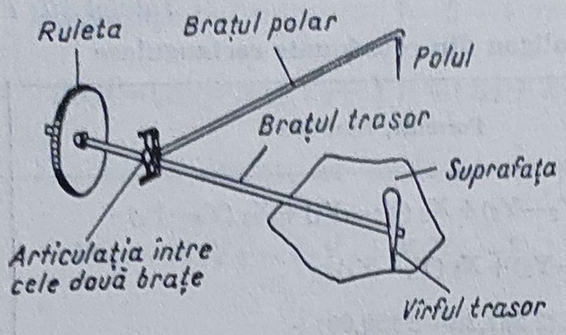


Fig. 20.12. Principiul de construcție al planimetrului.

tur C este echivalentă în cazul cînd polul planimetrului E este exterior, cu cea a unui dreptunghi care are ca bază lungimea brațului F iar ca lățime lungimea arcului descris de ruleta D, al cărui ax de rotație este axul barei F sau paralel cu acest ax (fig. 20.13).

Pentru a demonstra că suprafața parcursă de stilul planimetrului de-a lungul conturului C este echivalentă cu cea a unui dreptunghi se poate observa că prin deplasarea brațului trasor din F în F', printr-o mișcare de translație, s-a realizat suprafața $JFfJ'$, iar printr-o mișcare de rotație în jurul punctului J', s-a format triunghiul $J'fF'$, a cărui suprafață adunată cu cea a paralelogramului $JFfJ'$ dă suprafața elementară $JFF'J'$.

Suprafața paralelogramului $JFfJ'$ care are baza JF constantă, de lungime l și înălțimea dh se obține cu ajutorul relației :

$$dS_1 = l \times dh \tag{1}$$

Triunghiul $J'fF'$ va avea suprafața :

$$dS_2 = \frac{1}{2} l^2 d\omega \tag{2}$$

Înseamnă că suprafața considerată ca elementară $JFF'J'$ se va obține din însumarea :

$$dS = dS_1 + dS_2 = l dh + \frac{1}{2} l^2 d\omega \tag{3}$$

Suprafața totală, mărginită de conturul C, va fi suma suprafețelor elementare dS, adică :

$$S = l \int dn + \frac{1}{2} l^2 \int d\omega \tag{4}$$

Pentru simplificarea relației (4) se observă că :

$$\int d\omega = \omega, \tag{5}$$

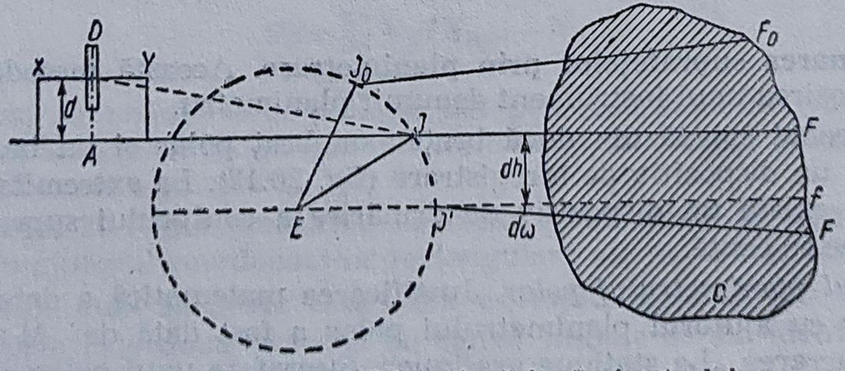


Fig. 20.13. Principiul funcționării planimetrului.

unde ω reprezintă unghiul cuprins între poziția inițială și cea finală a brațului trasor.

Unghiul ω este egal cu zero deoarece brațul trasor se întoarce în poziția inițială astfel încît relația (4) se simplifică luînd forma :

$$S = l \int dh \tag{6}$$

În continuare să examinăm deplasarea dispozitivului de înregistrare D, al cărui ax XY este paralel cu brațul trasor, F.

Prin deplasarea stilului brațului trasor din F în f ruleta va lua o poziție paralelă cu dreapta J'—f descriind în timpul rotației sale un arc corespunzător unghiului dn.

Această deplasare poate fi însă înlocuită cu alte două deplasări : una perpendiculară pe axa rotiței, D și o alta paralelă cu axa ei. În cea de a doua deplasare rotița alunecă, fără a se roti, astfel încît existînd numai mișcarea perpendiculară pe axul ei se poate scrie :

$$du = dh, \text{ de unde } u = h$$

și, în consecință :

$$S = lu, \tag{7}$$

în care : l este lungimea barei ; u — lungimea arcului descris de ruleta aparatului.

În situația cînd polul E este așezat în interiorul suprafeței, suprafața se determină introducînd constanta de pol interior k :

$$S = l \cdot u + k \tag{8}$$

Descrierea planimetrului polar. Așa după cum s-a arătat în componența instrumentului intră un braț polar și un braț trasor, care în poziție de lucru se articulează între ele prin intermediul unei tije (fig. 20.14). Brațul polar are la o extremitate o contragreutate prevăzută cu 1—2 ace care fixează planimetrul de planșetă sau de masa de lucru și care formează polul planimetrului. La această extremitate brațul polar are o tijă prin care face legătura cu brațul trasor. Această tijă se introduce într-o adîncitură prevăzută în brațul trasor.

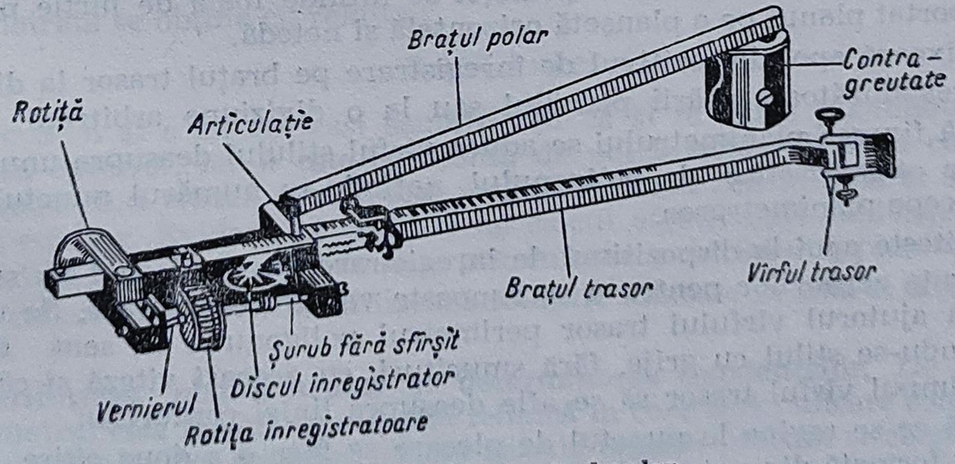


Fig. 20.14. Planimetrul polar.

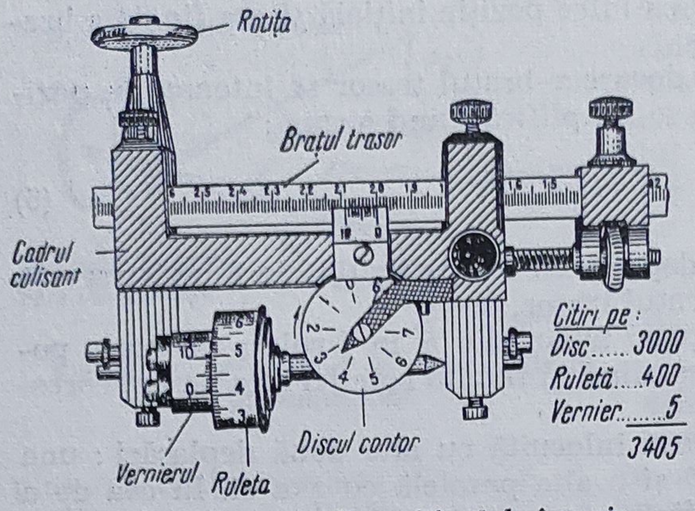


Fig. 20.15. Citirea la diapozitivul de înregistrare.

Brațul trasor constă dintr-o tijă metalică gradată milimetric și care are la un capăt vîrful trasor, iar la celălalt dispozitivul de înregistrare. Vîrful trasor sau dispozitivul de urmărire este format dintr-un ac ascuțit la un capăt, un al doilea ac, neascuțit care ține stilul la o înălțime convenabilă deasupra planului pentru a nu-l sgîria și o urechiușe, cu ajutorul căreia se poate conduce vîrful trasor de-a lungul perimetrului poligonului a cărui suprafață se caută.

Dispozitivul de înregistrare (fig. 20.15) este format din mai multe piese :

— o rotiță înregistratoare divizată în 100 părți și numerotată din 10 în 10 ;

— un vernier cu 10 diviziuni pentru citirea mai precisă a gradațiilor rotiței înregistratoare ;

— un disc contor sau înregistrator gradat în 10 părți și care este pus în legătură cu rotița înregistratoare printr-un șurub fără sfîrșit. O rotire completă a rotiței înregistratoare corespunde la o diviziune a discului.

Întregul dispozitiv de înregistrare poate fi deplasat de-a lungul brațului trasor și fixat în dreptul uneia din diviziunile acestuia, corespunzător scării planului, cu ajutorul unui șurub de fixare și al unui șurub micrometric. Dintre planimetrele moderne, care asigură rapiditate și precizie mare la determinarea suprafețelor se menționează planimetrul model 236 (NF 390 TTC) prezentat în figura 20.16.

Tehnica de lucru la folosirea planimetrului polar. Planimetrul polar se poate așeza cu polul în exteriorul suprafeței sau cu polul în interiorul ei.

Înainte de planimetrarea suprafeței se întinde foaia de hîrtie pe care este raportat planul pe o planșetă orizontală și netedă.

Se fixează apoi dispozitivul de înregistrare pe brațul trasor la diviziunea corespunzătoare scării planului sau la o diviziune arbitrară.

După fixarea planimetrului se aduce vîrful stilului deasupra unuia din punctele caracteristice ale poligonului, notîndu-se numărul punctului de unde începe planimetrarea.

Se citește apoi la dispozitivul de înregistrare, în cazul cînd nu se face coincidența zerourilor pentru a se cunoaște valoare de plecare. Se urmărește cu ajutorul vîrfului trasor perimetrul poligonului în sens direct, conducîndu-se stilul cu grije, fără smucituri, cu aceeași viteză și căutînd ca tot timpul vîrful trasor să se afle deasupra liniei conturului.

După ce se revine la punctul de plecare se face o a doua citire. O citire este formată din patru cifre :

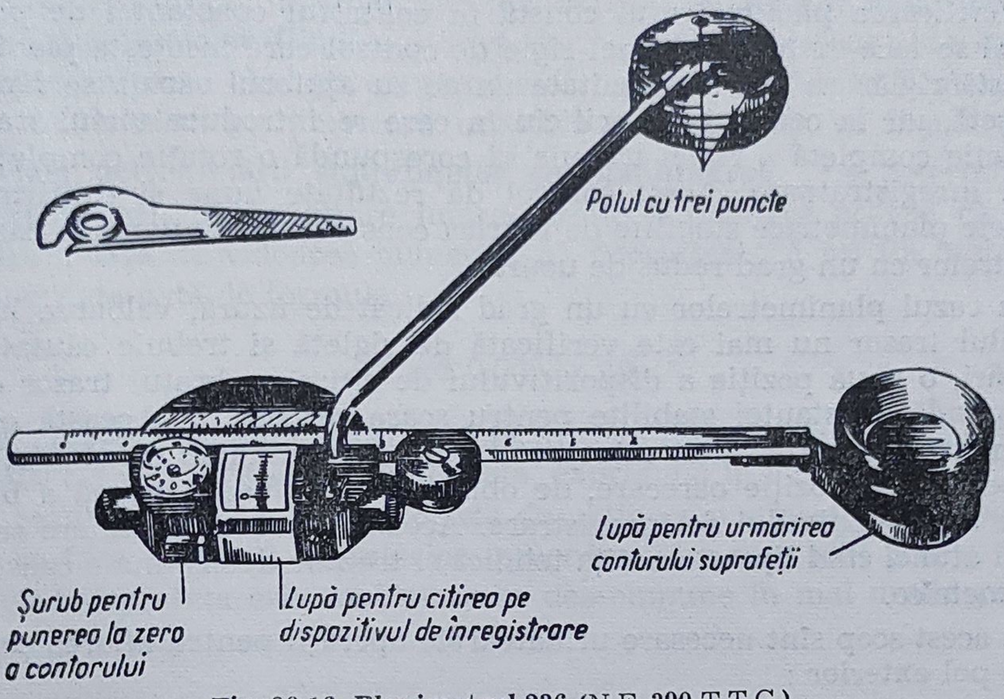


Fig. 20.16. Planimetrul 236 (N.F. 390 T.T.C.).

— prima cifră se obține de pe discul înregistrator, cea aflată în stînga indicatorului acestuia ;

— cifrele 2 și 3 se obțin de pe rotița înregistratoare ;

— cifra a patra este dată de vernier.

Diferența dintre citirea finală și cea inițială reprezintă numărul generator care multiplicat cu constanta planimetrică corespunzătoare scării planului dă suprafața poligonului planimetrat.

Atunci cînd polul planimetrului este exterior se folosește relația :

$$S = n \cdot c,$$

în care : S este suprafața planimetrată ; n — numărul generator ; c — constanta planimetrică.

În cazul cînd polul planimetrului este în interiorul figurii suprafața planimetrată se obține cu relația :

$$S = (K \pm n)\, c,$$

în care S, n și c au aceleași semnificații ca și în cazul planimetrării cu polul în exterior, iar k este constanta de pol interior. Această constantă se adaugă cînd citirea finală este mai mare decît cea inițială și se scade în caz contrar. Evident că relațiile de calcul efectiv sînt analoage, fără a fi identice, cu cele rezultate din prezentarea principiului planimetrului.

În calculele curente se utilizează relațiile indicate în cadrul acestui paragraf.

Verificarea planimetrului și determinarea constantelor. De regulă, planimetrul este însoțit de o notiță tehnică în care sînt indicate constantele planimetrice de pol exterior pentru scările uzuale, precum și constante de pol interior.

Verificarea planimetrului constă în controlul constantei de pol exterior și se face cu ajutorul unei rigle de control care însoțește planimetrul. Această riglă are la o extremitate un ac cu ajutorul căruia se fixează de planșetă, iar la cealaltă un orificiu în care se introduce vîrful trasor. La o rotație completă a riglei trebuie să corespundă o rotație completă a rotației înregistratoare. Acest control dă rezultate bune și confirmă constantele planimetrice stabilite de fabrica constructoare numai în cazul planimetrelor cu un grad redus de uzură.

În cazul planimetrelor cu un grad ridicat de uzură, valoarea lungimii brațului trasor nu mai este verificată de rigletă și trebuie căutată, prin tatonări, o nouă poziție a dispozitivului de citire pe brațul trasor care să corespundă constantei stabilite pentru scara respectivă. Această operație este migăloasă astfel încît este preferabilă determinarea constantei planimetrice într-o poziție oarecare, de obicei la lungimea maximă a brațului trasor a dispozitivului de înregistrare. Această nouă determinare se practică și atunci cînd lipsește notița tehnică și trebuie determinate constantele planimetrice.

În acest scop sînt necesare următoarele operații pentru aflarea constantei de pol exterior :

— alegerea unei suprafețe de mărime cunoscută, de obicei un patrat sau dreptunghi și calculul mărimii ei în raport cu scara planului ;

— planimetrarea cu grije, de 5—6 ori a suprafeței alese ;

— calculul constantei planimetrice prin relația care se deduce din formula suprafeței prin planimetrare, adică :

$$c = \frac{S}{n}$$

La determinarea constantei de pol interior se folosește de asemenea o formă geometrică simplă, patrat sau dreptunghi care se planimetrează atît cu polul în interior, cît și cu polul în exterior. Mărimea suprafeței planimetrate nu trebuie calculată.

Considerînd că n_1 este numărul generator mediu la planimetrarea cu pol exterior, n_2 numărul generator mediu la planimetrarea cu pol interior, iar c constanta de pol exterior, suprafața planimetrată, pentru cele două ipoteze de lucru va fi :

$S = n_1 c$, în cazul planimetrării cu pol exterior ;

$S = (K + n_2)\, c$, în cazul planimetrării cu pol interior.

Deoarece suprafața planimetrată este aceeași se poate scrie :

$$n_1 c = (K + n_2)\, c,$$

sau :

$$n_1 = K + n_2,$$

de unde

$$K = n_1 \mp n_2$$

Numerele generatoare n_1 și n_2 se obțin printr-o planimetrare repetată cu polul exterior în sens pozitiv, iar cu polul interior în sens negativ. În

cazul polului interior, conturul trebuie parcurs în sens invers, deoarece suprafața planimetrată fiind mai mică decît suprafața cercului de bază, a doua citire, în cazul cînd parcurgerea s-ar face tot pozitiv ar fi mai mică, în timp ce în cazul planimetrării negative a doua citire va fi mai mare.

Precizia determinării suprafețelor cu planimetrul. La determinarea suprafețelor prin planimetrare instrucțiunile în vigoare prevăd ca ecartul maxim, față de valoarea numerică a suprafeței, să nu fie mai mare decît toleranța dată de formula :

$$T = \pm 0{,}0002\, n\sqrt{S},$$

în care : T este toleranța exprimată în m^2 ; n — numitorul scării planului sau hărții ; S — suprafața planimetrată, exprimată în m^2.

De regulă, pentru a mări precizia de obținere a suprafețelor, planimetrarea se face cu polul în exterior, procedeu care este mai precis, iar în cazul cînd suprafața este mai mare se descompune în mai multe părți.

Capitolul 21.

PARCELĂRI

21.1. PROBLEME GENERALE

În ansamblul lucrărilor de îmbunătățiri funciare, de organizare a teritoriului agricol pentru exploatarea terenurilor amenajate, ca și în lucrările de sistematizare a centrelor populate apare deseori necesitatea de divizare a unor suprafețe în parcele, sole, tarlale, trupuri și masive. Ansamblul de operații topografice efectuate pentru împărțirea unei suprafețe pe plan și pe teren în două sau mai multe părți, sau pentru detașarea unei suprafețe de teren dintr-una mai mare cu respectarea normelor tehnice, economice și juridice poartă denumirea de *parcelare și respectiv de detașare de suprafețe.*

Proiectarea lucrărilor de parcelare și detașare se poate face pe cale grafică sau pe cale numerică, în funcție de precizia cerută pentru lucrare. De obicei proiectarea se face mai întîi pe cale grafică, pînă la obținerea celei mai bune soluții, după care se definitivează lucrarea aplicînd metode numerice, analitice sau trigonometrice.

21.2. PARCELĂRI ŞI DETAŞĂRI DE SUPRAFEŢE PRIN METODE GRAFICE

Rezolvarea unor asemenea probleme prin metode grafice este condiţionată de existenţa planurilor suprafeţelor, care trebuie divizate şi de precizia cu care trebuie efectuată lucrarea, ţinînd seama că metodele grafice sînt mai rapide, dar mai puţin precise. La rîndul ei, precizia este determinată de scara la care este redactat planul şi numărul de măsurări care trebuie efectuate pe plan.

21.2.1. PARCELĂRI GRAFICE PRINTR-UN PUNCT OBLIGAT

Parcelarea printr-un punct obligat se poate aplica în formele geometrice simple, triunghi, patrulater sau poligon oarecare detaşîndu-se una sau mai multe suprafeţe.

Parcelări grafice printr-un punct obligat în triunghi. Deşi triunghiul este forma geometrică cea mai puţin recomandată în lucrările de organizare teritorială prezentăm în continuare o serie de probleme de parcelare în triunghi, deoarece foarte numeroase situaţii de parcelări sau detaşări din forme poligonale complexe se reduc, în final, la parcelări în triunghi.

Împărţirea suprafeţei unui triunghi în raportul $m : n$. Considerînd triunghiul ABC (fig. 21.1) de suprafaţă S, pentru împărţirea lui în două părţi de suprafeţe S_1 şi S_2, aflate în raportul $m : n$, se împarte dreapta opusă vîrfului B, prin care trebuie să treacă linia de separare, în $m+n$ părţi.

Împărţirea suprafeţei unui triunghi în două sau mai multe părţi egale. Ca rezolvări particulare ale problemei prezentate apar situaţiile cînd triunghiul de bază trebuie împărţit în două sau mai multe părţi echivalente printr-o dreaptă sau printr-un fascicol de drepte care trec printr-un punct obligat.

În cazul cînd triunghiul trebuie împărţit în două părţi egale (fig. 21.2) se uneşte vîrful prin care trece dreapta de separare cu jumătatea laturii opuse. Cele două triunghiuri rezultate sînt egale deoarece au bazele egale şi aceeaşi înălţime.

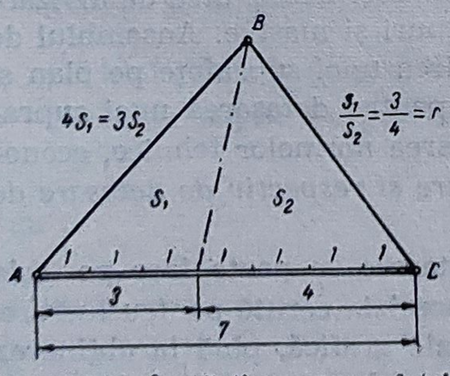


Fig. 21.1. Împărţirea suprafeţei unui triunghi în raportul $m : n$.

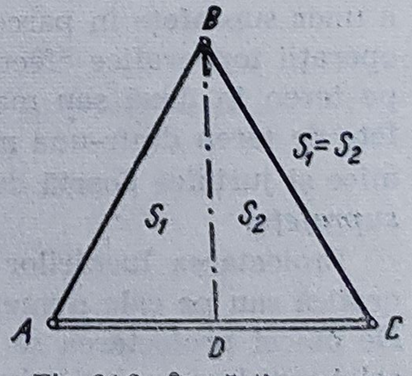


Fig. 21.2. Împărţirea suprafeţei unui triunghi în două părţi echivalente.

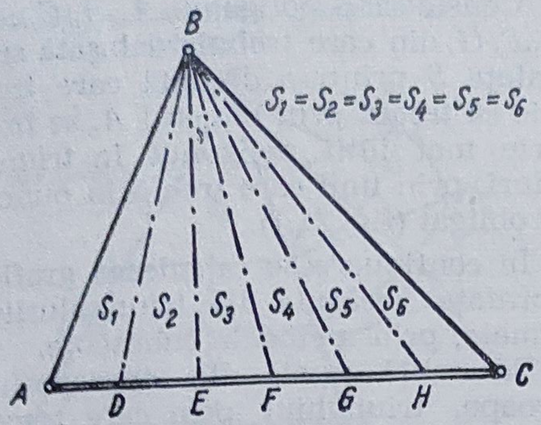


Fig. 21.3. Împărțirea suprafeței unui triunghi în mai multe părți echivalente.

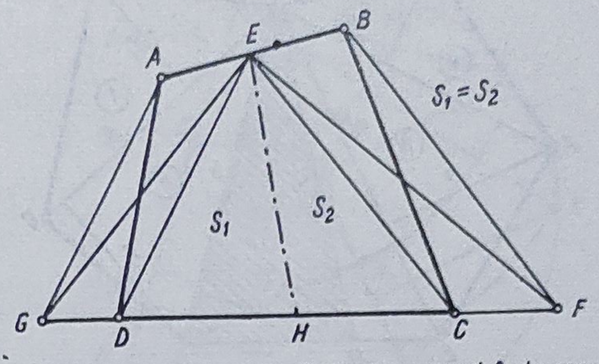


Fig. 21.4. Detașarea printr-un punct într-un patrulater.

În cel de al doilea caz, cînd triunghiul trebuie împărțit în mai multe părți echivalente (fig. 21.3) se împarte baza în n părți egale și se unește vîrful opus cu fiecare dintre punctele obținute pe bază.

Parcelări grafice printr-un punct obligat într-un patrulater. *Împărțirea unui patrulater în două părți echivalente printr-un punct obligat* constituie o problemă care se poate rezolva prin transformarea patrulaterului într-un triunghi de suprafață echivalentă (fig. 21.4), așa cum s-a arătat la calculul suprafețelor pe cale grafică.

În cazul cînd patrulaterul trebuie împărțit în 2 părți sau în raportul $m : n$ (fig. 21.5), latura opusă punctului E, $\overline{GF}$, rezultă din transformarea patrulaterului într-un triunghi echivalent ca mărime cu patrulaterul se împarte în raportul $m : n$, iar punctul H, unit cu punctul E dau linia $\overline{EH}$, căutată.

Baza FG se poate împărți în n părți egale (în cazul exemplului din figura 21.6 în patru părți egale), iar punctele de diviziune se unesc cu punctul E, rezultînd, în consecință împărțirea patrulaterului în n părți echivalente.

Parcelări grafice printr-un punct obligat într-un poligon oarecare. Detașarea unei suprafețe de mărime impusă, dintr-un poligon oarecare, printr-un punct obligat constituie cazul general de parcelare printr-un punct.

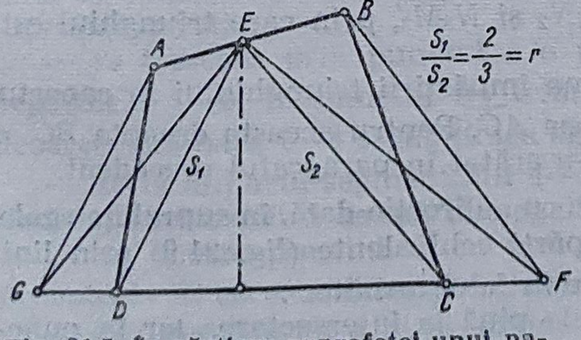


Fig. 21.5. Împărțirea suprafeței unui patrulater în raportul $m : n$.

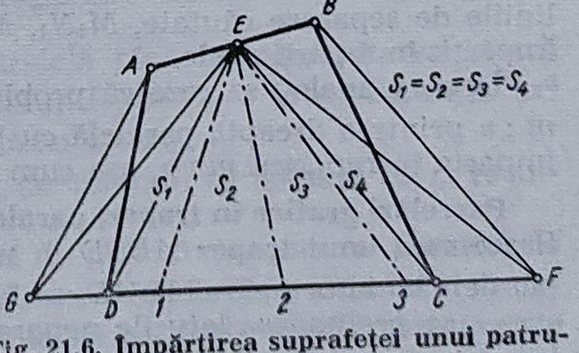


Fig. 21.6. Împărțirea suprafeței unui patrulater în mai multe părți echivalente.

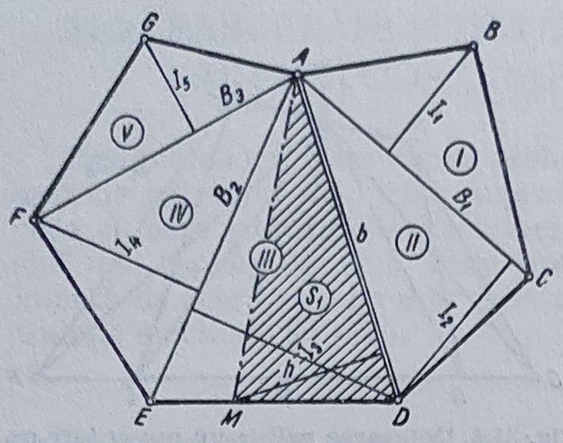


Fig. 21.7. Parcelarea printr-un punct dat într-un poligon oarecare.

Considerînd poligonul $A, B, C, \ldots$ $\ldots, F, G$, din care trebuie detașată suprafața S printr-o dreaptă care trebuie să treacă prin punctul A, se împarte mai întîi poligonul în triunghiuri, prin linii care trec prin punctul obligat (fig. 21.7).

În continuare se calculează grafic suprafața fiecăruia din triunghiurile formate, prin metodele cunoscute.

Se caută apoi, din aproape în aproape, triunghiul prin care trece linia de separare. Pentru aceasta se cumulează succesiv suprafețele triunghiurilor, comparîndu-se cu suprafața de detașat.

Aceeași problemă s-ar mai putea rezolva prin transformarea poligonului într-un triunghi de suprafață echivalentă avînd ca bază linia $\overline{ED}$ prelungită într-o parte și alta.

21.2.2. PARCELĂRI GRAFICE PARALELE CU O DIRECȚIE DATĂ

Parcelări grafice paralele în triunghi. În iptoteza în care se cere împărțirea suprafeței unui triunghi în „n" părți egale, de pildă în 4 părți egale (fig. 21.8), operațiile prin care se rezolvă această problemă cer următoarea tehnică de lucru :

— împărțirea uneia din dreptele, laturi ale triunghiului, alta decît cea cu care trebuie duse paralelele, printr-o dreaptă ajutătoare, în patru părți egale, de pildă latura $\overline{BC}$;

— căutarea mijlocului dreptei $\overline{BC}$ și trasarea unui semicerc avînd ca diametru latura $\overline{BC}$;

— ridicarea de perpendiculare din fiecare punct obținut prin împărțirea laturii $\overline{BC}$ în părți egale, în acest fel se obțin, pe circumferința semicercului punctele G, H, I ;

— cu centrul în punctul B se trasează arce de cerc, avînd ca rază $\overline{BG}$, $\overline{BH}$ și $\overline{BI}$, pînă la intersectarea dreptei BC în punctele N_1, N_2 și N_3 ;

— paralelele duse prin punctele N_1, N_2 și N_3 la dreapta $\overline{CB}$ reprezintă liniile de separare căutate, $\overline{M_1N_1}$, $\overline{M_2N_2}$ și $\overline{N_3M_3}$, prin care triunghiul este împărțit în 4 părți egale.

În mod analog se rezolvă problema împărțirii triunghiului în raportul $m : n$ printr-o dreaptă paralelă cu bază $\overline{AC}$. Pentru aceasta dreapta $\overline{BC}$ se împarte în raportul $m : n$, așa cum s-a arătat în paragraful precedent.

Parcelări grafice în trapez, paralele cu o direcție dată, în suprafețe egale. Parcelarea unui trapez $ABCD$ în n părți echivalente (fig. 21.9) prin linii paralele cu latura paralelă $\overline{AD}$, se face în felul următor :

— se prelungesc laturile neparalele pînă la intersectarea lor în punctul E ;

Fig. 21.8. Parcelarea paralelă în triunghi.

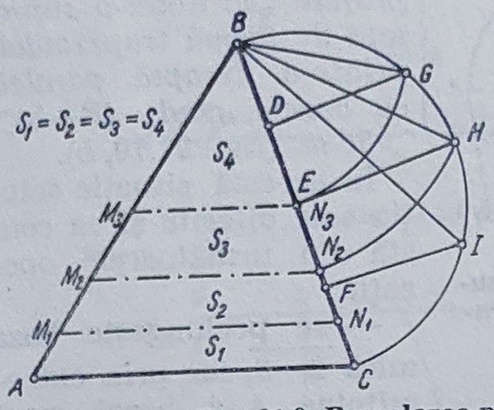
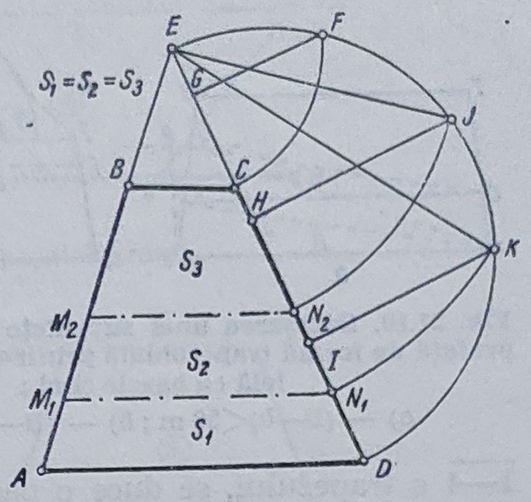


Fig. 21.9. Parcelarea paralelă în trapez.



— se împarte dreapta $\overline{DE}$ în două părți egale, și din punctul obținut, considerat ca centru, se trasează semicercul, care are ca diametru linia $\overline{DE}$;

— cu piciorul compasului în E și cu raza $\overline{EC}$ se trasează un arc de cerc care întretaie semicercul în punctul F. Din punctul F se coboară perpendiculara $\overline{FG}$ pe latura $\overline{DE}$, pînă în punctul G;

— se împarte segmentul $\overline{DG}$ în n părți egale, n fiind egal cu numărul de parcele echivalente în care trebuie împărțit trapezul;

— din punctele H și I, obținute prin împărțirea dreptei $\overline{GD}$, în n părți egale, în cazul exemplului de față 3, se ridică perpendiculare pînă la intersectarea semicercului, ceea ce conduce la obținerea punctelor J și K;

— din punctul E ca centru și folosind ca raze distanțele $\overline{EJ}$ și $\overline{EK}$ se trasează arce de cerc pînă la intersecția cu dreapta ED în punctele N_1 și N_2;

— se trasează prin N_1 și N_2 paralele la dreapta $\overline{DA}$, liniile obținute $\overline{N_1M_1}$ și $\overline{N_2M_2}$, fiind cele care împart trapezul în 3 părți egale.

Detașarea unei suprafețe de mărime „s“ dintr-un trapez, printr-o linie paralelă cu bazele :

— *Defalcarea unei suprafețe „s“ dintr-o suprafață de formă trapezoidală, printr-o dreaptă paralelă cu bazele, cînd* $(B—b)<50$ *m* (fig. 21.10, *a*).

La rezolvarea acestei operații pe cale grafică se disting următoarele etape :

— se ridică din punctul 4 o perpendiculară pe care se ia un segment $4—a$ de mărimea $4—a=\frac{2s}{1—4}$, $4—a$ fiind deci înălțimea unui triunghi de suprafața cerută;

— se trasează prin punctul a o paralelă pînă la intersectarea laturii neparalele $\overline{4—3}$, în punctul b; triunghiul $1—b—4—$ are suprafața „s“ deoarece are baza $\overline{1—4}$ și înălțimea egală cu $\overline{4—a}$;

— se ia mijlocul segmentului $\overline{4—b}$, iar punctul se notează cu c, rezultînd două triunghiuri de mărime egală cu $s:2$;

— se unește punctul C cu punctul 1, prin b se duce o paralelă la dreapta $\overline{1—C}$ care va intersecta latura trapezului $1—2$ în punctul d;

— se unește c cu d și se obține linia de separare $c—d$. Aceasta este dreapta căutată deoarece triunghiul $1—C—4$ are suprafața $s:2$.

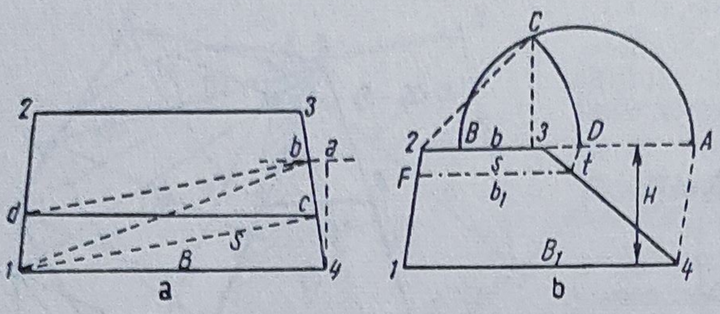


Fig. 21.10. Detaşarea unei suprafeţe „s" dintr-o suprafaţă de formă trapezoidală printr-o dreaptă paralelă cu bazele cînd :

a) — $(B—b)<50$ m ; *b*) — $(B—b)>50$ m.

— *Defalcarea unei suprafeţe „s" dintr-o suprafaţă de formă trapezoidală printr-o dreaptă paralelă cu bazele, cînd* $(B—b)>50$ *m* (fig. 21.10, *b*).

În această situaţie soluţia este diferită şi ea constă din următoarele operaţii :

— se prelungeşte baza mică $\overline{2—3}$, iar prin extremitatea 4 a bazei mari $\overline{1—4}$ a trapezului, se duce o paralelă la latura $\overline{1—2}$. Această paralelă întîlneşte prelungirea bazei mici în punctul *A* ;

— se ia baza mică segmentul $\overline{3B}$, a cărui mărime se calculează cu ajutorul relaţiei :

$$\overline{3B}=\frac{2s}{H},$$

în care : *s* este suprafaţa trapezului de detaşat ; *H* — înălţimea trapezului din care trebuie detaşată suprafaţa „s" ; — se construieşte un semicerc pe latura $\overline{AB}$, considerată ca diametru ;

— în continuare se ridică o perpendiculară din punctul 3. Această perpendiculară va intersecta semicercul într-un punct notat cu *C*. Se consideră punctul 2 ca centru şi se trasează un semicerc de raza 2*C* care întîlneşte prelungirea bazei mici în punctul *D* ;

— prin punctul *D* se duce o paralelă la latura trapezului 1—2 şi se obţine punctul *E*, la intersectarea laturii 3—4 ;

— paralela *EF*, dusă la bazele trapezului reprezintă linia de separare căutată.

21.2.3. PARCELĂRI GRAFICE DE FORME GEOMETRICE REGULATE

Formele geometrice care se practică în parcelările grafice sînt patratul (fig. 21.11), dreptunghiul (fig. 21.12), paralelogramul (fig. 21.13) şi trapezul (fig. 21.14). Ele se rezolvă prin aplicarea formulelor de calcul a acestor suprafeţe, cunoscînd una din laturi.

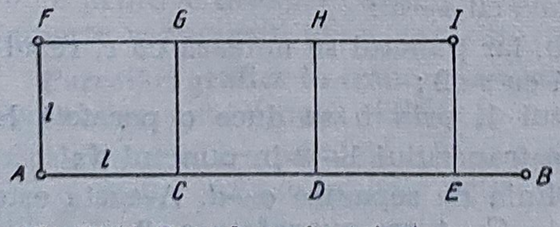


Fig. 21.11. Parcelarea în patrat.

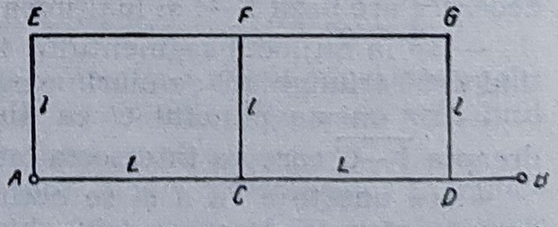


Fig. 21.12. Parcelarea în dreptunghi.

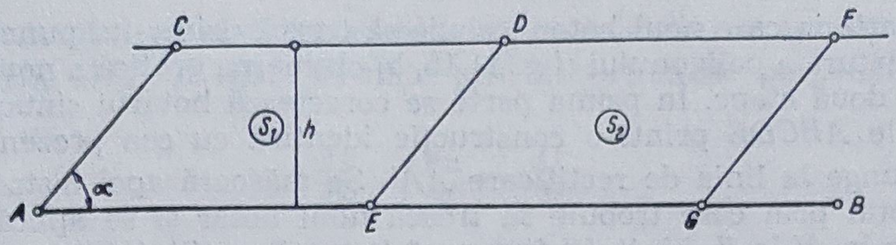


Fig. 21.13. Parcelarea în paralelogram.

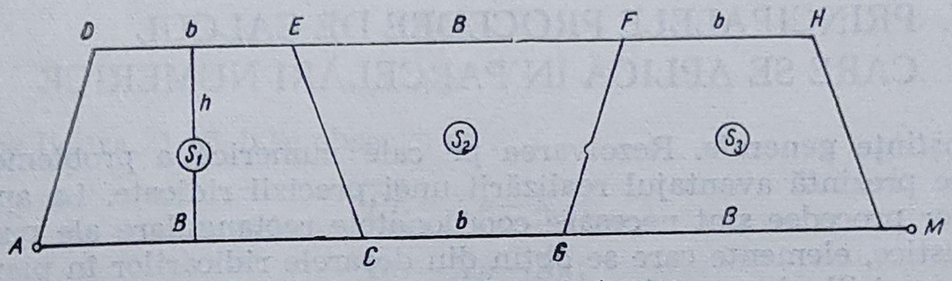


Fig. 21. 14. Parcelarea în trapez.

21.2.4. RECTIFICAREA UNUI HOTAR SINUOS

Rezolvarea unei asemenea probleme, în care se pune și condiția menținerii suprafețelor inițiale, constă din următoarele operații (fig. 21.15) :

— se unește punctul C cu E, iar prin D se trasează o paralelă $\overline{DC'}$ la $\overline{CE}$;

— dreapta CC' înlocuiește linia CDE deoarece triunghiurile CDE și CEC' au aceeași bază $\overline{CE}$ și aceeași înălțime ;

— se unește B cu C' iar prin punctul C se trasează o paralelă la $\overline{BC'}$, rezultînd punctul B'. Linia $\overline{BB'}$ înlocuiește hotarul BCC' ;

— în final se unește A cu B', iar prin B se trasează paralela $\overline{BA'}$ la $\overline{AB'}$. Linia $\overline{AA'}$ reprezintă hotarul rectificat în cazul cînd linia de rectificare pornește dintr-un punct aflat la intersecția a două laturi ale poligonului (fig. 21.15, *a*).

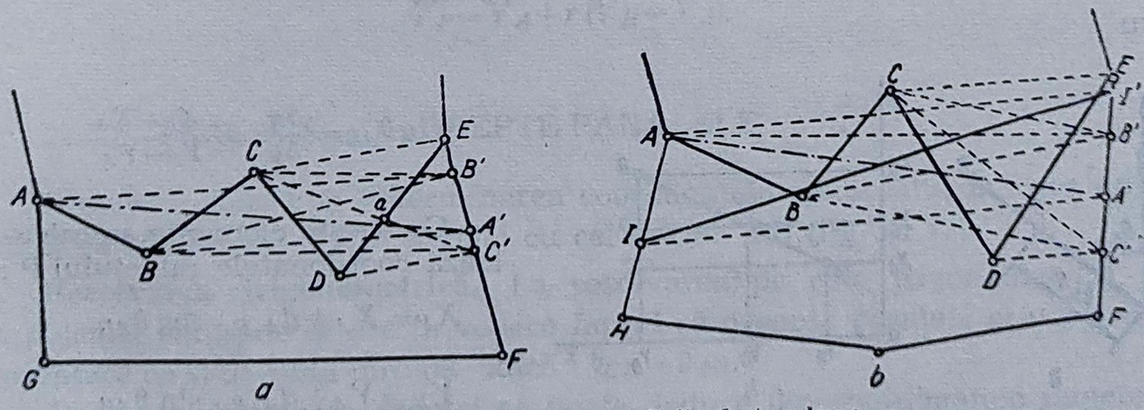


Fig. 21.15. Rectificarea grafică a hotarelor :
a — linia de rectificare pornește de la intersecția a două laturi ; *b* — linia de rectificare pornește dintr-un punct de pe o latură a hotarului.

În situația în care noul hotar trebuie să treacă printr-un punct obligat, aflat pe o latură a poligonului (fig. 21.15, *b*) obținerea grafică a noului hotar se face în două etape. În prima parte se corectează hotarul sinuos format de punctele *ABCDE* printr-o construcție identică cu cea prezentată mai sus. Se ajunge la linia de rectificare $\overline{AA'}$. Se măsoară apoi distanța $\overline{AI}$, *I* fiind punctul prin care trebuie să treacă noul hotar și se aplică această distanță de la *A'* la *I'*. Linia *II'* formează hotarul rectiliniu căutat.

21.3. PRINCIPALELE PROCEDEE DE CALCUL CARE SE APLICĂ ÎN PARCELĂRI NUMERICE

Cunoștințe generale. Rezolvarea pe cale numerică a problemelor de parcelare prezintă avantajul realizării unei precizii ridicate. La aplicarea diferitelor procedee sînt necesare coordonatele rectangulare ale punctelor caracteristice, elemente care se obțin din dosarele ridicărilor în plan existente la serviciile de specialitate centrale sau locale.

21.3.1. PUNCTUL PE SEGMENT

Sub această denumire este cunoscută problema care constă în determinarea coordonatelor unui punct situat pe un aliniament dat prin coordonatele rectangulare ale punctelor extreme. În afara coordonatelor punctelor extreme se mai cunoaște distanța de la una din extremitățile aliniamentului și pînă la punctul ale cărui coordonate se caută.

Problema se poate rezolva pe cale trigonometrică și pe cale analitică.

Rezolvarea trigonometrică. Avînd cunoscute coordonatele punctelor *A* și *B*, care determină aliniamentul și distanța *A*—*P*, prin măsurare pe teren sau impusă prin condiții de lucru, pentru a putea calcula coordonatele punctului *P* mai este necesară orientarea dreptei *A*—*B* (fig. 21.16, *a*). Aceasta se obține din coordonatele punctelor *A* și *B* :

$$\operatorname{tg}\theta_{AB}=\frac{\Delta_Y}{\Delta_X}=\frac{Y_B-Y_A}{X_B-X_A}$$

sau

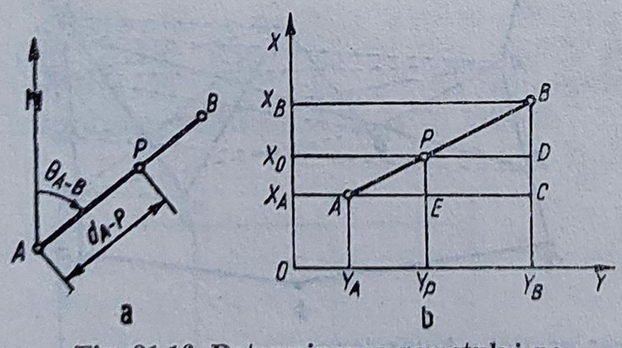


Fig. 21.16. Determinarea punctului pe segment :
a — trigonometric ; *b* — analitic.

$$\operatorname{ctg}\theta_{AB}=\frac{\Delta_X}{\Delta_Y}=\frac{X_B-X_A}{Y_B-Y_A}$$

Cu aceste elemente se calculează coordonatele punctului *P* :

$$X_P=X_A+d_{A-P}\cdot\cos\theta_{AB}$$

$$Y_P=Y_A+d_{A-P}\cdot\sin\theta_{AB}$$

Rezolvarea analitică. Soluționarea pe cale analitică a pro-

blemei punctului pe segment se bazează pe relaţiile de asemănare dintre triunghiurile APE şi ABC formate prin coborîrea de perpendiculare pe axa Y-lor :

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{PE}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}.$$

Distanţele $\overline{AP}$ şi $\overline{AB}$, fiind cunoscute, prima din măsurare, iar a doua cu ajutorul coordonatelor, se poate nota raportul acestor distanţe, cu r, adică :

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}} = r.$$

De pe figura 21.16, *b* se observă ca :

$$\overline{PE} = X_P - X_A;$$

$$\overline{BC} = X_B - X_A;$$

$$\overline{AE} = Y_P - Y_A;$$

$$\overline{AC} = Y_B - Y_A.$$

Luînd rapoartele 1 cu 2 şi 1 cu 3 se poate scrie :

$$\frac{\overline{PE}}{\overline{BC}} = r \quad \text{şi} \quad \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = r.$$

Înlocuind în aceste rapoarte segmentele prin diferenţa coordonatelor se va ajunge la :

$$\frac{X_P - X_A}{X_B - X_A} = r \quad \text{şi} \quad \frac{Y_P - Y_A}{Y_B - Y_A} = r.$$

Din aceste relaţii se scot formulele care dau coordonatele punctului necunoscut P :

$$X_P = X_A + r(X_B - X_A)$$

$$Y_P = Y_A + r(Y_B - Y_A).$$

21.3.2. TRASAREA DE DREPTE PARALELE

Problema constă în determinarea coordonatelor punctului D, care unit cu C dă aliniamentul CD, paralel cu cel iniţial, AB (fig. 21.17).

Rezolvarea trigonometrică. La rezolvarea pe cale trigonometrică a problemei enunţate se are în vedere faptul că dreapta paralelă are aceeaşi orientare ca şi dreapta iniţială, adică : $\theta_{CD} = \theta_{AB}$.

Deoarece orientarea dreptei se poate deduce din coordonatele punctelor extreme A şi B, înseamnă că prin aceasta se obţine şi orientarea dreptei căutate.

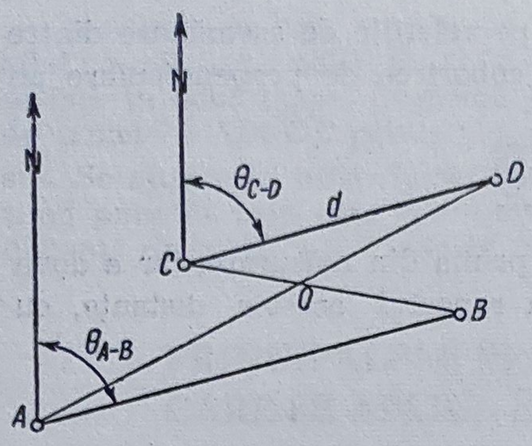


Fig. 21.17. Trasarea unui aliniament paralel cu alt aliniament.

Întrucît punctul D se poate lua arbitrar, ca depărtare față de punctul C, rezultă că relațiile de calcul pentru obținerea coordonatelor lui vor fi :

$$X_D = X_A + d_{CD} \cdot \cos \theta_{AB}$$

$$Y_D = Y_A + d_{CD} \cdot \sin \theta_{AB}.$$

Rezolvarea analitică. Soluția analitică se bazează pe un artificiu de calcul simplu. Considerînd că distanța $\overline{CD}$ este egală cu $\overline{AB}$ și ținînd seama de faptul că dreptele sînt paralele înseamnă că figura $ABCD$ este un paralelogram, iar punctul D este intersecția diagonalelor. Ca atare, ținînd seama de regulile cunoscute din geometria plană, rezultă că punctul O împarte fiecare diagonală în părți egale, astfel încît se poate scrie :

$$X_O = \frac{X_A + X_D}{2} \qquad X_O = \frac{X_C + X_B}{2}$$

și

$$Y_O = \frac{Y_A + Y_D}{2} \qquad Y_O = \frac{Y_A + Y_B}{2}.$$

Întrucît termenul din partea stîngă a ecuațiilor este același se pot scrie ecuațiile după simplificarea cu 2 :

$$X_A + X_D = X_C + X_B$$

$$Y_A + Y_D = Y_A + Y_B$$

din care rezultă relațiile prin care se obțin coordonatele punctului D :

$$X_D = X_C + (X_B - X_A)$$

$$Y_D = Y_C + (Y_B - Y_A)$$

21.3.3. TRASAREA DE DREPTE PERPENDICULARE

Ridicarea unei perpendiculare de pe un aliniament dat. La ridicarea unei perpendiculare pe un aliniament, dat prin coordonatele punctelor extreme soluția constă în a determina coordonatele unui punct situat pe perpendiculară. Problema se poate rezolva pe cale trigonometrică sau pe cale analitică.

Rezolvarea trigonometrică. Soluția trigonometrică se bazează pe poziția de perpendicularitate a dreptei care trebuie obținută. Cunoscînd acest lucru se calculează mai întîi orientarea dreptei de bază, $\overline{AB}$, din coordonatele punctelor extreme.

După obținerea valorii orientării, din tabelele de valori naturale se calculează orientarea perpendicularei. Pentru calculul perpendicularei

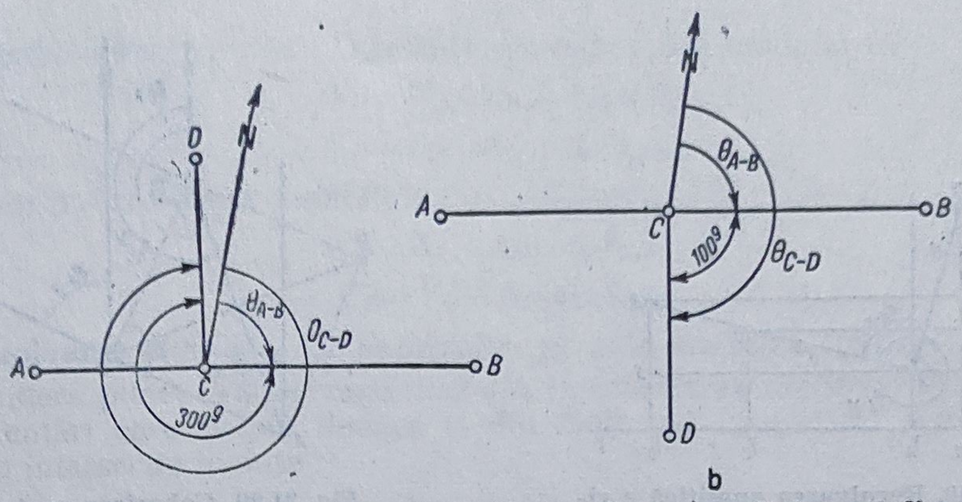


Fig. 21.18. Ridicarea unei perpendiculare de pe un aliniament dintr-un punct dat :

a — perpendiculara se află la stînga ; *b* — perpendiculara se află la dreapta.

trebuie să se țină seama de poziția ei față de direcția nordului, deosebindu-se două cazuri :

— cînd punctul D se află în stînga față de direcția nordului (fig. 21.18, *a*) orientarea perpendicularei se obține cu ajutorul formulei :

$$\theta_{C-D} = \theta_{A-B} + 300^g;$$

— cînd punctul D se află în dreapta (fig. 21.18, *b*) față de direcția nordului, orientarea perpendicularei se află cu ajutorul relației :

$$\theta_{C-D} = \theta_{A-B} + 100^g.$$

Distanța de la punctul C la D fiind cunoscută și avînd determinată și orientarea, se pot calcula coordonatele punctului D :

$$X_D = X_A + d_{C-D} \cdot \cos \theta_{C-D}$$

$$Y_D = Y_A + d_{C-D} \cdot \sin \theta_{C-D}.$$

Rezolvarea analitică. Pentru soluționarea analitică a ridicării unei perpendiculare pe un aliniament dat (fig. 21.19) se proiectează punctele pe cele două axe.

De la rezolvarea analitică a punctului pe segment se știe că :

$$r = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CR}}{\overline{BS}} = \frac{\overline{AR}}{\overline{AS}}$$

sau :

$$r = \frac{X_C - X_A}{X_B - X_A} = \frac{Y_C - Y_A}{Y_B - Y_A}.$$

Din asemănarea triunghiurilor APD și ARC se poate scrie :

$$\overline{PD} = \overline{AR} \text{ și } \overline{AP} = \overline{CR},$$

sau :

$$\overline{PD} = \overline{AR} = r(Y_B - Y_A)$$

$$\overline{AP} = \overline{CR} = r(X_B - X_A).$$

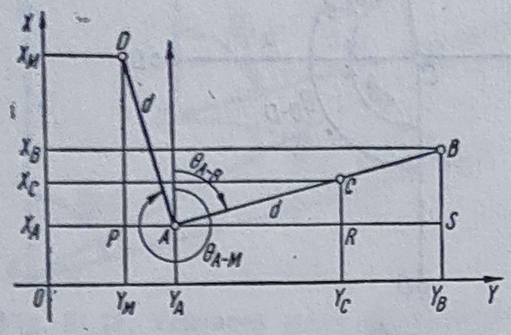


Fig. 21. 19. Rezolvarea analitică a ridicării unei perpendiculare.

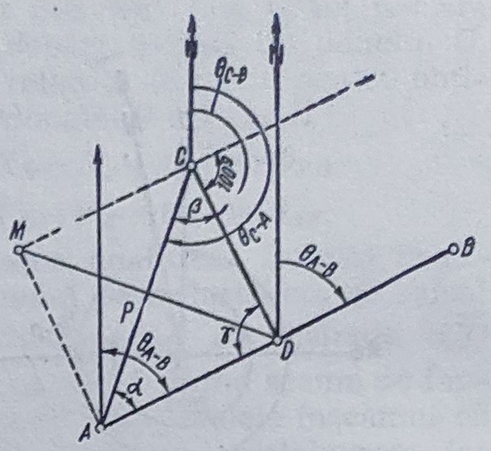


Fig. 21.20. Coborîrea unei perpendiculare dintr-un punct cunoscut pe un aliniament dat.

În consecință, pentru punctul D se vor obține următoarele relații de calcul a coordonatelor :

$$X_D = X_A \pm r(Y_B - Y_A)$$
$$Y_D = Y_A \pm r(X_B - X_A).$$

Coborîrea unei perpendiculare pe un aliniament dat.

Rezolvarea trigonometrică. Aliniamentul fiind determinat de punctele A și B, iar perpendiculara pornind din punctul C, la rezolvarea trigonometrică, piciorul perpendicularei, punctul D se consideră ca punct pe segmentul $\overline{AB}$.

Pentru calculul coordonatelor punctului D se efectuează următoarele operații :

— se calculează cu ajutorul coordonatelor punctelor orientările dreptelor $\overline{AC}$ și $\overline{AB}$;

— se deduce orientarea dreptei DC despre care se știe că este perpendiculară pe AB, adică :

$$\theta_{D-C} = \theta_{A-B} + 300^g ;$$

— se obțin unghiurile α și β din diferența orientărilor, cel de al treilea unghi al triunghiului ACD, fiind egal cu 100^g;

— se calculează din coordonatele punctelor distanța AC și se aplică teorema sinusurilor în triunghiul ACD :

$$\frac{\overline{AC}}{\sin\gamma} = \frac{\overline{CD}}{\sin\alpha} = \frac{\overline{AD}}{\sin\beta} ;$$

— din relațiile obținute se scot distanțele AD și CD :

$$\overline{AD} = \overline{AC}\,\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \text{ și } \overline{CD} = \overline{AC}\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} .$$

Coordonatele punctului D se obțin cu ajutorul formulelor :

$$X_D = X_A + d_{A-D} \cos \theta_{AB}$$
$$Y_D = Y_A + d_{A-D} \sin \theta_{AB}$$

Controlul se face cu formulele :

$$X_D = X_C + d_{CD} \cos \theta_{CD}$$
$$Y_D = Y_C + d_{CD} \sin \theta_{CD}$$

Rezolvarea analitică. La rezolvarea pe cale analitică soluția constă în a considera punctul D ca rezultînd din intersectarea dreptelor $\overline{AD}$ și $\overline{CD}$ de orientări care se pot deduce și din aplicarea formulelor determinate pentru intersecția înainte :

$$X_D = \frac{Y_C - Y_A + X_A \operatorname{tg} \theta_{AD} - X_C \operatorname{tg} \theta_{CD}}{\operatorname{tg} \theta_{AD} - \operatorname{tg} \theta_{CD}}$$

$$Y_D = Y_A + (X_D - X_A) \operatorname{tg} \theta_{AD},$$

iar pentru control :

$$Y_D = Y_C + (X_D - X_C) \operatorname{tg} \theta_{DC}$$

21.3.4. INTERSECȚIA DE DREPTE

Rezolvarea trigonometrică. Fiind date dreptele AB și CD, punctul I se află la intersecția celor două drepte (fig. 21.21).

Se calculează mai întîi orientările celor două drepte cu ajutorul coordonatelor, după care se deduc unghiurile α, β și γ din triunghiul ACI :

$$\alpha = \theta_{AB} - \theta_{AC}$$
$$\beta = \theta_{CA} - \theta_{CI}$$
$$\gamma = \theta_{DC} - \theta_{BA}$$

Se determină apoi distanța AC, tot din coordonatele punctelor, iar apoi se aplică teorema sinusurilor în același triunghi :

$$\frac{\overline{AC}}{\sin \gamma} = \frac{\overline{AI}}{\sin \beta} = \frac{\overline{CI}}{\sin \alpha}$$

Din aceste rapoarte rezultă laturile AI și CI :

$$\overline{AI} = \overline{AC} \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \quad \text{și} \quad \overline{CI} = \overline{AC} \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

Coordonatele rectangulare se calculează în raport de punctul A :

$$X_I = X_A + d_{AI} \cos \theta_{AB}$$
$$Y_I = Y_A = d_{AI} \sin \theta_{AB}$$

iar pentru control față de punctul C :

$$X_I = X_C + d_{CI} \cos \theta_{CD}$$
$$Y_I = Y_C + d_{CI} \sin \theta_{CD}.$$

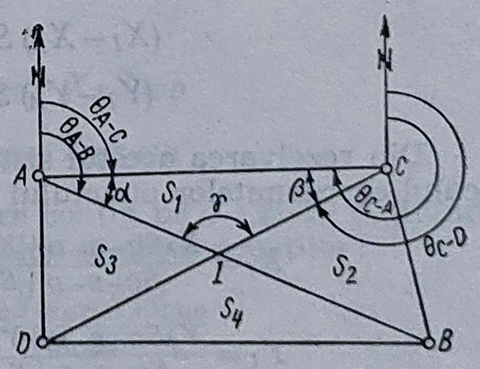


Fig. 21.21. Intersecția a două aliniamente în cazul cînd punctul de intersecție se află între extremitățile dreptelor.

Rezolvarea analitică. La rezolvarea analitică a problemei intersecției a două drepte, modul de lucru depinde de poziția reciprocă a celor două drepte.

Punctul de intersecție se află între extremitățile celor două drepte. Se unesc între ele punctele care determină cele două drepte astfel încît figura ia forma unui patrulater (fig. 21.21), iar punctul de intersecție căutat, în locul de întîlnire a diagonalelor. Punctul I se poate determina ca punct pe segmentul $\overline{AB}$ sau ca punct pe segmentul $\overline{CD}$. Deoarece raportul $\overline{AI} : \overline{AB}$ nu poate fi calculat direct deoarece distanța $\overline{AI}$ este necunoscută, se înlocuiește raportul de distanțe cu un raport de suprafețe pentru triunghiurile ACI și BCI care au aceeași înălțime.

Din triunghiurile S_1 și S_2 se poate scrie :

$$\frac{\overline{AI}\cdot h_1}{\overline{IB}\cdot h_2} = \frac{S_1}{S_2}, \text{ dar deoarece } h_1 = h_2 \text{ se va ajunge la}$$

$$\frac{\overline{AI}}{\overline{IB}} = \frac{S_1}{S_2}$$

Procedînd în același mod cu triunghiurile S_3 și S_4 se obține raportul :

$$\frac{\overline{AI}}{\overline{IB}} = \frac{S_3}{S_4}$$

Rezultă că raportul va fi :

$$\frac{\overline{AI}}{\overline{IB}} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{S_3}{S_4},$$

iar ținînd seama de proprietățile proporțiilor :

$$\frac{\overline{AI}}{\overline{IB}} = \frac{S_1+S_2}{S_3+S_4} = \frac{S_{A-C-D}}{S_{C-B-D}}$$

Proiectînd laturile $\overline{AI}$ și $\overline{IB}$ pe axele de referință se ajunge la :

$$\frac{X_I - X_A}{X_B - X_I} = \frac{S_{A-C-D}}{S_{C-B-D}} \text{ și } \frac{Y_I - Y_A}{Y_B - Y_I} = \frac{S_{A-C-D}}{S_{C-B-D}}$$

Din aceste relații se scot ecuațiile care dau coordonatele punctului I :

$$(X_I - X_A)\, S_{C-B-D} = (X_B - X_I)\, S_{A-C-D}$$

$$(Y_I - Y_A)\, S_{C-B-D} = (Y_B - Y_I)\, S_{A-C-D}$$

Din rezolvarea acestui sistem de ecuații se obțin formulele pentru calculul coordonatelor punctului I :

$$X_I = \frac{X_A S_{C-B-D} + X_B S_{A-C-D}}{S_{C-B-D} + S_{A-C-D}} = \frac{X_A S_{C-B-D} + X_B S_{A-C-D}}{S_{A-C-B-D}}$$

$$Y_I = \frac{Y_A S_{C-B-D} + Y_B S_{A-C-D}}{S_{C-B-D} + S_{A-C-D}} = \frac{Y_A S_{C-B-D} + Y_B S_{A-C-D}}{S_{A-C-B-D}}$$

Punctul de intersecție se află între extremitățile unei drepte și prelungirea celeilalte. În mod analog se procedează și în această situație. Punctul

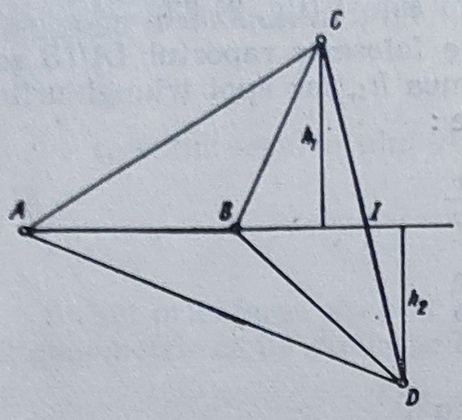


Fig. 21.22. Intersecția a două aliniamente în cazul cînd ele se intersectează între extremitățile unuia și prelungirea celuilalt.

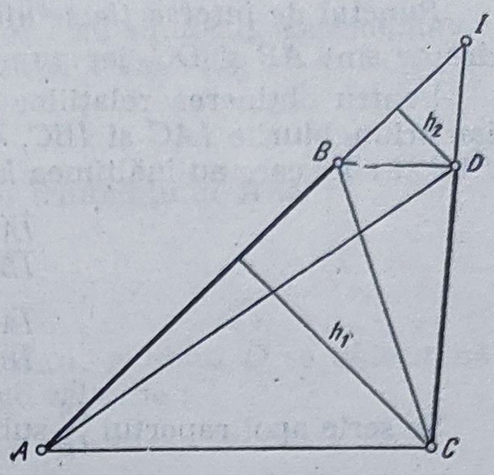


Fig. 21.23. Intersecția a două aliniamente în cazul cînd punctul de intersecție se află în prelungirea lor.

de întîlnire I se află între extremitățile dreptei $\overline{CD}$ și în prelungirea dreptei $\overline{AB}$ (fig. 21.22). Din triunghiurile ACI și BCI pe de o parte și ADI și BDI, pe de altă parte rezultă relațiile :

$$\frac{\overline{IA}\cdot h_1}{\overline{IB}\cdot h_1}=\frac{\overline{IA}}{\overline{IB}}=\frac{S_{ACI}}{S_{BCI}}$$

$$\frac{\overline{IA}\cdot h_2}{\overline{IB}\cdot h_2}=\frac{\overline{IA}}{\overline{IB}}=\frac{S_{ADI}}{S_{BDI}},$$

astfel încît raportul laturilor se poate scrie :

$$\frac{\overline{IA}}{\overline{IB}}=\frac{S_{ACI}}{S_{BCI}}=\frac{S_{ADI}}{S_{BDI}}=\frac{S_{ACI}+S_{ADI}}{S_{BCI}+S_{BDI}}=\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}}$$

Din proiectarea celor două laturi pe axele de referință se ajunge la :

$$\frac{X_I-X_A}{X_I-X_B}=\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} \text{ și } \frac{Y_I-Y_A}{Y_I-Y_B}=\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}}$$

Aceste proporții se pot scrie sub forma :

$$X_I S_{CBD}-X_A S_{CBD}=X_I S_{ACD}-X_B S_{ACD}$$

$$Y_I S_{CBD}-Y_A S_{CBD}=Y_I S_{ACD}-Y_B S_{ACD}$$

Grupînd în partea stîngă toți termenii care conțin pe X_I și Y_I și ținînd seama și de mărimea suprafețelor triunghiurilor se obțin ecuațiile :

$$X_I=\frac{X_B S_{ACD}-X_A S_{CBD}}{S_{ACD}-S_{CBD}}=\frac{X_B S_{ACD}-X_A S_{CBD}}{S_{ADBC}}$$

$$Y_I=\frac{Y_B S_{ACD}-Y_A S_{CBD}}{S_{ACD}-S_{CBD}}=\frac{Y_B S_{ACD}-Y_A S_{CBD}}{S_{ADBC}}$$

Punctul de intersecție se află în prelungirea ambelor drepte. Cele două drepte sînt $\overline{AB}$ și $\overline{DC}$, iar punctul de întîlnire este I (fig. 21.23).

Pentru obținerea relațiilor de calcul, care folosește raportul $\overline{IA}/\overline{IB}$ se iau triunghiurile IAC și IBC, care au înălțimea h_1, iar apoi triunghiurile IAD și IBD care au înălțimea h_2, obținîndu-se :

$$\frac{\overline{IA}\cdot h_1}{\overline{IB}\cdot h_1} = \frac{\overline{IA}}{\overline{IB}} = \frac{S_{IAC}}{S_{IBC}}$$

$$\frac{\overline{IA}\cdot h_2}{\overline{IB}\cdot h_2} = \frac{\overline{IA}}{\overline{IB}} = \frac{S_{IAD}}{S_{IBD}}$$

Se scrie apoi raportul $\frac{IA}{IB}$ sub forma :

$$\frac{\overline{IA}}{\overline{IB}} = \frac{S_{IAC}}{S_{IBC}} = \frac{S_{I-A-D}}{S_{IBD}} = \frac{S_{IAC}-S_{IAD}}{S_{IBC}-S_{IBD}} = \frac{S_{ADC}}{S_{BCD}}$$

Se proiectează $\overline{IA}$ și $\overline{IB}$ pe axele de referință și rezultă :

$$\frac{X_I-X_A}{X_I-X_B} = \frac{S_{ADC}}{S_{BCD}} \text{ și } \frac{Y_I-Y_A}{Y_I-Y_B} = \frac{S_{ADC}}{S_{BCD}}.$$

Din gruparea termenilor care conțin pe X_I și Y_I în partea stîngă și rezolvarea ecuațiilor formate rezultă relațiile pentru calculul coordonatelor punctului I :

$$X_I = \frac{X_B S_{ADC} - X_A S_{BCD}}{S_{ADC} - S_{BCD}}$$

$$Y_I = \frac{Y_B S_{ADC} - Y_A S_{BCD}}{S_{ADC} - S_{BCD}}.$$

21.3.5. CAPUL DE DRUM

Sub această denumire este cunoscută problema care constă în a găsi poziția punctelor care determină una din limitele platformei unui canal, dig sau drum, cealaltă fiind chiar o latură de drumuire.

Cunoscînd fragmentul dintr-o drumuire, care conține punctele B, A și C, iar linia $\overline{BA}$ una din limitele lucrării proiectate, problema constă în a găsi coordonatele punctului D, aflat la intersecția paralelei dusă la linia $\overline{AB}$, cu linia $\overline{AC}$, depărtarea dintre paralele fiind cunoscută (fig. 21.24). De asemenea, mai sînt cunoscute coordonatele punctelor de drumuire.

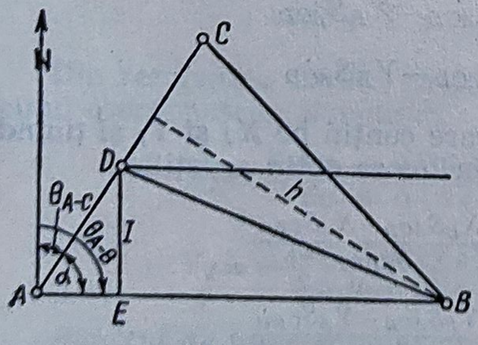


Fig. 21.24. Capul de drum.

Pentru stabilirea relațiilor prin care se obțin coordonatele punctului D sînt necesare următoarele operații :

— coborîrea perpendicularei de mărime „1“ din punctul D pe latura de drumuire $\overline{AB}$, din care rezultă punctul E :

— calculul orientării dreptelor $\overline{AB}$ și $\overline{AC}$ cu ajutorul coordonatelor punctelor și deducerea unghiului α din diferența orientărilor :

$$\alpha = \theta_{\overline{AB}} - \theta_{\overline{AC}};$$

— calculul segmentului AD, ipotenuză a triunghiului AED :

$$d_{\overline{AD}} = \frac{1}{\sin \alpha}.$$

Avînd orientarea dreptei $\overline{AC}$ și distanța d_{AD}, punctul D se determină trigonometric ca un punct pe segment folosind relațiile :

$$X_D = X_A + d_{\overline{AD}} \cdot \cos \theta_{AC}$$
$$Y_D = Y_A + d_{\overline{AD}} \cdot \sin \theta_{AC}.$$

21.3.6. FRÎNTURA DE DRUM

Se deosebesc două cazuri : drumul are aceeași lățime atît înainte cît și după punctul de frîngere și drumul are lățimi diferite. Pentru ambele situații este preferată soluția trigonometrică, deoarece aceea analitică cere un număr mare de operații.

Frîntura de drum cu lățime constantă. Latura de drumuire este formată din punctele A, B și C, iar punctul de frîngere, a celeilalte părți a drumului este situat în punctul D (fig. 21.25).

Pentru soluționarea problemei se determină din coordonatele punctelor orientările laturilor $\overline{BA}$ și $\overline{BC}$, diferența orientărilor dînd unghiul α. Acest unghi are ca bisectoare linia $\overline{BD}$, a cărei orientare va fi :

$$\theta_{BD} = \theta_{BA} + \frac{\alpha}{2}.$$

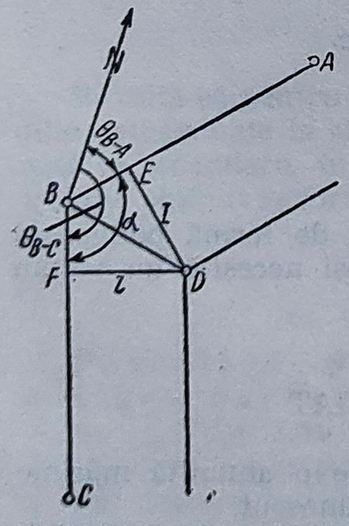


Fig. 21.25. Frîntura de drum cu lățime egală.

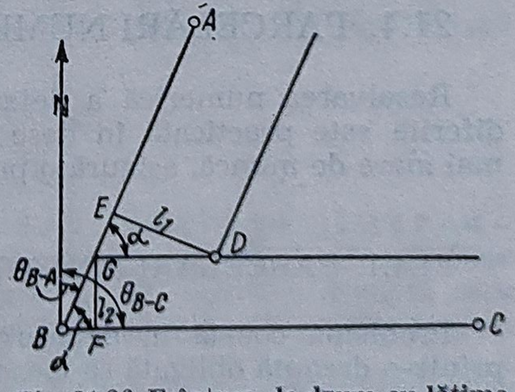


Fig. 21.26. Frîntura de drum cu lățime inegală.

Din triunghiul BAE sau din BFD, formate prin coborîrea de perpendiculare din punctul D pe laturile, $\overline{BA}$ și $\overline{BC}$ se deduce mărimea distanței $\overline{BD}$:

$$d_{BD}=\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\cdot$$

Avînd toate elementele cunoscute se calculează coordonatele punctului D, ca punct pe segment.

Frîntura de drum cu lățimi inegale. În acest caz în punctul de inflexiune, D, se întîlnesc drumurile de lățime l_1 și l_2.

Considerînd că o limită a lucrării care se proiectează este formată de laturile de drumuire determinate de punctele A, B și C, cealaltă limită constă din paralele la cele două laturi (fig. 21.26).

Punctul D se determină prin intermediul punctului G, obținut din prelungirea paralelei la BC.

Pentru aceasta se calculează din coordonatele punctelor orientările dreptelor $\overline{BA}$ și $\overline{BC}$, iar din diferența orientărilor unghiul α. Din triunghiul BFG se deduce latura BG ($\overline{BG}=l_2/\sin\alpha$), astfel încît punctul G va avea coordonatele :

$$X_G=X_B+d_{BG}\cos\theta_{BA}$$

$$Y_G=Y_B+d_{BG}\sin\theta_{BA}.$$

În mod analog se calculează distanța GD ($GD=l_1/\sin\alpha$), iar apoi coordonatele punctului D față de G :

$$X_D=X_G+d_{GD}\cos\theta_{BC}$$

$$Y_D=Y_G+d_{GD}\sin\theta_{BC}.$$

Într-o singură relație, coordonatele punctului D va fi :

$$X_D=X_B+d_{BG}\cos\theta_{BA}+d_{GD}\cos\theta_{BC}$$

$$Y_D=Y_B+d_{BG}\sin\theta_{BA}+d_{GD}\sin\theta_{BC}.$$

21.4. PARCELĂRI NUMERICE

Rezolvarea numerică a detașărilor de suprafețe de formă poligonală diferită este practicată în dese cazuri, deoarece deși necesită un volum mai mare de muncă, asigură o precizie superioară.

21.4.1. PARCELĂRI PRINTR-UN PUNCT OBLIGAT

Problema constă în detașarea unei suprafețe de o anumită mărime printr-o dreaptă obligată să treacă printr-un punct cunoscut.

Parcelări printru-un punct obligat în triunghi. Problema se poate rezolva pe cale trigonometrică și pe cale analitică.

Rezolvarea trigonometrică. Din suprafaţa de formă triunghiulară determinată de punctele A, B şi C cunoscute prin coordonatele rectangulare, se cere să se detaşeze o suprafaţă de mărime „s“ printr-o dreaptă care să treacă prin punctul B (fig. 21.27).

Problema constă în a găsi coordonatele punctului D, care unit cu B formează linia de separare.

Pentru aceasta se observă că în triunghiul ABD, se cunosc sau se pot calcula următoarele date :

— suprafaţa „s“, cerută ;

— latura $\overline{AB}$, din coordonatele punctelor extreme ;

— mărimea unghiului α, din diferenţa orientărilor laturilor $\overline{AC}$ şi $\overline{AB}$, care la rîndul lor se calculează cu ajutorul coordonatelor punctelor.

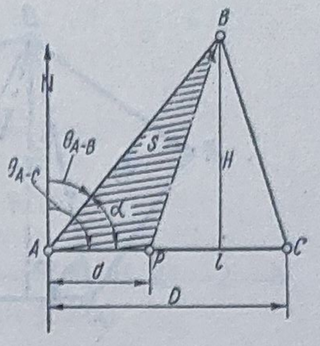


Fig. 21.27. Detaşarea printr-un punct dat într-un triunghi.

Cunoscînd din trigonometrie că suprafaţa unui triunghi se poate obţine din produsul a două laturi şi sinusul unghiului cuprins între ele, înseamnă că pentru cazul de faţă se poate scrie relaţia :

$$2s = d_{AB} \cdot d_{AD} \cdot \sin \alpha.$$

În această ecuaţie singura necunoscută este distanţa AD, adică tocmai distanţa căutată :

$$d_{AD} = \frac{2s}{d_{AB} \cdot \sin \alpha}.$$

Avînd distanţa $\overline{AD}$, punctul D aflîndu-se pe segmentul $\overline{AC}$ i se pot calcula coordonatele aşa cum s-a arătat la rezolvarea trigonometrică a punctului pe segment.

Rezolvarea analitică. Soluţionarea analitică se bazează pe obţinerea raportului $r = \frac{AD}{AC}$ prin intermediul suprafeţelor triunghiulare „s“ şi „S“ care au aceeaşi înălţime :

$$\frac{2s}{2S} = \frac{\overline{AD} \cdot H}{AC \cdot H} = \frac{AD}{AC} = r.$$

Rezultă că pentru a obţine coordonatele punctului D se vor aplica relaţiile determinate la soluţionarea analitică a punctului pe segment, cu aceeaşi recomandare, în ceea ce priveşte numărul de zecimale (6) cu care trebuie obţinut raportul r :

$$X_D = X_A + r\,(X_C - X_A)$$

$$Y_D = Y_A + r\,(Y_C - Y_A).$$

Parcelări printru-un punct obligat într-un poligon oarecare. Considerînd poligonul determinat de punctele $A, B, \ldots, F$ din care trebuie detaşată suprafaţa „S“ printr-o dreaptă care să treacă prin punctul B, se împarte mai întîi poligonul în triunghiuri prin drepte concurente în punctul B (fig. 21.28).

Se calculează apoi grafic suprafeţele triunghiurilor formate pentru a se stabili prin care triunghi trece linia de separare.

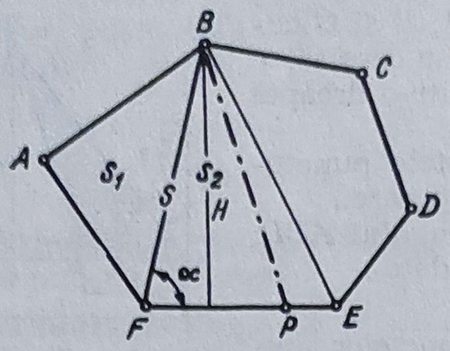


Fig. 21.28. Detașarea printr-un punct dat într-un poligon.

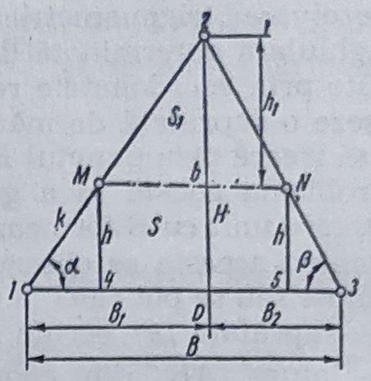


Fig. 21. 29. Detașarea paralelă cu o direcție dată într-un triunghi.

În continuare se însumează succesiv suprafețele triunghiurilor formate, pînă cînd suma lor este inferioară suprafeței de detașat. În cazul exemplului din figura 21.28 se observă că : $s_1 < S$.

Rezultă că linia de separare trece prin triunghiul *FBE*. Pentru a cunoaște exact mărimea suprafeței „*s*“ care trebuie separată din acest triunghi se calculează din coordonate suprafața s_1, după care se obține $s = S - s_1$.

Cu aceasta s-a ajuns la detașarea unei suprafețe, de mărime cunoscută „*s*“, printr-un punct obligat, dintr-o formă triunghiulară, în care caz se aplică una din soluțiile prezentate la paragraful anterior.

Controlul se efectuează prin calculul suprafeței detașate pe cale analitică cu folosirea coordonatelor punctului nou.

21.4.2. PARCELĂRI PARALELE

Detașarea paralelă cu o direcție dată în triunghi. Problema care se pune este ca dintr-un triunghi, determinat prin coordonatele punctelor extreme, să fie separate una sau mai multe parcele, prin linii paralele cu o direcție dată, de obicei o latură a triunghiului (fig. 21.29).

Rezolvarea trigonometrică. Se cere ca din triunghiul 1—2—3 să fie detașată suprafața „*s*“ printr-o linie paralelă cu latura 1—3.

Pentru deducerea relațiilor de calcul se fac următoarele artificii :

— se coboară din 2 înălțimea 2*P*, pe latura 1—3. Notînd cu *B* latura $\overline{1—3}$ se observă că ea este formată din segmentele $\overline{1—D}$ și $\overline{D—3}$, adică

$$B = \overline{1—D} + \overline{D—3}$$

— exprimînd segmentele $\overline{1—D}$ și $\overline{D—3}$ în raport cu înălțimea triunghiului *H*, și unghiurile α și β se poate scrie :

$$\overline{1—D} = H \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$$\overline{3—D} = H \cdot \operatorname{ctg} \beta$$

$$B = \overline{1—D} + \overline{D—3} = H \operatorname{ctg} \alpha + H \operatorname{ctg} \beta = H(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta),$$

de unde scoțînd pe H se ajunge la relația :

$$H = \frac{B}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}$$

— o relație analoagă se va obține din triunghiul M—2—N :

$$h_1 = \frac{b}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta};$$

— se calculează apoi suprafețele triunghiurilor 1—2—3 și M—2—N, notate cu S și s_1, după formula cunoscută din geometria plană :

$$2S = B \cdot H = \frac{B^2}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}$$

$$2s_1 = b \cdot h_1 = \frac{b^2}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}$$

— se observă că suprafața trapezului 1—M—N—3 rezultă din suprafețele S și s_1 astfel încît se scrie această relație :

$$2s = 2S - 2s_1 = \frac{B^2}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} - \frac{b^2}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} = \frac{B^2 - b^2}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}$$

— se scoate b din această ultimă relație :

$$b = \sqrt{B^2 - 2s(\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)}.$$

Această ultimă relație este calculabilă deoarece toți termenii din partea dreaptă se pot deduce din coordonatele punctelor și anume : distanța B din coordonatele punctelor 1 și 3, iar unghiurile α și β din diferența orientărilor laturilor triunghiurilor, care se calculează de asemenea cu ajutorul coordonatelor. Suprafața „s“ este dată prin tema lucrării.

În continuare se calculează înălțimea trapezului h :

$$h = H - h_1 = \frac{B}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} - \frac{b}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} = \frac{B - b}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta}$$

expresie de asemenea calculabilă deoarece toți termenii din partea a doua sînt cunoscuți.

Se trece apoi la calculul laturilor neparalele ale trapezului :

$$k = \overline{1—M} = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$1 = \overline{3—N} = \frac{h}{\sin\beta}.$$

Aceste date sînt suficiente pentru calculul coordonatelor punctelor M și N, ca puncte pe segmentele 1—2 și 3—2 :

$$X_M = X_1 + k\cos\theta_{1-2}$$

$$Y_M = Y_1 + k\sin\theta_{1-2}$$

$$X_N = X_3 + 1\cos\theta_{3-2}$$

$$Y_N = Y_3 + 1\sin\theta_{3-2}.$$

Rezolvarea analitică. În situaţia aceluiaşi exemplu din cazul rezolvării trigonometrice, soluţia analitică se poate obţine pornind de la relaţiile de asemănare dintre triunghiurile M—2—N şi 1—2—3 :

$$\frac{\overline{1-2}-\overline{M-1}}{1-2}=\frac{\overline{3-2}-\overline{3-N}}{3-2}=\frac{b}{B}=\frac{h_1}{H}=\frac{S-s}{S}=r.$$

Raportul r poate fi calculat deoarece suprafeţele cuprinse sub radical sînt cunoscute, astfel încît se pot determina mai întîi segmentele $\overline{1—M}$ şi $\overline{1—N}$, pentru trasarea lor pe teren, iar pentru controlul calculului coordonatele punctelor M şi N.

$$\overline{1—M}=\overline{1—2}(r+1)\ ;$$

$$\overline{3—N}=\overline{3—2}(r+1).$$

Coordonatele punctelor M şi N se obţin pe cale analitică folosind relaţiile de calcul pentru punctul pe segment :

$$X_M=X_2—r(X_1—X_2) \qquad X_N=X_2—r(X_3—X_2)$$

$$Y_M=Y_2—r(Y_1—Y_2) \qquad Y_N=Y_2—r(Y_3—Y_2)\ .$$

Detaşarea paralelă cu o direcţie dată într-un trapez.

Rezolvarea trigonometrică. Obţinerea datelor de bază adică, b_i, h_i, l_i şi k_i se face cu ajutorul formulelor stabilite pentru triunghi deoarece este uşor de observat că prin prelungirea laturilor neparalele se ajunge la un triunghi.

Rezolvarea analitică. La soluţionarea analitică a detaşării unei parcele de mărime dată dintr-un trapez se consideră trapezul mare, 1—2—3—4, din care trebuie detaşată suprafaţa de formă trapezoidală L—M_1—N_1—4, linia M_1N_1 constituind linia de separare căutată (fig. 21.30). Pentru deducerea formulelor de calcul sînt necesare următoarele artificii :

— trasarea unei linii paralele prin punctul 3 la latura trapezului $\overline{1—2}$, iar prin punctul N_1 a unei paralele, la aceeaşi latură $\overline{1—2}$. Din intersectarea acestor paralele cu baza $\overline{1—4}$ rezultă punctele C şi D ;

— din triunghiurile asemenea (ca avînd laturile paralele) 4—N_1—D şi 4—3—C, rezultă relaţiile de asemănare :

$$\frac{\overline{4-D}}{4—C}=\frac{\overline{B-b_1}}{B-b}=\frac{h_1}{H}=$$

$$=\frac{l_1}{L}=\frac{k_1}{K}=r_1;$$

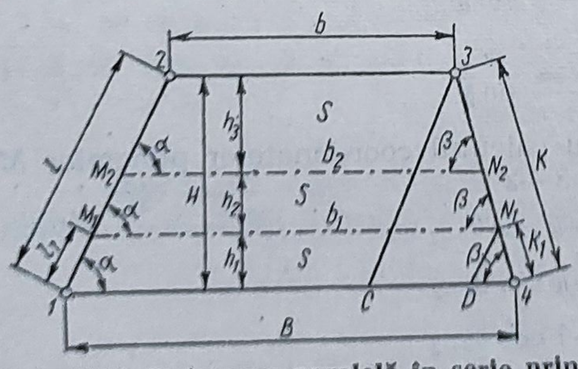


Fig. 21.30. Detaşarea paralelă în serie prin linii paralele cu o direcţie dată în trapez.

— se calculează suprafeţele trapezelor 1—M_1—N_1—4 şi 1—2—3—4 cu formulele cunoscute din geometria plană :

$$2s=(B+b_1)h_1$$

$$2S=(B+b)H$$

— se face raportul dintre cele două suprafețe ;

$$\frac{2s}{2S} = \frac{(B+b_1)\,h_1}{(B+b)\,H}$$

— se înlocuiește în partea a doua a relației suprafețelor $\frac{h_1}{H}=\frac{B-b_1}{B-b}$, egalitate care rezultă din raportul de asemănare a triunghiurilor :

$$\frac{2s}{2S} = \frac{(B+b_1)\,(B-b_1)}{(B+b)\,(B-b)},$$

de unde :

$$2s=2S\,\frac{(B+b_1)\,(B-b_1)}{(B+b)\,(B-b)}.$$

— se înlocuiește termenul $2S$ cu formula care dă suprafața trapezului, rezultînd relația :

$$2s=\frac{(B+b_1)\,(B-b_1)\,(B+b)\cdot H}{(B+b)\,(B-b)}$$

— se efectuează reducerile posibile și se ajunge la expresia :

$$2s=\frac{B^2-b_1^2}{B-b}\cdot H;$$

— în relația de mai sus singura necunoscută este b_1, care va fi :

$$b_1=\sqrt{B^2-\frac{2s\,(B-b)}{H}}.$$

Deoarece b_1 a devenit cunoscut, toți termenii de sub radical fiind calculabili sau cunoscuți, se poate determina „r“, iar cu ajutorul lui celelalte elemente necesare aplicării proiectului de parcelare pe teren, adică :

$$l_1=rL$$

$$k_1=rK$$

Coordonatele punctelor M_1 și N_1 se determină ca punte pe segmentele 1—2 și 4—3 cu ajutorul relațiilor cunoscute.

Formula determinată pentru b_1 conține sub radical, un al doilea termen constant, astfel încît notînd cu n, se va putea scrie relația :

$$b_1=\sqrt{B^2-n},$$

în care :

$$n=\frac{2s\,(B-b)}{H}.$$

Detașarea paralelă cu o direcție dată într-un patrulater. Avînd de detașat din patrulaterul 1—2—3—4 un număr de parcele de mărime egală, prin linii paralele cu una din laturi, de pildă cu latura $\overline{1—4}$, problema poate fi considerată rezolvată în mo-

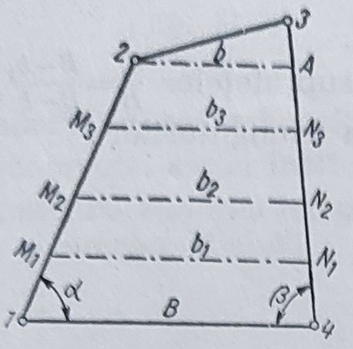


Fig. 21.31. Detașarea paralelă cu o direcție dată într-un patrulater oarecare.

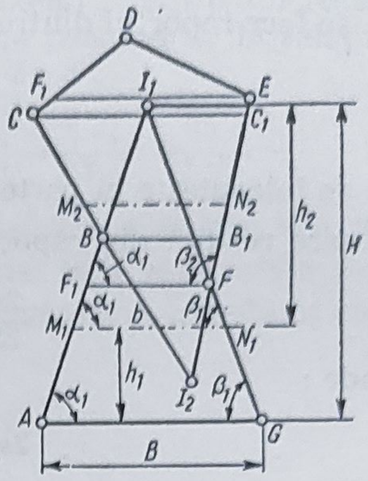


Fig. 21.32. Parcelarea paralelă într-un poligon oarecare.

mentul cînd au fost obținute coordonatele punctelor M_1 și N_1, care determină liniile de separare, evident cu calculele de control privind mărimea suprafețelor obținute (fig. 21.31).

Rezolvarea trigonometrică. Constă din aplicarea relațiilor de calcul obținute la parcelarea paralelă în triunghi.

Rezolvarea analitică. Reprezintă o cale mai greoaie deoarece prin punctul 2 trebuie dusă o paralelă 2—A la latura 1—4, cu determinarea punctului A, analitic sau trigonometric, iar apoi a suprafeței trapezului 1—2—A—4 (fig. 21.31). Ca regulă generală desprindem faptul că la aplicarea soluției analitice în patrulater, acesta trebuie transformat în primul rînd într-un trapez și un patrulater.

În cazul luat ca exemplu se calculează apoi distanța 2—A care reprezintă pe b și înălțimea trapezului format.

Pentru obținerea coordonatelor punctelor M_i și N_i se aplică formulele determinate în cazul trapezului.

Detașarea paralelă cu o direcție dată într-un poligon oarecare. La detașarea paralelă într-un poligon oarecare relațiile de calcul sînt cele determinate pentru triunghi sau trapez însă procedura este mai simplă sau mai complexă după cum este vorba de una sau de mai multe parcele de aceeași mărime.

— *În cazul unei singure parcele* se pot aplica ambele soluții, trigonometrică sau analitică.

La aplicarea soluției trigonometrice se trasează mai întîi grafic o paralelă prin F la dreapta de bază AG pentru a ști dacă linia de separare a parcelei „s" se află deasupra sau dedesubtul liniei FF_1. Pentru aceasta se calculează grafic suprafața trapezului AF_1FG și se observă dacă suprafața de detașat este mai mică sau mai mare (fig. 21.32).

În cazul cînd $s < S_{AF_1FG}$ linia de separare se află sub latura FF_1 și se aplică relațiile trigonometrice determinate la parcelarea paralelă în triunghi, obținîndu-se coordonatele punctelor M_1 și N_1 cu verificările care au fost recomandate.

În cazul cînd $s > S_{AF_1FG}$ linia de separare se află deasupra dreptei FF_1 și în această situație punctul F_1 trebuie determinat numeric prin intersecție înainte, iar suprafața trapezului AF_1FG calculată de asemenea numeric pentru a ști mărimea suprafeței care trebuie adăugată. În continuare calculele se desfășoară după regulile cunoscute pornind de la baza FF_1 și unghiurile α_1 și β_2.

Folosirea relațiilor analitice de parcelare obligă la formarea de trapeze, determinîndu-se exact punctul F_1, dacă $s < S_{AFF_1G}$ și în plus punctul B_1 dacă $s > S_{AFF_1G}$, cu calculul numeric al suprafețelor celor două trapeze apărute prin trasarea paralelelor FF_1 și BB_1. În continuare se aplică relațiile analitice deduse la parcelarea paralelă în trapez.

— *În cazul unui număr mai mare de parcele egale* prin fiecare punct de inflexiune al poligonului trebuie duse paralele la latura de bază, obținîndu-se prin intersecție directă, coordonatele punctelor F_1, B_1, C_1 și E_1. În continuare se calculează suprafețele tuturor trapezelor constituite.

Se folosește una sau alta dintre rezolvările cunoscute, trigonometric sau analitic, suprafața fiecărei parcele completîndu-se din trapezul următor.

21.4.3. RECTIFICAREA UNUI HOTAR

Problema a cărei rezolvare a fost prezentată pe cale grafică, se poate rezolva, cu precizie superioară, pe cale numerică.

Considerînd suprafețele S_1 și S_2 separate între ele prin hotarul format de punctele A, B, C, D, E problema constă în a găsi punctul P, care unit cu A, ca punct obligat, să formeze noul hotar AP cu menținerea celor două suprafețe (fig. 21.33).

Pentru a avea o suprafață de control se calculează fie S_1, fie S_2 prin coordonatele punctelor.

În cazul exemplului de față s-a considerat că s-a calculat suprafața S_1.

Se calculează apoi suprafața $FGAE$, notîndu-se rezultatul cu S_1'. Această operație este necesară pentru stabilirea poziției liniei de detașare AP. Sînt trei posibilități :

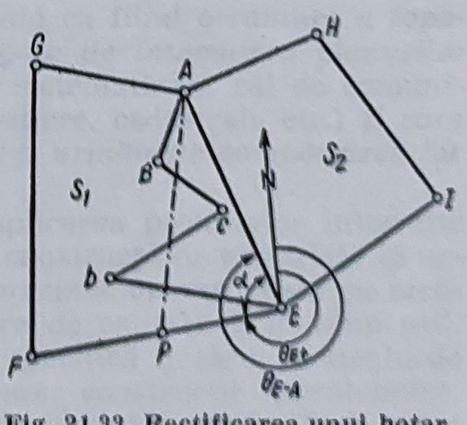


Fig. 21.33. Rectificarea unui hotar.

$S_1 < S_1'$ — linia de detașare trece printr-un punct P aflat pe dreapta EA, în stînga față de punctul E ;

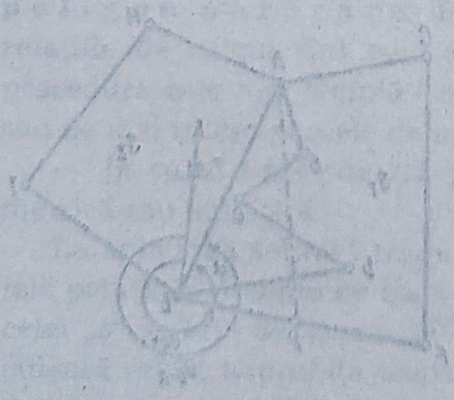
$S_1 = S_1'$ — linia de detașare AP este identică cu AE ;

$S_1 > S_1'$ — linia de detașare trece printr-un punct P situat pe dreapta EI, în dreapta față de punctul E.

Rezultă că în primul caz trebuie separată o suprafață s din S_1, iar în al treilea caz trebuie adăugată suprafața s, aceasta fiind :

$$s = S_1 - S_1'$$

În ambele situații problema s-a redus la detașarea unei suprafețe de mărime cunoscută, de formă triunghiulară, printr-o dreaptă care trece printr-un punct obligat, A, prezentată la începutul acestui paragraf. Calculul se efectuează manual sau cu ajutorul mașinii de calculat.



Partea a doua

TOPOGRAFIE INGINEREASCĂ

Capitolul 22.

CUNOȘTINȚE GENERALE DE TOPOGRAFIE INGINEREASCĂ

22.1. OBIECTUL TOPOGRAFIEI INGINEREȘTI

Topografia inginerească (specială) este o știință de dată relativ recentă. Ea s-a desprins din topografia generală ca o disciplină fundamentală, cu obiective proprii, ca urmare a dezvoltării pe care au luat-o construcțiile de toate tipurile în ultima jumătate de secol.

STAS 7488-66 definește *topografia specială* ca fiind *o ramură a topografiei care studiază metode topografice legate de întocmirea planurilor topografice* (construcții civile și industriale, sistematizări, căi de comunicații, construcții, hidrotehnice, miniere, forestiere, cadastrale etc.) *și care asigură aplicarea pe teren a acestor proiecte și urmărește comportarea lor în timpul exploatării.*

Proiectarea construcțiilor de orice fel, aplicarea proiectelor întocmite în vederea execuției, controlul geometric al construcțiilor executate și urmărirea comportării lucrărilor realizate, reprezintă operații care se efectuează prin măsurări topografice și geodezice de calitate și în timp util.

Topografia inginerească se aplică și este specifică fiecărui domeniu de activitate inginerească : îmbunătățiri funciare, construcții hidrotehnice, construcții civile și industriale, organizarea teritoriului, silvicultură, mine

etc., astfel încît se poate spune că ea are atîtea ramuri, în cîte activează inginerii de diferite specialităţi.

Indiferent de domeniul de aplicare, topografia inginerească are implicaţii în toate etapele de proiectare, execuţie, şi exploatare putîndu-se distinge următoarele direcţii de activitate :

— Realizarea de studii tehnico-topografice pentru asigurarea documentaţiei topografice necesare diferitelor etape ale proiectării.

— Trasarea pe teren a construcţiilor proiectate şi în acelaşi timp efectuarea măsurărilor topografice de control, pe parcursul execuţiei.

— Observarea comportării lucrărilor executate, în faza exploatării, pentru cunoaşterea modului cum acestea, în ansamblul lor, sau părţi din ele, se menţin la nivelul parametrilor proiectaţi, sau sînt necesare lucrări de remediere prin măsurări periodice sau accidentale.

Specialistul în îmbunătăţiri funciare, inginer sau subinginer, este interesat să cunoască aparatura, metodele şi modul cum se rezolvă din punct de vedere topografic, fiecare din etapele în care el este solicitat, astfel încît aprofundarea acestor aspecte este de strictă necesitate pentru formarea lui, indiferent de faptul că urmează a activa în proiectare, execuţie sau exploatare.

22.2. ROLUL TOPOGRAFIEI INGINEREŞTI LA PROIECTAREA, EXECUŢIA ŞI EXPLOATAREA LUCRĂRILOR DE ÎMBUNĂTĂŢIRI FUNCIARE

Topografia participă în mod consistent şi în acelaşi timp variat în diferitele etape de realizare şi folosire a lucrărilor de îmbunătăţiri funciare. Volumul, ca şi felul lucrărilor de măsurare sînt diferite de la o etapă la alta. De asemenea diferă metodele şi cantitatea calculelor, mai ales în raport cu precizia cerută de fiecare categorie de lucrări.

Conţinutul şi importanţa lucrărilor topografice în procesul proiectării, execuţiei şi exploatării lucrărilor de îmbunătăţiri funciare sînt determinate de o serie de factori, printre care :

— întinderea şi gradul de accidentare ale terenului ;
— dimensiunile elementelor componente ale construcţiilor proiectate ;
— precizia proiectării ;
— natura şi volumul lucrărilor de construcţii.

22.3. DOCUMENTAŢIA TOPOGRAFICĂ NECESARE LA PROIECTARE

Proiectarea lucrărilor de îmbunătăţiri funciare şi în general a construcţiilor inginereşti se face în mai multe faze, stabilite prin reglementări ale Consiliului de Miniştri în raport cu amploarea lucrărilor care se proiectează.

Lucrările care urmează a se amplasa pe suprafeţe mari sau care cuprind bazine hidrografice se proiectează în trei faze :

— studiu preliminar sau de amplasament, pentru lucrări de mare complexitate ;
— studiu tehnico-economic (*STE*) ;
— proiecte de execuţie (*PE*).

În cazul unui volum redus de proiectare, aceasta se face într-o singură etapă (*PFU*) sau fază mixtă (*STE*+*PE*).

Proiectele în fază unică prezintă în prima parte variantele, iar în a doua, varianta aleasă şi datele de execuţie.

Participarea topografiei la S.T.E. Această fază de proiectare rezolvă problemele de ansamblu şi fundamentează din punct de vedere tehnic şi economic lucrările. Ea cuprinde amplasamentul lucrărilor, soluţiile constructive pe obiecte, schema de organizare a şantierului, precum şi calcule economice din care rezultă eficienţa investiţiilor.

Activitatea topografică în această fază are în vedere în primul rînd punerea la dispoziţia proiectantului de planuri, reambulate, cu curbe de nivel. Scările planurilor sînt : 1 : 2 000, . . ., 1 : 10 000, în funcţie de mărimea suprafeţei ridicate, de complexitatea detaliilor topografice şi de cerinţele specifice ale proiectării. În cazul suprafeţelor mai mari de 10 000 ha se folosesc hărţi topografice speciale la scara 1 : 25 000, pentru traseele lucrărilor fiind necesare planuri la scara 1 : 10 000 sau 1 : 5 000. Pentru amplasamentul unor lucrări speciale (staţii de pompare, subtraversări etc.) sînt necesare planuri la scara 1 : 1 000 sau chiar 1 : 500.

În tabelul 22.1 sînt indicate scările şi echidistanţele curbelor de nivel pe care trebuie să le asigure planurile topografice pentru diferite tipuri de lucrări.

Pentru studiile hidrografice, hidrogeologice, pedologice şi geotehnice sînt necesare de asemenea măsurări topografice pentru determinarea planimetrică şi nivelitică a punctelor sau traseelor pe care se efectuează aceste studii, precum şi pentru trasarea pe teren şi ridicarea în plan a unor variante, pentru reţinerea soluţiilor optime.

Participarea topografiei la P.E. Această fază de proiectare se realizează după aprobarea proiectului din faza de *S.T.E.* Proiectele de execuţie se elaborează pe obiecte, pe măsura necesităţii execuţiei pe baza unui grafic de termene.

Pentru această fază sînt necesare planuri la scări mari şi foarte mari (1 : 1 000 ; 1 : 500 ; 1 : 200) pentru zone restrînse de amplasare şi cu curbe de nivel corespunzătoare scopului proiectării. Pentru aceste planuri se utilizează punctele de sprijin stabilite pentru S.T.E. Metodele de ridicare şi aparatura sînt diferite în funcţie de genul lucrărilor şi caracteristicile acestora.

22.4. DOCUMENTAŢIA TOPOGRAFICĂ NECESARĂ LA EXECUŢIE

Atît la începerea aplicării pe teren a proiectelor de execuţie, cît şi pe parcursul execuţiei topografia participă în mod susţinut.

Trasarea pe teren prezintă o foarte mare varietate de situaţii, deoarece şi gama lucrărilor din domeniul îmbunătăţirilor funciare este foarte vastă,

Tabelul 22.1

Scările și echidistanțele curbelor de nivel ale planurilor topografice necesare lucrărilor de îmbunătățiri funciare

Obiectul proiectării	Scara planului topografic	Echidistanța curbelor de nivel	Nr. de puncte		Observații
			la 1 ha	la km² de pe plan	
A. IRIGAȚII					
I. *Scurgere la suprafață*					
1. Relief uniform	1 : 5 000	0,25	3	75	
2. Microrelief	1 : 2 000	0,25	12	48	este necesară și nivelarea
II. *Aspersiunea*					
1. Relief uniform					
a. Supr. peste 5 000 ha	1 :10 000	0,50	1	100	Pentru faza *PE* se va întocmi plan bandă pe axul rețelei
b. Supr. sub 5 000 ha	1 : 5 000	0,25	2	50	
2. Microrelief (indiferent suprafața)	1 : 5 000	0,25	3	75	
		(0,50)	(2)	(50)	
III. *Orezării, indiferent suprafața*	1 : 2 000	0,25	12	48	
B. DESECĂRI	1 :10 000	0,50	1	100	Pentru faza *PE* se va întocmi plan bandă pe axul rețelei principale
I. Zone cu microrelief (zone limitate)	1 : 5 000	0,25	2	50	
II. Drenaje și detalii de desecări	1 : 5 000	0,50	2	50	
	1 : 2 000	0,25	12	48	
C. ÎNDIGUIRI	1 :10 000	0,50	1	100	Ca la desecări
I. Detalii de îndiguire	1 : 5 000	0,50	2	50	
II. Traversări de privale, accidente locale, trasee prin localități sau în apropiere de alte obiective	1 : 2 000	0,25	12	48	
D. **STAȚII DE POMPARE**	1 : 500	0,25	240	60	
E. **REGULARIZĂRI DE RÎURI**	1 : 5 000	0,50	2	50	
F. **LACURI DE ACUMULARE**	1 : 5 000	0,50	2	50	
	1 :10 000	0,25	50	50	
G. **BARAJE**	1 : 5 000	0,25	240	60	
H. **IAZURI**	1 : 2 000	0,25	15	60	

ele putînd fi stații de pompare, chesoane, baraje, amplasate pe suprafețe restrînse, pînă la diguri sau canale întinse pe lungimi de zeci de kilometri.

Înainte de a se trece la trasarea efectivă pe teren proiectele de execuție trebuie pregătite din punct de vedere topografic, prin aceasta urmînd să fie realizate următoarele obiective :

— studiul amănunțit al proiectelor de execuție și stabilirea metodelor și instrumentelor, care să asigure precizia de trasare ;

— determinarea, cu ajutorul proiectelor a punctelor care trebuie trasate precum și a elementelor de obținere a lor pe teren : distanțe înclinate și orizontale, unghiuri orizontale și verticale, cote, diferențe de nivel etc. ;

— întocmirea unui plan general de trasare, precum și a schemelor de detaliu pentru trasarea punctelor, în care să fie precizate ordinea de tra-

sare, aparatura necesară, metodele de lucru pe teren, formaţia echipelor şi termenele de predare.

Operaţia de trasare pe teren se realizează în două etape. În prima etapă se transpun pe teren cu ajutorul elementelor extrase din proiectele de execuţie, axele principale şi secundare ale construcţiilor proiectate. În continuare se trece la trasarea de detaliu, care este specifică fiecărui gen de lucrări proiectate, avîndu-se însă în vedere axele principale şi secundare ale construcţiilor şi prevederile proiectelor de execuţie referitoare la parametrii de execuţie.

Pe tot parcursul executării lucrărilor topografia intervine prin măsurări de control care se referă la :

— verticalitatea zidurilor sau a altor elemente prefabricate sau turnate din beton care trebuie să respecte această condiţie ;

— orizontalitatea unor suprafeţe, cum sînt cele destinate orezăriilor ;

— înclinarea unor trasee sau suprafeţe conform datelor de proiectare ;

— verificarea cotelor de fundaţie ale construcţiilor hidrotehnice, bazinelor de aspiraţie şi refulare etc.

Aceste măsurări au rolul să asigure pe de o parte realizarea construcţiilor în limitele parametrilor proiectaţi şi în acelaşi timp să uşureze realizarea tehnologiei de lucru.

La terminarea execuţiei lucrările trebuie predate beneficiarului care urmează să le pună în exploatare. Pentru aceasta este necesară efectuarea ridicării de execuţie. Prin aceasta se înţeleg ridicările topografice care trebuie efectuate pentru construcţia terminată sau parţial terminată, în ansamblul ei sau pe obiecte în vederea recepţiei şi pentru întocmirea planului general inventar.

22.5. DOCUMENTAŢIA TOPOGRAFICĂ LA EXPLOATARE

Aşa după cum s-a văzut lucrările de îmbunătăţiri funciare sînt de o mare varietate datorită condiţiilor naturale pe care trebuie să le corecteze sau să le amelioreze. Această diversitate este amplificată de faptul că în construcţia lor se utilizează materiale foarte diverse, care se comportă diferit, atît datorită caracteristicilor proprii, cît şi condiţiilor în care funcţionează.

În perioada exploatării, lucrările de îmbunătăţiri funciare se urmăresc pentru a se cunoaşte variaţia comportării materialelor întrebuinţate şi în acelaşi timp pentru a se cunoaşte deformaţiile lucrărilor considerate în ansamblul lor.

Cercetările şi observaţiile de control încep odată cu construcţia şi se continuă şi în timpul exploatării, cîţiva ani, pînă cînd lucrarea capătă un anumit echilibru, se stabilizează, iar variaţiile deformaţiilor se reduc.

Date fiind complexitatea lucrărilor de îmbunătăţiri funciare, a materialelor utilizate în construcţia acestora şi a diversităţii măsurărilor care trebuie făcute pentru cunoaşterea comportării lucrărilor, există o mare

varietate de metode de cercetare care firește vor implica metodici corespunzătoare. După scopul lor observațiile care sînt necesare pentru cunoașterea comportării lucrărilor se împart în două grupe mari :

Observații fizico-chimice. Au în vedere măsurarea unor caracteristici, mărimi și fenomene fizico-chimice cum sînt : temperatura construcțiilor, debitul și presiunea apei în conducte, canale sau lacuri, dilatarea și contractarea materialelor de construcții, cantitatea și compoziția chimică a apei de infiltrații, a celei poluate și care urmează a fi redată circuitului natural sau întrebuințată pentru irigații, proprietățile fizico-chimice ale solului etc. ;

Observații de natură geometrică. Prin ele se măsoară deplasarea construcțiilor față de datele proiectate și de execuție. După modul cum se instalează aparatele de măsură observațiile de natură geometrică sînt de două feluri :

— observațiile se efectuează cu ajutorul unor aparate sau instrumente de măsură introduse sau care sînt aplicate direct pe construcții, așa cum se procedează cu reperi de adîncime în diguri sau baraje, aparate sensibile fixate în rosturile de dilatare ale barajelor, precum și alte instalații asemănătoare ;

— observațiile se fac cu aparate de măsură din puncte de sprijin stabilite în afara perimetrului unde pot apare deformații și compararea rezultatelor obținute prin măsurări periodice.

În această categorie de metode intră triangulația, intersecția și drumuirea pentru determinarea poziției planimetrice a punctelor și nivelmentul geometric pentru cunoașterea poziției lor altimetrice.

Observarea topografică a poziției punctelor prezintă avantajul că nu se limitează numai la construcția propriu-zisă (baraje, diguri, canale, terase etc.), ci se extind și asupra zonei învecinate, putîndu-se stabili deformațiile din lungul văii, a bazinului hidrografic precum și a întregii regiuni unde sînt posibile modificări.

Realizarea observațiilor topografice pe parcursul exploatării lucrărilor prezintă importanță nu numai pentru menținerea parametrilor de proiectare la nivelul concepției, care asigură folosirea optimă a lucrărilor realizate, ci și pentru îmbunătățirea proiectării, deoarece se acumulează mai multe cunoștințe asupra comportării materialelor în condiții variate de folosire. În același timp se pot trage concluzii importante în legătură cu tehnologia de execuție în urma observării modului cum s-a ținut seama de coeficientul de tasare a pămînturilor, a tipurilor de soluri pe care s-au amplasat lucrările.

Observațiile din această categorie sînt importante și din punct de vedere topografic propriu-zis deoarece permit concluzii cu privire la limitele de folosire a metodelor de observare, a tipurilor de reperi, asupra preciziei asigurate de diferitele metode planimetrice sau nivelitice de ridicare în plan.

Capitolul 23.

RIDICĂRI TOPOGRAFICE PENTRU PROIECTAREA LUCRĂRILOR DE ÎMBUNĂTĂȚIRI FUNCIARE

În cadrul acestui capitol se vor prezenta mai întîi principalele ridicări topografice necesitate de proiectarea lucrărilor de îmbunătățiri funciare, iar apoi unele rezolvări specifice proiectării unor asemenea lucrări.

23.1. RIDICĂRI TOPOGRAFICE PENTRU PROIECTAREA LUCRĂRILOR DE ÎNDIGUIRI

Înainte de prezentarea ridicărilor topografice necesare acestui gen de lucrări, vom descrie, pe scurt, cîteva din caracteristicile acestora.

Lucrările de îndiguire constau dintr-un complex de construcții care au drept scop apărarea terenurilor, a construcțiilor sau a altor lucrări din imediata învecinătate a rîurilor, de apele de inundație ale acestora. Digurile sînt de tipuri diferite putîndu-se deosebi :

— diguri longitudinale închise (fig. 23.1, *a*), care se sprijină cu ambele capete pe cote ale terenului inundabil ;

— diguri longitudinale deschise (fig. 23.1, *b*), cînd se sprijină pe cota înaltă a terenului, neinundabilă, în capătul din amonte ;

— diguri de remuu (fig. 23.1, *c*), care au un traseu transversal față de rîul propriu-zis de îndiguit și care se construiesc în continuare ;

— diguri insubmersibile, care au o asigurare de 1—2%, ceea ce înseamnă că lucrările pot fi depășite de 1—2 ori la 100 ani (fig. 23.2) ;

— diguri submersibile, cînd se apără lucrările numai pînă la o anumită cotă de creștere a apelor (fig. 23.3.). Aceste diguri au o asigurare de 10—20%, adică pot fi depășite de ape de 10—20 ori în 100 ani.

Proiectarea digurilor se face în raport cu inundabilitatea terenului, debitele de revărsare și nivelul acestora, funcția digului și economicitatea lui.

Traseul digului trebuie să corespundă unor cerințe de ordin hidraulic, geotehnic și economic, pentru ca prin lucrarea realizată să nu fie perturbată scurgerea normală a cursului.

Ca documentație pentru proiectarea digurilor sînt necesare :

— ridicări topografice la scara 1 : 25 000 pentru faza de *STE* și la scara 1 : 5 000 sau 1 : 10 000 pentru faza de *PE* pentru cunoașterea zonei inundabile și a mărimii suprafețelor inundabile, pe baza cărora să se stabilească traseul digului și suprafețele care urmează a fi protejate ;

— profile transversale ale cursului de apă pentru cunoașterea suprafeței udate, iar prin investigații și observații a nivelului maxim al apelor și a periodicității viiturilor.

În același timp trebuie avute în vedere lucrările de bază cum sînt stațiile de pompare, vanele și stăvilarele, precum și lucrări auxiliare cum sînt

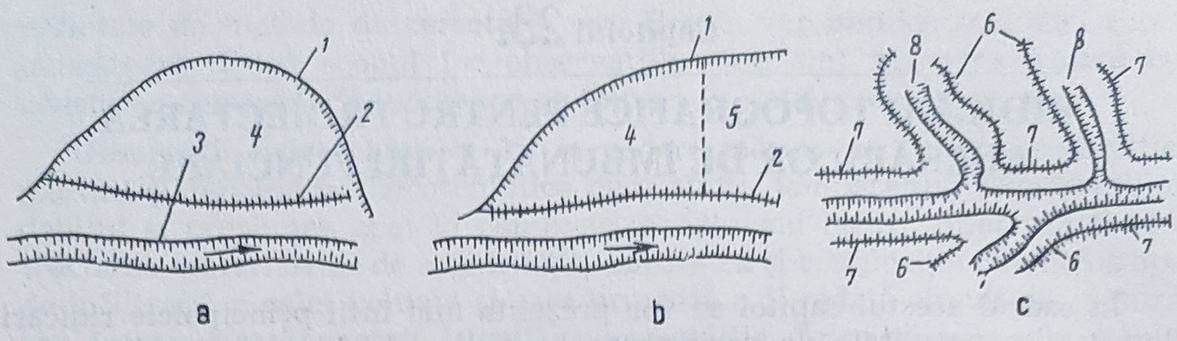


Fig. 23.1. Tipuri de diguri :

a — dig longitudinal închis ; *b* — dig longitudinal deschis ; *c* — dig de remuu ; *1* — terasă ; *2* — dig ; *3* — rîu ; *4* — incinta îndiguită ; *5* — suprafața inundabilă la ape mari ; *6* — diguri de remuu; 7 — diguri longitudinale; *8* — afluenți.

rampele perdelelor de protecție și cantoanele în care scop sînt necesare, pentru proiectare, planuri topografice la scări mari 1 : 1 000 sau 1 : 500, care să permită amplasarea și calculul unor asemenea lucrări.

Întrucît în dese cazuri digurile se execută cu pămînt din gropi de împrumut trebuie făcute ridicări planimetrice și nivelitice ale zonelor învecinate, cu profile transversale la distanțe mici, pentru stabilirea locurilor în care vor fi amplasate gropile de împrumut.

În figura 23.4 prezentăm un exemplu de reprezentare a unei porțiuni din dig care conține planul de situație, precum și profilul longitudinal și transversal, cu indicarea datelor care trebuie înscrise în indicatoarele acestora.

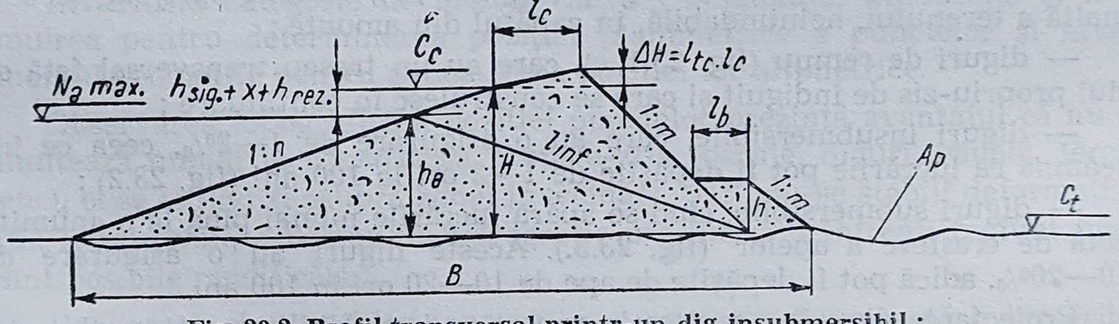


Fig. 23.2. Profil transversal printr-un dig insubmersibil :

N_a max — nivelul apelor maxime înregistrate în zonă ; h_{sig} — înălțimea de siguranță ; x — supraînălțarea apelor maxime la trecerea lor prin albia îndiguită ; m — coeficientul taluzului exterior (către apă) ; C_c — cota coronamentului ; n — coeficientul taluzului interior (către incintă) ; l_c — lățimea coronamentului ; l_b — lățimea banchetei (nu este un element obligatoriu) ; l_{tc} — panta transversală a coronamentului ; A_p — ampriza (suprafața ocupată de dig) ; l_{inf} — linia de infiltrație ; C_t — cota terenului ; B — lățimea la baza digului ; h_a — înălțimea apei (N_a max—C_t); H — înălțimea digului ; h — înălțimea banchetei.

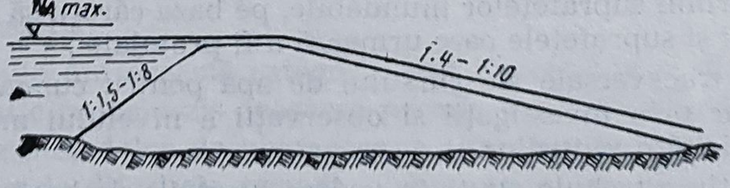
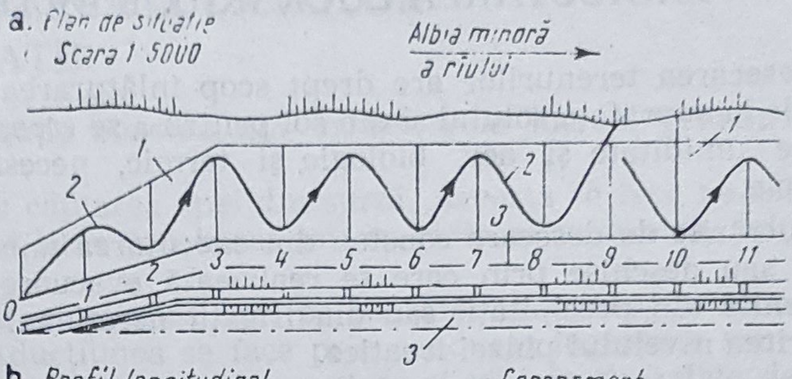
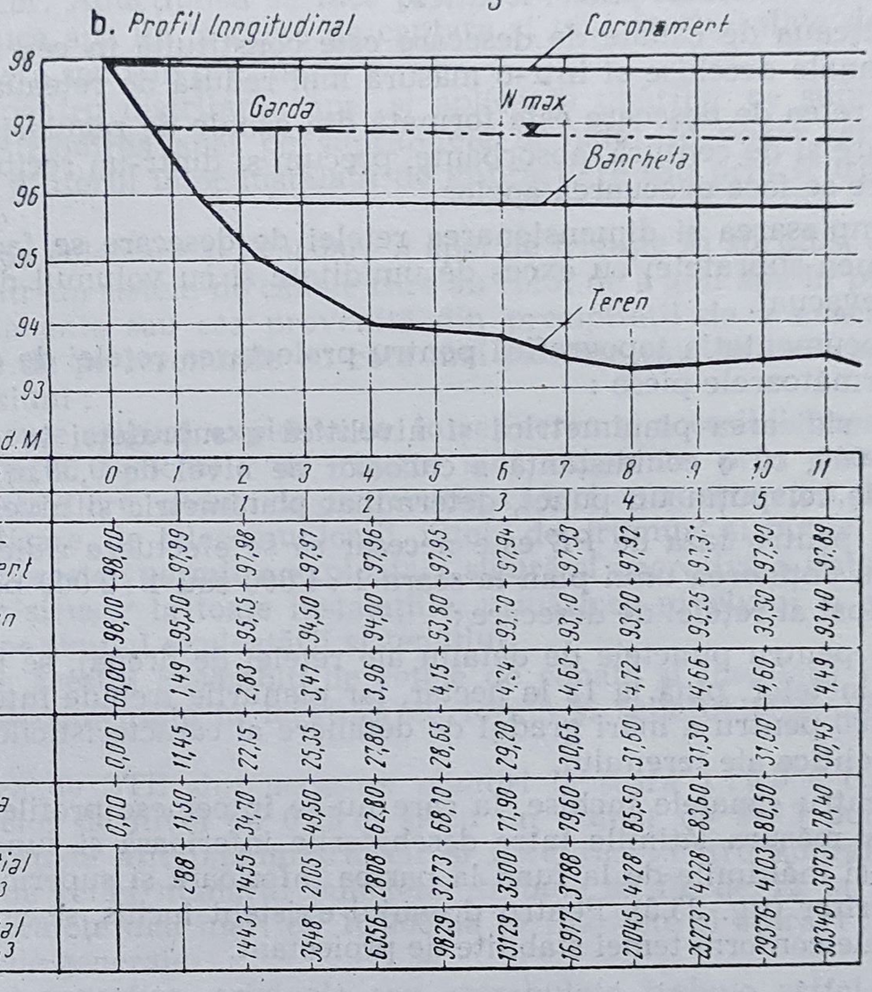


Fig. 23.3. Profil transversal printr-un dig submersibil .





Profil m		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Hm				1		2		3		4		5	
Cota	Coronament	98,00	97,99	97,98	97,97	97,96	97,95	97,94	97,93	97,92	97,91	97,90	97,89
	Teren	98,00	95,50	95,15	94,50	94,00	93,80	93,70	93,70	93,20	93,25	93,30	93,40
Hm		0,00	1,49	2,83	3,47	3,96	4,15	4,24	4,63	4,72	4,66	4,60	4,49
Bm		0,00	11,45	22,15	25,35	27,80	28,55	29,20	30,65	31,60	31,30	31,00	30,45
Secțiunea S m²		0,00	11,50	34,70	49,50	62,80	68,10	71,90	79,60	85,50	83,60	80,50	78,40
Volum	Partial m³		288	1455	2105	2808	3273	3500	3788	4128	4228	4103	3973
	Total m³			1443	3548	6356	9829	13129	16917	21045	25273	29376	33349

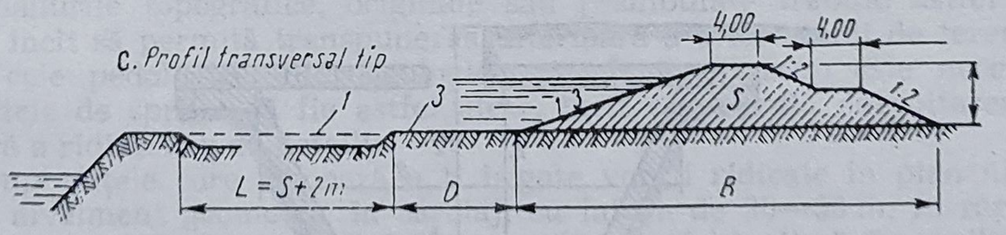


Fig. 23.4. Reprezentarea unei porțiuni dintr-un dig :
a — plan de situație ; *b* — profil longitudinal ; *c* — profil transversal tip ; *1* — gropi de împrumut ; *2* — șanț de evacuare ; *3* — fîșie de protecție.

23.2. RIDICĂRI TOPOGRAFICE PENTRU PROIECTAREA LUCRĂRILOR DE DESECARE

Desecarea terenurilor are drept scop înlăturarea excesului de umiditate de la suprafaţa solului şi din sol pentru a se crea în sol un regim potrivit de umiditate şi aer, biologic şi termic, necesar diferitelor culturi agricole.

Lucrările de desecare constau din executarea unei reţele de canale închise sau deschise prin care se realizează evacuarea apelor superficiale provenite din precipitaţii sau din irigaţii neraţional aplicate, sau pentru coborîrea nivelului pînzei freatice.

Reţeaua de canale de desecare este constituită în cea mai mare parte din canale deschise şi într-o măsură mai redusă de reţeaua închisă.

O reţea de desecare este formată din canale de regularizare, canale colectoare şi de centură, absorbante, precum şi dintr-un recipient sau emisar în care se face evacuarea apelor.

Amplasarea şi dimensionarea reţelei de desecare se face în raport cu mărimea suprafeţei cu exces de umiditate şi cu volumul de apă care trebuie evacuat.

Documentaţia topografică pentru proiectarea reţelei de desecare constă din următoarele piese :

— ridicarea planimetrică şi nivelitică a suprafeţei în cauză, la scara 1 : 10 000, cu o echidistanţă a curbelor de nivel de 0,50 m şi cu o densitate de cel puţin un punct, determinat planimetric şi nivelitic la hectar ;

— pentru faza de *PE* este necesar să se efectueze ridicări topografice pentru obţinerea unui plan la scara 1 : 1 000 sau 1 : 2 000 pe banda axului principal al reţelei de desecare ;

— pentru punctele de detaliu ale reţelei de drenaj, se măreşte numărul punctelor, pînă la 12 la hectar, iar planurile trebuie întocmite la scara 1 : 2 000 pentru a mări gradul de detaliere al caracteristicilor planimetrice şi nivelitice ale terenului.

Pentru canalele închise, la care nu se întocmesc profile longitudinale, se vor măsura lăţimile între deschiderile inferioară şi superioară a taluzelor şi înălţimile de la fund la partea inferioară şi superioară a stratului acoperitor (fig. 23.5). Pentru drenajul existent închis, se vor face ridicări speciale conform temei stabilite de proiectant.

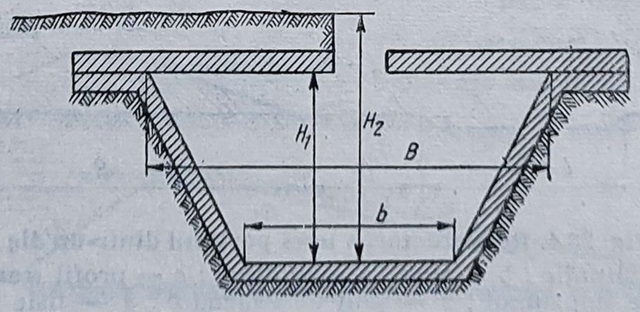


Fig. 23.5. Secţiune transversală printr-un canal închis de desecare.

23.3. RIDICĂRI TOPOGRAFICE PENTRU PROIECTAREA LUCRĂRILOR DE IRIGAȚII

Sistemele de irigație constau din următoarele lucrări principale (figura 2.3.6.) :

— lucrări pentru captarea apei din sursă. Aceasta se face pe cale gravitațională, în curent liber sau barat sau cu ridicare mecanică, prin stații de pompare ;

— lucrări pentru aducțiunea apei pe suprafețele amenajate în vederea irigării culturilor. Aducțiunea se face prin conducte îngropate sau canale deschise ce aduce apa de la sursa de captare și pînă la suprafața de udat, prin cădere liberă sau sub presiune ;

— lucrări pentru distribuția apei și aplicarea udărilor pe suprafețele amenajate. Distribuirea apei pe suprafețele de udat se poate face prin aspersiune, cu ajutorul unor instalații de împrăștiere sau prin scurgere liberă pe brazde ;

— lucrări de colectare și evacuare a apei de irigație în surplus, care se realizează printr-un sistem de canale care au rolul de a goli apa în plus din canalele permanente sau cea provenită din precipitații de a evacua apa care se scurge de pe terenurile cu cote mai ridicate sau pe cea care bălțește în depresiuni ;

— lucrări care asigură exploatarea, întreținerea și accesibilitatea sistemului de irigație. Sistemele de irigație sînt asigurate prin construcții hidrotehnice (stăvilare, noduri de distribuție, căderi apometre etc.), instalații de automatizare, de telecomunicații, rețele de drumuri și puțuri hidrotehnice. Toate acestea permit o exploatare sigură și operativă a sistemului, un acces liber și ușor la toate instalațiile, urmărirea nivelului și chimismului apelor pe timpul exploatării sistemului.

Proiectarea acestui ansamblu de rețele de canale și instalații impune studii foarte documentate în legătură cu forma și relieful terenului care trebuie irigat.

Pentru faza de STE sînt necesare planuri la scara 1 : 5 000 cu echidistanța curbelor de nivel de 0,25 m și cu un număr de 2—3 puncte la hectar, determinate atît planimetric cît și nivelitic. Pentru suprafețe cu variații mici de relief numărul punctelor trebuie să fie de 12 la hectar.

Pentru suprafețe mai mari de 10 000 ha se folosește și scara 1 : 25 000 pentru planurile generale.

Planurile topografice, originale sau reambulate trebuie astfel întocmite încît să permită transpunerea ulterioară a altor studii de teren, cum sînt cele pedologice, hidrogeologice etc. În acest scop este necesar ca punctele de sprijin să fie astfel alese, încît să permită dezvoltarea ulterioară a ridicărilor de detaliu.

Suprafețele care urmează a fi irigate vor fi ridicate în plan nivelitic prin nivelment geometric în caroiaj, cu latura de 20—50 m, în raport cu gradul de accidentare a reliefului terenului, astfel încît să fie posibilă trasarea de curbe de nivel cu echidistanța de 0,25 m.

Pentru cazul cînd alimentarea urmează a se face pe cale gravitațională sau apare necesară construcția unui baraj pentru formarea unui lac de acumulare, ridicările topografice trebuie să fie extinse asupra întregului

bazin hidrografic al cursului de apă, în situația cînd este vorba de surse de apă de pe o suprafață nu prea întinsă. În situația cînd sursa de alimentare se realizează prin devierea pe un canal a unei părți din debitul unui rîu trebuie efectuate ridicări planimetrice și nivelitice la scara 1 : 2 000 . . , 1 : 5 000 pentru zona în care se va excava canalul de aducțiune.

Pe suprafețele pe care irigarea urmează a se face prin scurgere la suprafață, este necesar ca pentru stabilirea cubajului specific, pe zone, să se execute studii topografice de detaliu pentru minimum 50% din parcelele de nivelare delimitate în acest scop. La faza *PE* instrucțiunile în vigoare cer ca pe toate parcelele specifice de nivelare să fie efectuate ridicări nivelitice în caroiaj cu latura de 20—25 m la scara 1 : 500—1 : 1 000. Ridicarea nivelitică trebuie legată de caroiajul nivelitic existent, iar cînd aceasta nu se poate, plecîndu-se de la o cotă arbitrară.

Pentru construcțiile aferente sistemului de irigare cum sînt stațiile de pompare, barajele pentru lacurile de acumulare, subtraversări ale canalelor de aducțiune sau de evacuare, stăvilare etc. trebuie efectuate ridicări topografice de detaliu, la scări mari (1 : 500, . . ., 1 : 200), legate de punctele de sprijin și cu un număr suficient de puncte (200—250 la hectar) determinate planimetric și nivelitic, care să permită amplasarea pe plan. De asemenea vor fi efectuate, la cererea proiectantului profile longitudinale și transversale care să permită calculul cubajului, al forței de muncă și al utilajelor necesare pentru execuția lucrărilor.

23.4. RIDICĂRI TOPOGRAFICE PENTRU PROIECTAREA LUCRĂRILOR DE COMBATERE A EROZIUNII SOLULUI

Condițiile pedo-climatice și folosirea nerațională a pămîntului au făcut ca pe mari suprafețe din țara noastră să apară fenomene de eroziune care se manifestă prin diminuarea și chiar pierderea totală a capacității de producție a suprafețelor afectate. Pentru combaterea eroziunii solului și ameliorarea terenurilor degradate prima operație care trebuie realizată este cartarea proceselor de degradare și a factorilor care la provoacă. Prin c a r t a r e se înțelege un complex de operații prin care se transpune pe planuri sau hărți topografice situația de pe teren a factorilor studiați și prin care se precizează în același timp atît corelația dintre factorii naturali și cei social-economici, cît și dezvoltarea proceselor de degradare.

Pentru realizarea cartării sînt necesare hărți și planuri topografice. Scările acestora sînt diferite în raport cu faza de proiectare și amploarea studiului. Astfel, pentru planurile de amenajare complexă a bazinelor hidrografice mari sînt necesare hărți la scări mici (1 : 100 000). Pentru faza de *STE* pe bazine hidrografice se folosesc la cartare planuri la scara 1 : 25 000 —1 : 50 000, cu curbe de nivel avînd echidistanța de cel puțin 5 m. Pentru proiectele de execuție a lucrărilor de combatere a eroziunii solului, la cartare se folosesc planuri la scara 1 : 10 000 și 1 : 5 000, cu curbe de nivel avînd echidistanța de 1—10 m, în funcție de uniformitatea și de folosința terenului.

Gama lucrărilor de prevenire și combatere a degradării solului este foarte largă. Ea începe cu *lucrările de organizare* rațională a terenurilor agricole, se continuă cu *lucrări pe suprafață* cum sînt terasele, valurile, perdelele de protecție, canalele de coastă și debușeele și au o densitate mai mare pe cursurile de apă cu caracter torențial, unde se execută atît lucrări transversale cît și longitudinale. Datorită acestei diversități cerințele care se pun documentației topografice sînt, de asemenea, foarte numeroase. Planurile topografice trebuie să fie reambulate la zi și să conțină suficiente elemente planimetrice și nivelitice pentru proiectarea lucrărilor concepute. În mod deosebit trebuie figurate toate formele de degradare în adîncime a terenurilor, care fac obiectul unor măsuri de combatere.

Rupturile de teren, terasele naturale sau artificiale se ridică individual numai dacă adîncimea, respectiv înălțimea taluzului depășește 0,5 m.

Malurile cu adîncime de la suprafața apei din rîu, mai mare de 0,5 m se reprezintă prin hașuri asemenea malului abrupt și se cotează înălțimea respectivă. Se măsoară adîncimea relativă de la marginea superioară a malului și nivelul apei. Locul măsurării adîncimii relative se arată pe plan printr-un punct, pe marginea superioară a malului, iar alături se scrie valoarea respectivă. De asemenea, pe axul rîului se indică printr-o săgeată direcția cursului apei.

Rîpele și viroagele se ridică în plan prin puncte măsurate pe ambele maluri și prin puncte sub formă de profil longitudinal luate pe fundul acestora. Atunci cînd nu se pot ridica puncte pentru a se determina adîncimea rîpelor sau ravenelor, aceasta se va măsura cu o mîră sau ruletă, iar valorile se vor trece pe plan, figurîndu-se pe locul unde s-au măsurat cu semnul minus.

Formele de eroziune de suprafață se vor ridica sub formă de contur figurîndu-se pe plan ca limită variabilă, iar în interior se va reprezenta cu semnul convențional de eroziune de suprafață, indicîndu-se și adîncimea relativă cu semnul minus.

Pentru cursurile de apă cu caracter torențial se vor efectua profile longitudinale și transversale (la distanțele cerute de proiectant), concomitent ridicîndu-se și alte construcții existente cum sînt podurile, barajele, digurile etc.

La întocmirea proiectelor de organizare și ameliorare a pășunilor erodate, atunci cînd pentru suprafața respectivă există planuri la scara 1 : 5 000 sau 1 : 10 000, conținînd numai detaliile de planimetrie și terenul prezintă pante uniforme și continui, iar obiectele proiectării (plantații, benzi de arbuști, garduri vii, adăposturi, adăpători, fîntîni etc.) nu impune redactarea reliefului prin curbe de nivel, aceste planuri vor fi folosite, completîndu-se în felul următor :

— pe baza punctelor din rețeaua de triangulație sau, în lipsa acestora, a unui număr suficient de detalii planimetrice bine distincte pe teren și pe plan se vor indica planimetric următoarele detalii : liniile caracteristice ale reliefului (liniile văilor și ale culmilor), alunecările de teren, ravenele active și înierbate, rîpele, văile torențiale etc. ;

— se vor determina cotele punctelor caracteristice pe firul văii, pe culmi și la schimbările evidente de pantă, figurîndu-se pe plan numai punctele, fără a se interpola între ele curbele de nivel ;

— pe firul ravenelor active se vor ridica puncte pentru executarea profilelor longitudinale și a profilelor transversale numai la schimbările mai importante ale secțiunilor. La ravenele stinse se va indica numai adîncimea maximă prin scrierea valorii în punctul respectiv ;

— ogașele vor fi delimitate numai planimetric pe zone, cînd acestea sînt grupate, sau individual, cînd sînt dispersate.

23.5. RIDICĂRI TOPOGRAFICE PENTRU PROIECTAREA REȚELELOR ȘI INSTALAȚIILOR DE ALIMENTARE CU APĂ

Alături de aprovizionarea cu apă a sistemelor de irigații realizate pe suprafețele agricole, lacurile de acumulare, ca și celelalte surse de apă se utilizează în același timp pentru deservirea cu apă potabilă a centrelor populate.

În acest caz trebuie realizată o rețea de aducțiune a apei și alta de evacuare a celei uzate.

Pentru proiectarea acestor lucrări sînt necesare următoarele lucrări topografice :

— *Ridicări planimetrice și nivelitice la scară mare* (1 : 200 . . . 1 : 500) pe suprafețele pe care urmează a fi amplasate rețele de aducțiune și evacuare. Pentru efectuarea măsurărilor se marchează punctele prin borne de reperaj a căror poziție se determină în raport cu punctele rețelei de sprijin. Pe axele conductelor de alimentare și ale canalelor colectoare marcarea punctelor se face cu ajutorul picheților de lemn.

— Pentru faza de *PE* se efectuează *ridicări topografice pe benzi de 10—15 m de-a lungul axelor conductelor sau canalelor*. Ridicarea planimetrică se efectuează cu teodolitul, iar cea altimetrică printr-un nivelment geometric dublu, de ordinul IV, în drumuire incluzîndu-se și bornele repere de pe traseu. Ridicarea detaliilor pe fîșie se execută de obicei prin profile transversale cu ajutorul nivelei.

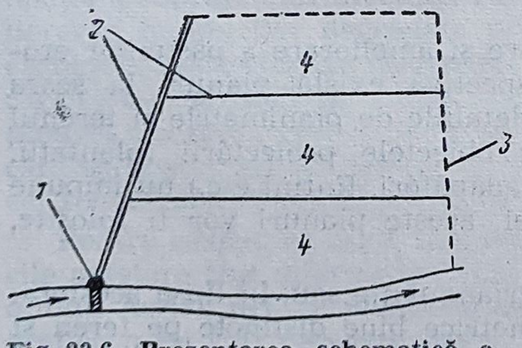


Fig. 23.6. Prezentarea schematică a principiului de funcționare a unei rețele de irigație :

1 — sursa de captare a apei (baraj sau stație de pompare) ; *2* — canale de aducțiune ; *3* — canale de evacuare a apei în surplus ; *4* — suprafața de irigat.

— În cazul cînd lipsește documentația privitoare la lucrările mai vechi, care trebuie extinse, se fac măsurări pentru *întocmirea releveelor rețelelor subterane* existente. Pe acestea se indică poziția în plan și în profil transversal a conductelor, canalelor și căminelor. De asemenea, se întocmește profilul longitudinal al traseului fiecărei lucrări, înscriindu-se cota radierului canalului sau axului conductei, dimensiunile conductelor, cota fundului și capacului cămi-

Biblioteca de Geologie-Geografie

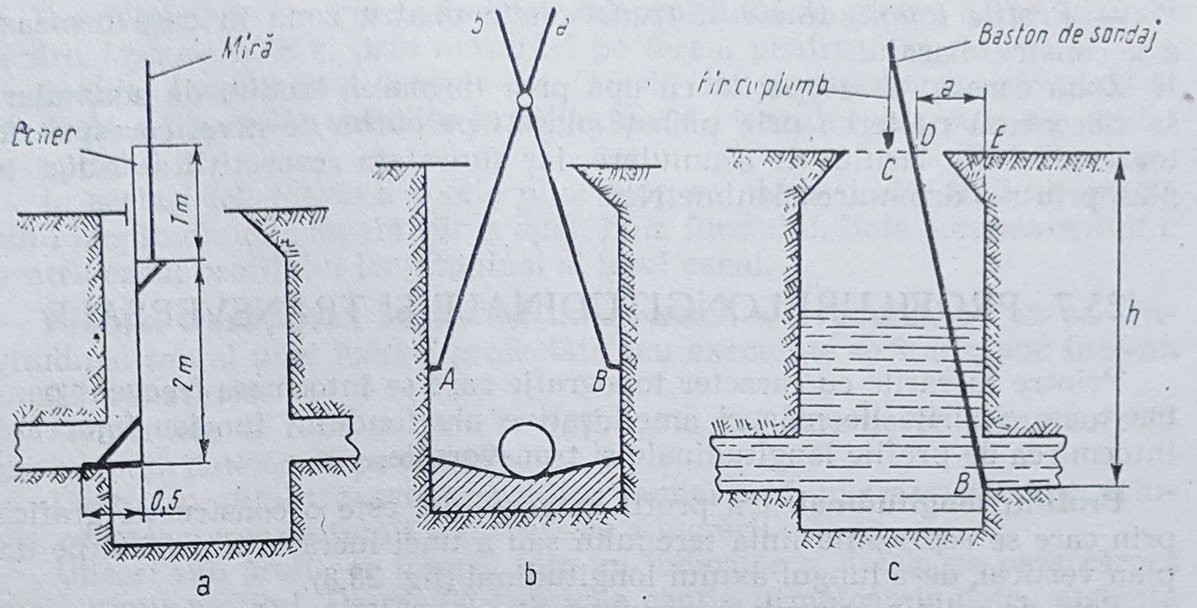


Fig. 23.7. Instrumente și dispozitive pentru preluarea dimensiunilor instalațiilor de alimentare și canalizare :

a — echer de lemn pentru nivelmentul geometric în interiorul căminelor rețelelor subterane ; *b* — compus de reducție de lemn pentru determinarea dimensiunilor interiorului căminului (diametru, deschideri etc.) ; *c* — baston de sondaj metalic pentru determinarea adîncimii din căminele de canalizare.

nului etc. În figura 23.7 sînt prezentate cîteva posibilități de preluare a dimensiunilor acestor instalații.

23.6. RIDICĂRI TOPOGRAFICE PENTRU PROIECTAREA REGULARIZĂRILOR DE RÎURI

Prin regularizarea cursurilor de apă se înțelege ansamblul de lucrări și măsuri prin care se dirijează modificările albiei și traseului cursurilor de apă, precum și a debitului ce se scurge în albie. Ansamblul de lucrări cuprinde regularizarea albiei minore, a celei majore precum și regularizarea debitelor.

Pentru realizarea acestor obiective trebuie efectuate măsurări pe bazinul hidrografic al cursului de apă, precum și profile longitudinale și transversale ale traseelor, pe baza cărora se vor executa proiectele de execuție.

Din punct de vedere topografic pentru realizarea regularizării albiilor rîurilor sînt necesare următoarele lucrări :

— *Ridicări planimetrice și nivelitice* pentru întocmirea sau reambularea planurilor topografice la scara 1 : 5 000 sau 1 : 10 000 pe întreaga suprafață a bazinului hidrografic, iar cînd aceasta este foarte mare pentru zona în care urmează a se executa asemenea lucrări, instrucțiunile în vigoare prevăd ca pentru faza de PE să se realizeze planuri topografice la scara 1 : 1 000, cu densitate de 50 puncte la hectar, pentru lacuri de acumulare și la scara 1 : 2 000 cu 15 puncte de hectar pentru baraje ;

— *Profile longitudinale și transversale* pentru zona în care urmează a se construi barajul.

Zona care va fi acoperită cu apă prin formarea lacului de acumulare se marchează pe teren prin picheți plasați pe curba de nivel corespunzătoare nivelului lacului de acumulare, iar suprafața respectivă se ridică în plan printr-o drumuire planimetrică.

23.7. PROFILURI LONGITUDINALE ȘI TRANSVERSALE

Printre lucrările cu caracter topografic care se întocmesc frecvent pentru toate tipurile de măsuri ameliorative ale fondului funciar figurează întocmirea de profile longitudinale și transversale.

Profilul longitudinal. Un profil longitudinal este o construcție grafică prin care se reprezintă linia terenului sau a unei lucrări, proiectată pe un plan vertical, de-a lungul axului longitudinal (fig. 23.8).

Față de o linie orizontală, considerată ca o axă de referință, un profil longitudinal este format din două părți : indicatorul profilului și profilul longitudinal propriu-zis.

Indicatorul profilului. Constă dintr-o serie de rubrici în care se înscriu numerele punctelor, distanța dintre puncte, parțială și cumulată, precum și banda cu situația detaliilor de planimetrie, în care se reprezintă elementele principale, cum sînt : afluenți, drumuri, căi ferate, lucrări de artă, categorii de folosință limitrofe, reperi de nivelment și puncte de triangulație amplasate de-a lungul canalului sau văii respective. Toate detaliile respective se amplasează în dreptul distanței corespunzătoare.

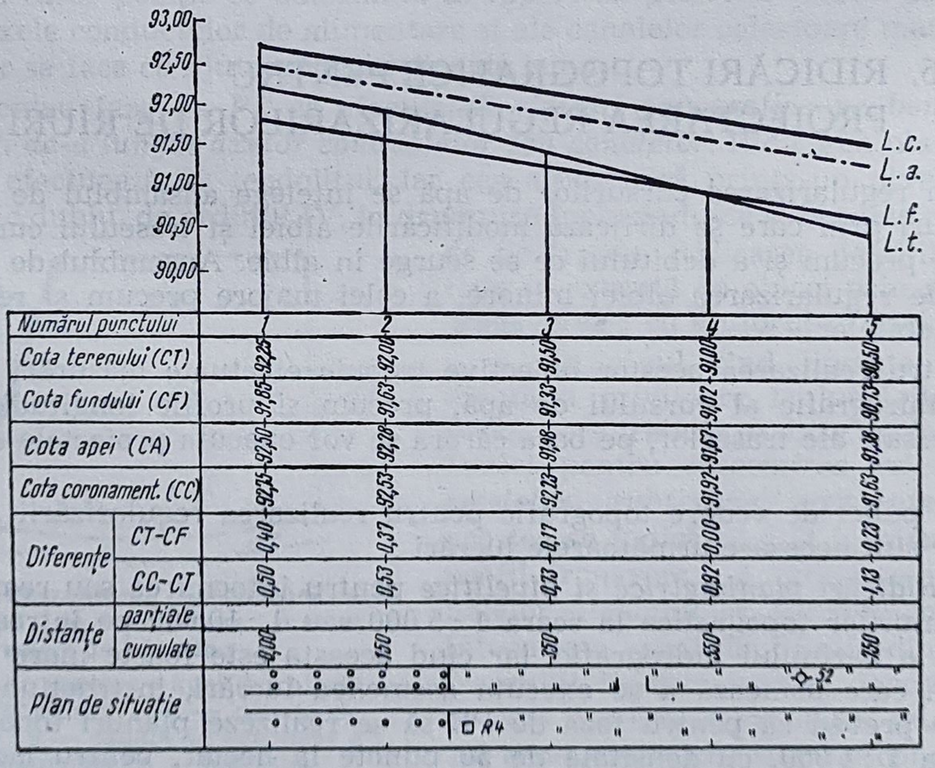


Fig. 23.8. Profilul longitudinal al unui canal în rambleu.

Datele care se înscriu în indicatorul profilului se preiau de pe planuri pentru faza de STE şi prin măsurări pe teren, pentru faza de PE.

Profilul longitudinal propriu-zis. Constă din transpunerea orizontală şi verticală a punctelor stabilite la inflexiunile terenului, aşa cum s-a arătat la capitolul 21.

În acelaşi fel, folosind cotele punctelor, se obţin şi alte linii ale profilului longitudinal, cum sînt linia apei, linia fundului, linia coronamentului, pentru cazul profilului longitudinal al unui canal.

Profilul transversal. Secţiunea transversală a terenului, pe un ax longitudinal sau al unei lucrări proiectate sau executate se transpune într-un profil transversal.

Elementele de reprezentare se obţin prin preluare de pe plan sau prin prelucrarea datelor de pe teren.

Deseori profilul transversal conţine numai profilul transversal propriu-zis, reprezentarea secţiunii transversale a lucrării.

Uneori sub profil, se înscriu într-un indicator şi datele pe baza cărora s-a obţinut profilul. De regulă rubricile conţin următoarele date : distanţa dintre puncte, distanţe cumulate şi cotele punctelor.

Spre deosebire de profilul longitudinal la întocmirea profilului transversal se folosesc aceleaşi scări, atît pentru lungimi, cît şi pentru înălţimi, astfel încît, în cazul unei lucrări realizate sau proiectate, profilul transversal redă forma lucrării în punctul respectiv, cu toate elementele de construcţie.

23.8. NIVELMENTUL APELOR

Studiul bazinelor hidrografice cuprinde ridicări topografice şi este necesar pentru cunoaşterea debitelor minime şi maxime ale cursurilor de apă în vederea regularizării lor, pentru lucrări de regularizare sau de eva-

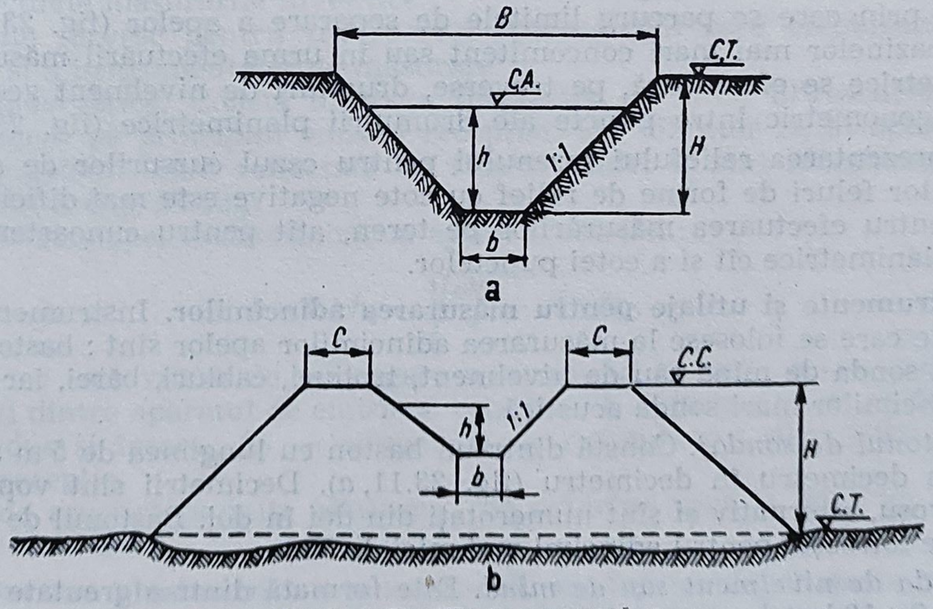


Fig. 23.9. Profile transversale :
a — canal în debleu ; *b* — canal în rambleu.

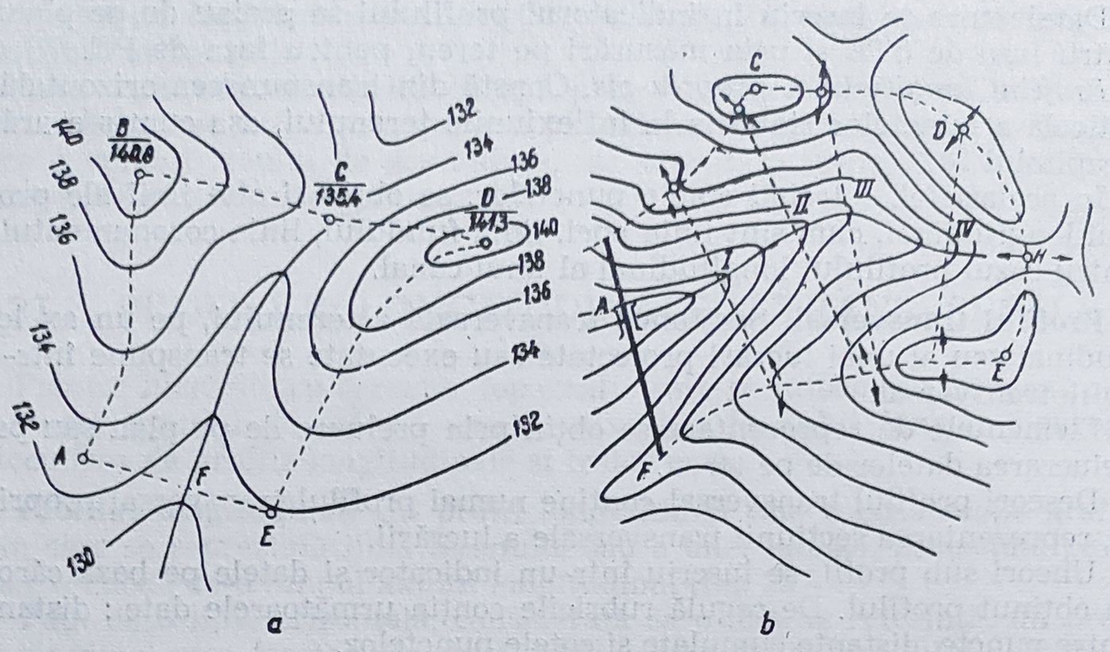


Fig. 23.10. Ridicarea bazinelor hidrografice :
a — schema cu limitele bazinului determinate prin drumuire tahimetrică de ocolire ; *b* — determinarea combinată cu profile transversale.

cuare a apelor stagnante, ca și pentru lucrări de corectare în cazul cursurilor de ape cu caracter torențial.

Pentru aceste studii sînt necesare măsurări topografice planimetrice și nivelitice.

Ridicările planimetrice se efectuează cu ajutorul metodelor și aparatelor cunoscute din topografia generală, folosind puncte de sprijin determinate în acest scop.

Pentru bazinele hidrografice mici se folosesc drumuirile tahimetrice de ocolire prin care se parcurg limitele de separare a apelor (fig. 23.10). În cazul bazinelor mai mari concomitent sau în urma efectuării măsurărilor planimetrice se efectuează, pe traverse, drumuiri de nivelment geometric sau trigonometric între puncte ale drumuirii planimetrice (fig. 23.10, *b*).

Reprezentarea reliefului terenului pentru cazul cursurilor de apă, ca și al altor feluri de forme de relief cu cote negative este mai dificilă, mai ales pentru efectuarea măsurărilor pe teren, atît pentru cunoașterea poziției planimetrice cît și a cotei punctelor.

Instrumente și utilaje pentru măsurarea adîncimilor. Instrumentele și utilajele care se folosesc la măsurarea adîncimilor apelor sînt : bastonul de sondaj, sonda de mînă sau de nivelment, troliuri, cabluri, bărci, iar în cazul adîncimilor mari sonda acustică.

Bastonul de sondaj. Constă dintr-un baston cu lungimea de 5 m și gradat din decimetru în decimetru (fig. 23.11, *a*). Decimetrii sînt vopsiți în alb și roșu, alternativ și sînt numerotați din doi în doi. Bastonul de nivelment se folosește pentru adîncimi mai mici de 5 m.

Sonda de nivelment sau de mînă. Este formată dintr-o greutate metalică de 5—10 kg, de care se leagă un cablu de oțel, gradat în metri și decimetri, cu o lungime de 5—40 m. Ca și în cazul bastonului de sondaj, sonda

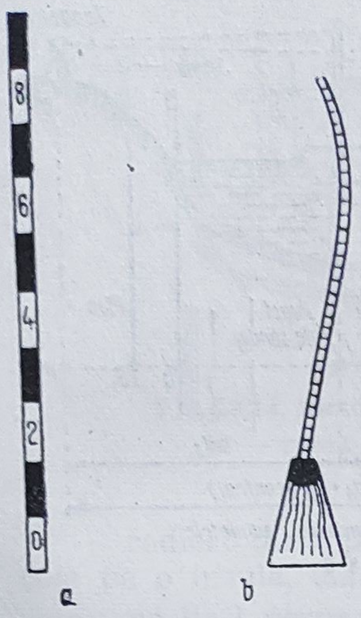


Fig. 23.11. Instrumente pentru nivelmentul apelor :

a — bastonul de sondaj ;
b — sonda de mînă.

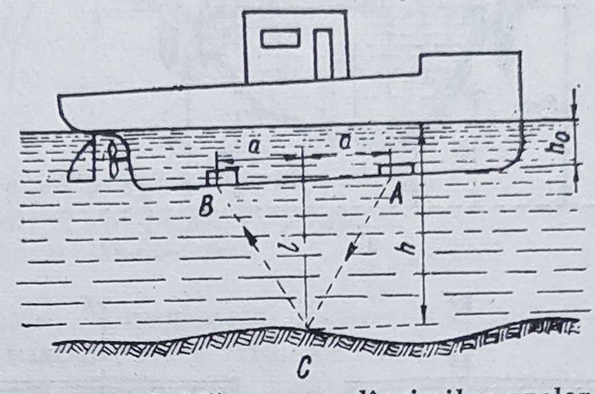


Fig. 23.12. Măsurarea adîncimilor apelor cu sonda acustică.

se aruncă împotriva curentului apei pentru a ajunge în poziție verticală în momentul citirii adîncimii apei (fig. 23.11, *b*).

Troliurile, cablurile și bărcile. Constituie dispozitve pentru măsurarea adîncimilor.

Troliul este un utilaj special pentru întinderea cablurilor pe profilul transversal al apei.

Cablurile servesc pentru măsurarea lățimii apei, pentru ghidarea bărcii pe direcția de măsurat, iar uneori au marcaje la distanțele la care trebuie efectuate măsurările nivelitice.

Bărcile servesc pentru transportul operatorului care efectuează măsurările și a instrumentelor de măsurare.

Sonda acustică. Constă dintr-un dispozitiv de unde ultrascurte care funcționează pe principiul emisiei recepției. Un vibrator *A*, al aparatului emite impulsuri, care reflectate de fundul albiei *C* sînt recepționate de receptorul *B* (fig. 23.12.).

Adîncimea apei se determină cu ajutorul relației :

$$h = l + h_0 = \sqrt{\frac{v^2 t^2}{4} - a^2} + h_0 ,$$

în care : v este viteza de propagare a sunetului în apă ; a — jumătatea distanței dintre aparatul de emisie și recepție ; t — timpul parcurs de unda sonoră dus și întors ; h_0 — adîncimea de cufundare a dispozitivului de emisie-recepție.

Sonda acustică permite măsurarea de adîncimi pînă la 60 m cu o precizie de ±10 cm.

Măsurarea planimetrică a punctelor de sondaj. Sondajul apelor se face în puncte a căror poziție planimetrică se determină fie anterior, mai adesea concomitent cu măsurarea adîncimilor.

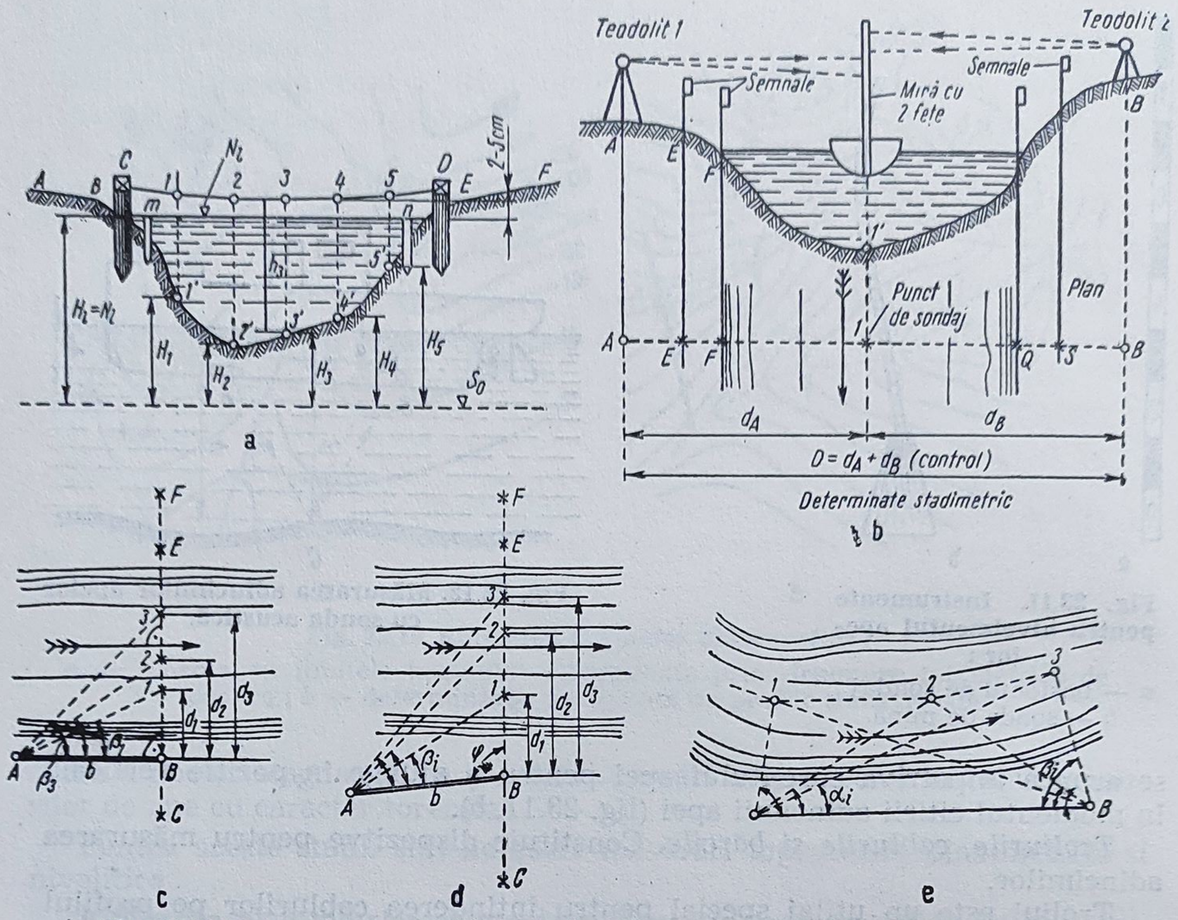


Fig. 23.13. Determinarea poziției planimetrice a punctelor de sondaj pe rîuri :
a — cu cablu divizat ; *b* — prin tahimetrie stadimetrică cu două teodolite ;
c, *d*, *e* — prin intersecție cu teodolitul.

Metodele de obținere a poziției planimetrice a punctelor sînt diferite în raport cu lățimea și adîncimea apelor.

În cazul rîurilor și al altor cursuri de apă. Poziția planimetrică a punctelor se determină prin intermediul următoarelor procedee :

— cu cablul divizat la distanțe egale, care se întinde cu ajutorul troliului transversal față de cursul de apă, între două puncte determinate anterior, atît planimetric, cît și nivelitic (fig. 23.13, *a*) ;

— prin tahimetrie cu două aparate instalate pe cele două maluri, în puncte, determinate în prealabil, planimetric (fig. 23.13, *b*). Vizarea se face la o mină instalată într-o barcă, care traversează cursul apei și care se oprește printr-un sistem de cabluri la distanțe dinainte stabilite ;

— prin intersecții de vize, la puncte situate pe traverse perpendiculare pe cursul apei și semnalizate cu balize flotoare (fig. 23.13, *c*, *d*) sau din două puncte cunoscute la puncte situate pe cursul apei, și semnalizate de asemenea cu balize flotoare, fixate cu ancore (fig. 23.13, *e*).

În cazul lacurilor (ca și în zona litoralului maritim). Se pot utiliza procedeele :

— rețea de pătrate, ale căror colțuri sînt semnalizate cu balize și geamanduri, iar vizarea se face din două puncte determinate din punct de vedere planimetric (fig. 23.14, *a*) ;

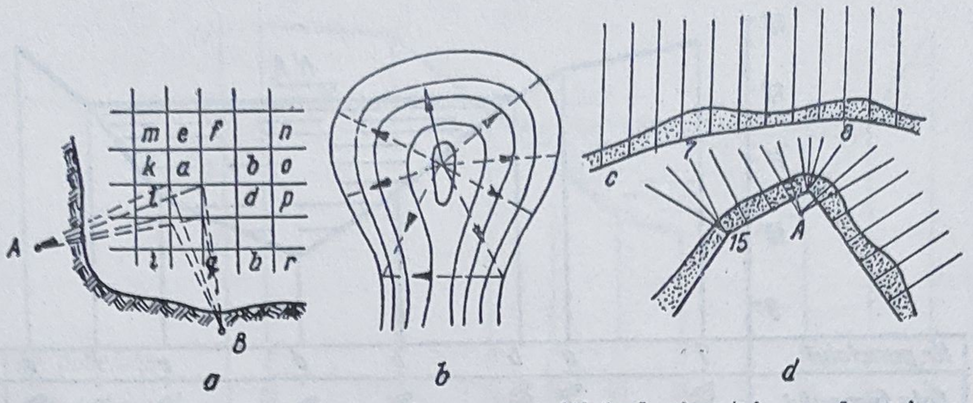


Fig. 23.14. Metode de determinare a poziției planimetrice pe lacuri :
a — rețea de pătrate; *b* — radieri; *c* — profiluri paralele;
d — profiluri perpendiculare pe mal.

— radieri duse pe linii transversale, semnalizate, dintr-un punct situat pe o insulă, cînd o asemenea situație există (fig. 23.14, *b*) ;

— pe linii perpendiculare, la puncte stabilite pe cabluri întinse între maluri, la distanțe stabilite față de o latură de drumuire (fig. 23.14, *c*) ;

— prin profiluri perpendiculare (fig. 23.14, *d*), în aceleași condiții ca și în situația precedentă.

Măsurarea adîncimii apelor. Obținerea profilului transversal al apelor se face în mod diferit, în raport cu lățimea acestora.

Profilul transversal al unei ape mici. Se poate obține prin nivelment geometric, cu ajutorul punctelor determinate planimetric, dar mai ales nivelitic pe unul din maluri (fig. 23.15).

În acest scop aparatul de nivelment se așază într-unul din punctele de pe axa de bază de pe unul din maluri, iar mira se așază, tot într-un punct de pe axa de bază, sau din afara ei, a cărui cotă este cunoscută.

După citirea pe miră se vizează pe axa a cărui profil transversal se caută. În cazul cînd nivelul este prevăzut cu cerc orizontal, axul transversal se stabilește la 100^g față de linia de bază cu ajutorul aparatului. În caz contrar se măsoară cu ajutorul teodolitului.

În continuare se vizează la o miră pe care un muncitor o fixează la nivelul apei, pe ambele maluri, precum și la un număr suficient de puncte, pe fundul albiei pentru a obține cît mai fidel secțiunea cursului de apă.

În fiecare punct operatorul citește atît la firul nivelor, cît și la firele stadimetrice pentru control, iar purtătorul mirei citește la nivelul apei, valoarea care o comunică operatorului și care se notează în carnetul de teren.

Cu ajutorul datelor de pe teren se întocmește profilul transversal al cursului de apă (fig. 23.16) așa cum s-a arătat.

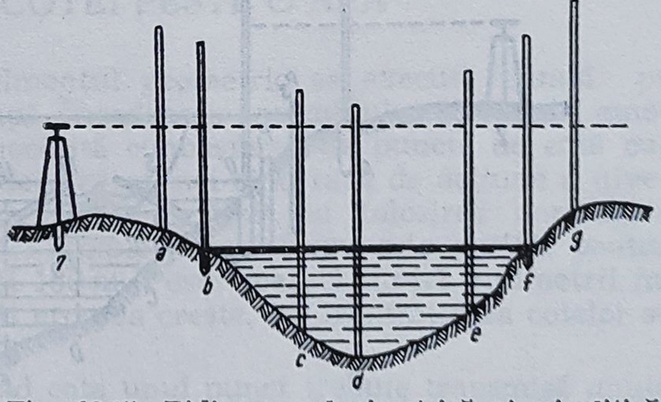


Fig. 23.15. Ridicarea planimetrică și nivelitică a profilului transversal al unei ape mici.

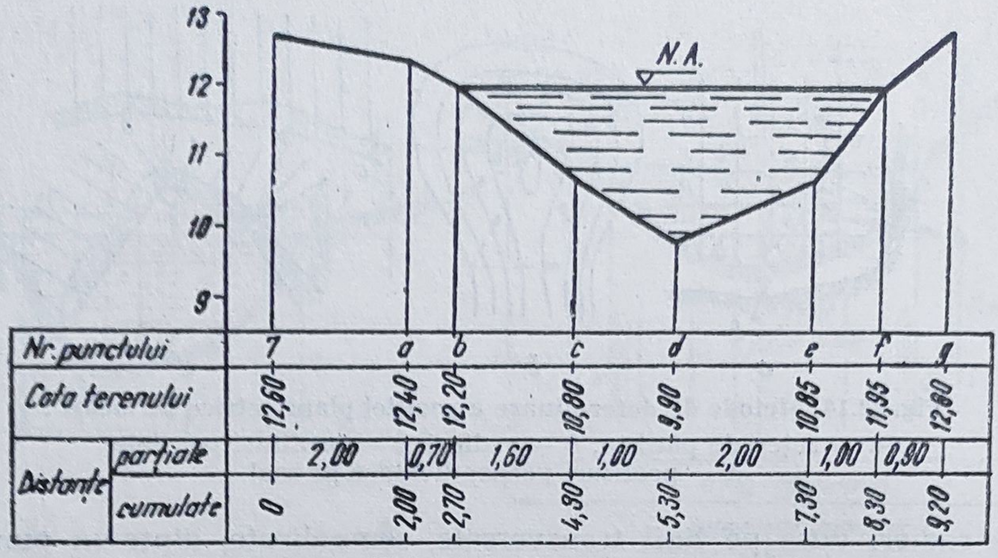


Fig. 23.16. Profilul transversal al unei ape mici.

Profilul transversal al unei ape mari. Se obține prin tehnici și instrumente diferite, în raport cu lățimea rîului.

La rîurile mari sau la fluvii, pe fiecare mal se trasează cîte o axă de bază, determinată prin punctele caracteristice ale ei planimetric și nivelitic și care se pichetează la fiecare 50 m. Asemenea puncte se mai marchează la schimbările de direcție ale cursului de apă. Schimbarea direcțiilor se măsoară cu ajutorul teodolitului.

Ridicarea nivelitică a punctelor de pe axele de bază se execută prin drumuiri de nivelment geometric, combinate cu radieri ,sprijinind drumuirile pe repere cu cote cunoscute.

Direcția fiecărui profil transversal se măsoară cu ajutorul teodolitului sau cu nivelul cînd aceasta este prevăzută cu cerc orizontal. Pentru aceasta se recomandă ca direcțiile traverselor să fie perpendiculare pe axele de bază, iar în caz contrar să fie notat unghiul stabilit pentru fiecare traversă.

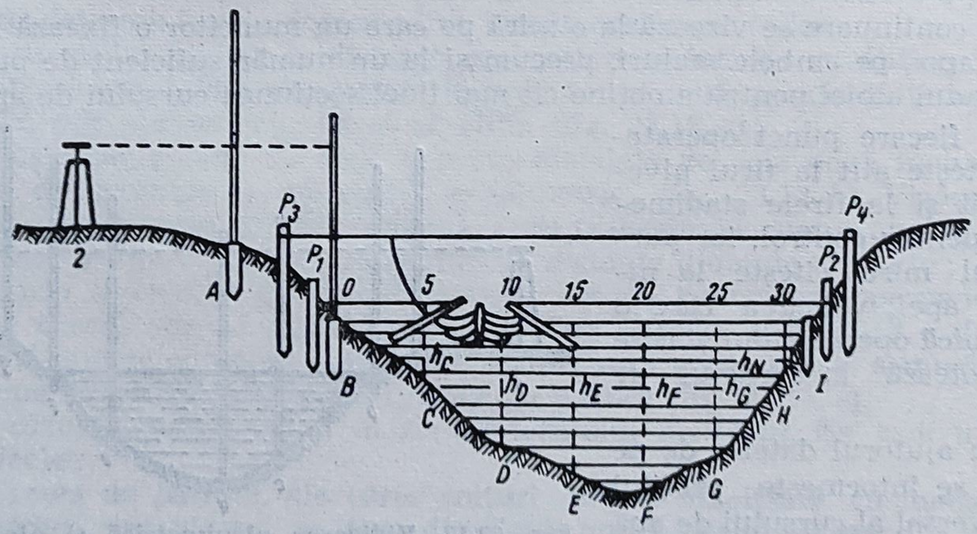


Fig. 23.17. Determinarea profilului transversal al unei ape mari.

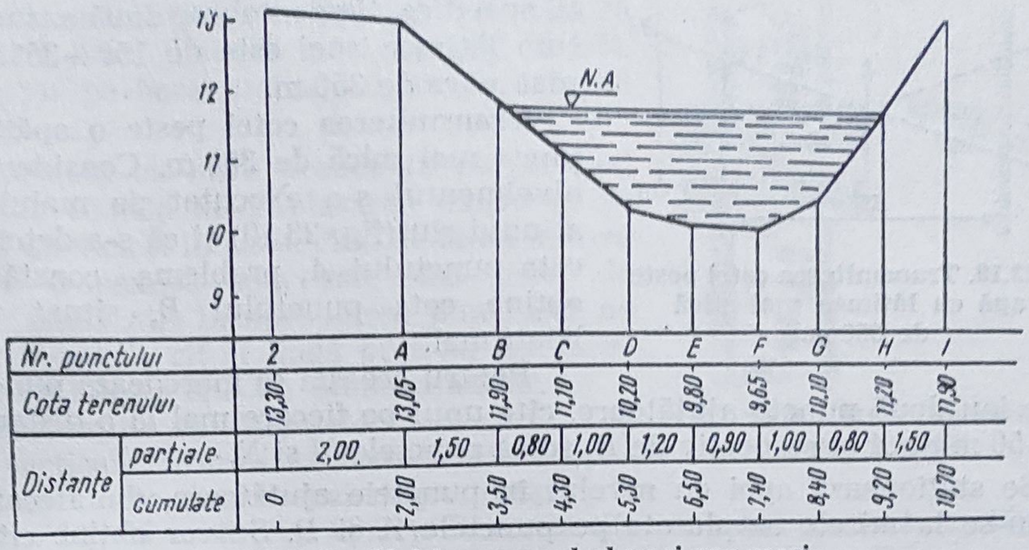


Fig. 23.18. Profilul transversal al unei ape mari.

Se marchează apoi nivelul apei, pe traversă, atît pe un mal, cît și pe celălalt. Lîngă fiecare din cei doi țăruși, se mai bate cîte un martor pentru a fi găsiți mai ușor (fig. 23.17).

Se staționează apoi cu nivelul în punctul de început al traversei și se vizează atît pe țărușii *A* și *B*, cît și pe martorii respectivi.

În continuare se trece la măsurarea adîncimilor folosind sonda de nivelment. În acest scop între cele două maluri se întinde un cablu marcat din 5 în 5 m și un al doilea cablu în amonte de primul, pentru ghidarea bărcii cu ajutorul căreia se fac observațiile.

Acestea se înregistrează în carnetul de teren, după care se calculează cotele punctelor de pe fundul albiei, pornind de la cota punctului *B*, stabilit la nivelul apei pe unul din maluri. Din cota apei se scade adîncimea măsurată în dreptul fiecărui punct de pe profilul transversal, obținîndu-se cotele corespunzătoare de pe fundul albiei.

Cu ajutorul elementelor măsurate pe teren, distanțe și cote se întocmește profilul transversal al cursului de apă în momentul efectuării măsurărilor (fig. 23.18).

23.9. TRANSMITEREA COTEI PESTE O APĂ

În numeroase situații nivelmentul geometric se execută numai pe unul din malurile cursului de apă. Încadrarea ansamblului de lucrări ameliorative într-un sistem unic necesită cunoașterea de puncte de cotă cunoscută pe ambele maluri. Evident că atunci cînd raza de acțiune a nivelului, permite vizarea de pe un mal pe celălalt, cu folosirea normală a mirei, acesta se face prin vizări simple. Acest lucru este posibil pentru distanțe cuprinse între 100 m și 150 m. Peste această limită milimetrii nu se mai pot aproxima astfel încît eroarea crește, iar transmiterea cotelor se face în mod eronat.

Pentru astfel de situații, cînd cota unui punct trebuie transmisă unuia sau mai multor puncte aflate la mai mult de 150 m au fost concepute solu-

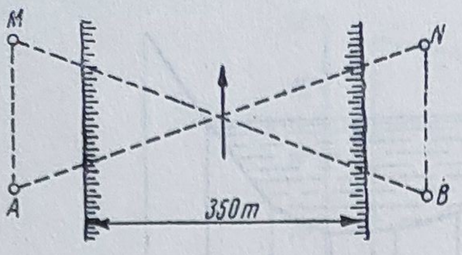


Fig. 23.19. Transmiterea cotei peste o apă cu lățimea mai mică de 350 m.

ții specifice. Se deosebesc două cazuri după cum lățimea apei este de 150—350 m sau mai mare de 350 m.

Transmiterea cotei peste o apă cu lățimea mai mică de 350 m. Considerînd că nivelmentul s-a executat pe malul stîng al unui rîu (fig. 23.19) și că s-a determinat cota punctului A, problema constă în a obține cota punctului B, situat pe celălalt mal.

Pentru aceasta se marchează punctul B și se iau două puncte ajutătoare, cîte unul pe fiecare mal la o distanță de 20—50 m de A și respectiv de B, adică punctele M și N.

Se staționează apoi cu nivelul în punctele ajutătoare, din fiecare vizîndu-se la mirele amplasate pe punctele A și B. Se vor obține citirile :

— C_A și C_B din stația M ;

— C'_A și C'_B din stația N ;

Din citirile efectuate se calculează diferențele de nivel dintre A și B, adică :

$$H_{AB\,(M)} = C_A - C_B$$

$$H_{AB\,(N)} = C'_A - C'_B$$

Din fiecare punct de stație se poate considera că viza scurtă conduce la o citire exactă, în timp ce viza lungă este afectată de o eroare sistematică e, astfel încît, în această ipoteză diferențele de nivel vor fi :

$$H_{AB\,(M)} = C_A - (C_B + e)$$

$$H_{AB\,(N)} = (C'_A + e) - C'_B$$

Însumînd, vom obține :

$$2\,H_{AB} = H_{AB(M)} + H_{AB(N)} = C_A - C_B - e + C'_A + e - C'_B$$

$$2\,H_{AB} = (C_A - C_B) + (C'_A - C'_B)\,,$$

de unde :

$$H_{AB} = \frac{(C_A - C_B) + (C'_A - C'_B)}{2} = \frac{H_{AB(M)} + H_{AB(N)}}{2}$$

Media se efectuează în cazul cînd ecartul celor două diferențe de nivel este mai mic de ± 10 mm/100 m. În caz contrar observațiile de teren se refac.

Transmiterea cotei peste o apă cu lățimea mai mare de 350 m. În cazul cînd distanța la care trebuie transmisă cota este mai mare de 350 m se pot utiliza mai multe procedee, printre care : cu adaptarea la mire a unor panouri mobile, prin folosirea mirelor cu benzi și cu ajutorul apei.

Procedeul cu panou mobil. Folosește sistemul de observare prezentat în cazul distanțelor mai mici de 350 m, cu adăugarea la mirele verticale a unor panouri mobile pentru a înlesni citirea gradațiilor la distanțe mari (fig. 23.20). Observatorul vizează pe banda albă a panoului, iar citirea pe

miră o face un ajutor care însoțește mira la distanțele mari. Panoul este deplasat în sus, sau în jos pe baza indicațiilor pe care le dă operatorul.

Procedeul cu mire prevăzute cu panouri cu benzi. Constă în amplasarea punctelor în același mod ca și în cazul cînd distanța la care trebuie transmisă cota este mai mică de 350 m, adică atît în apropierea punctului de cotă cunoscută, cît și lîngă punctul necunoscut se stabilește cîte un punct ajutător.

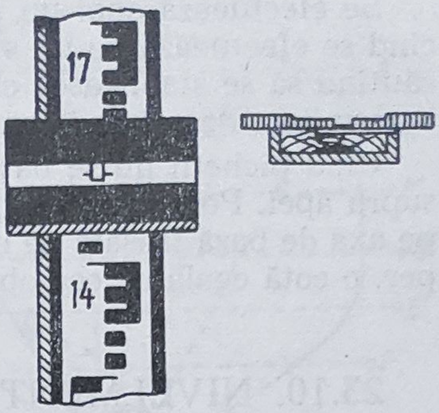


Fig. 23.20. Mira specială cu panou mobil.

Observațiile la distanțele mari se fac pe mire verticale cărora li se fixează cîte un panou format din două benzi negre, despărțite printr-o bandă albă (fig. 23.21). Distanța dintre benzi variază cu lățimea apei, la o lățime de 600 m fiind de 2—5 cm.

Vizarea la punctele îndepărtate se face în felul următor :

— se îndreaptă luneta, cu nivela calată, către punctul îndepărtat, semnalizînd purtătorului de mină să deplaseze panoul cu benzi pînă cînd firul nivelor se proiectează pe banda albă ;

— se manevrează șurubul de fină calare a nivelei lunetei, deplasîndu-se firul nivelor la mijlocul benzii de sus, și la mijlocul benzii de jos, notîndu-se în carnetul de teren numărul diviziunilor cu care s-a deplasat bula de aer. Se obțin valorile n și m.

Valoarea exactă a citirii va fi :

$$M = b + K$$

Segmentul K se obține din raportul :

$$\frac{K}{l-K} = \frac{M}{n}, \text{ de unde } K = l\,\frac{m}{m+n},$$

în care :

l este distanța dintre axele benzilor negre care se determină prin măsurare pe panou.

Procedeul cu ajutorul apei. În cazul lacurilor cu valuri sau a cursurilor repezi de apă, nivelul apei se determină cu ajutorul cîte unei gropi săpate pe fiecare mal.

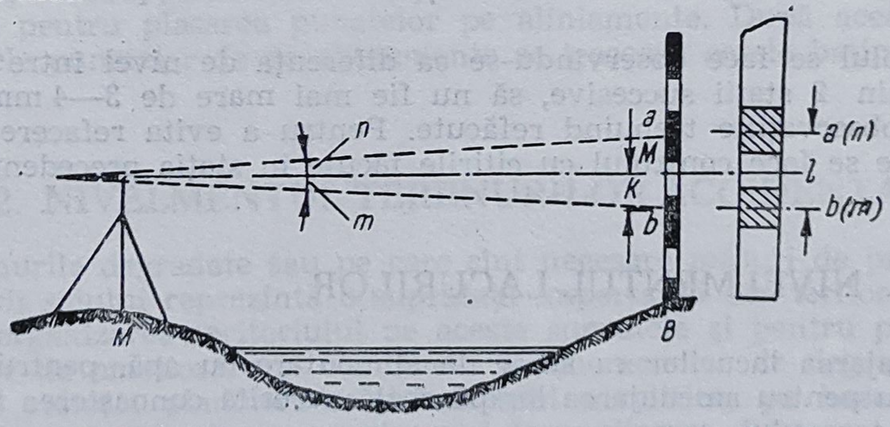


Fig. 23.21. Transmiterea cotei cu mire cu panou cu benzi.

Se efectuează apoi un nivelment geometric pe ambele maluri (în cazul cînd se efectuează pe un singur mal se transmite de pe un mal pe celălalt) căutînd să se stabilească cîte un punct al axei în apropierea gropii pentru transmiterea cotei de la ax la țărușul din groapă.

Cînd picheții nu se bat la nivelul apei se măsoară și înălțimea lor deasupra apei. Pentru control, se transmite cota acestui pichet la un reper de pe axa de bază trasată pe malul respectiv și trebuie să se obțină pentru reper, o cotă egală cu cea obținută prin drumuirea de nivelment.

23.10. NIVELMENTUL TERENURILOR MLĂȘTINOASE

Întocmirea documentației topografice pentru lucrările necesare în zonele inundabile comportă dificultăți deosebite datorită faptului că traseele pe care urmează a se proiecta lucrări de îmbunătățiri funciare (diguri, lucrări de desecare etc.) sînt acoperite de ape care împiedică atît staționarea cu nivelul, cît și marcarea punctelor.

În asemenea situații dificultatea constă mai ales în calarea aparatului care se dereglează atunci cînd operatorul se deplasează pentru vizarea la punctul înainte. Pentru aceasta se recomandă să se utilizeze niveluri cu orizontalizare automată. În lipsa acestora se recomandă să se lucreze cu 2 niveluri, astfel încît un operator să vizeze înapoi, iar al doilea înainte la o miră gradată pe ambele fețe.

Marcarea punctelor se face prin picheți dubli : unul bătut la nivelul apei, iar al doilea deasupra nivelului apei (fig. 23.22).

Din fiecare stație se vizează pe mira ținută atît pe punct cît și pe martor.

Pentru măsurarea adîncimii apei talpa mirei se așază pe o bucată de tablă sau de lemn pentru a împiedica scufundarea ei în nămol.

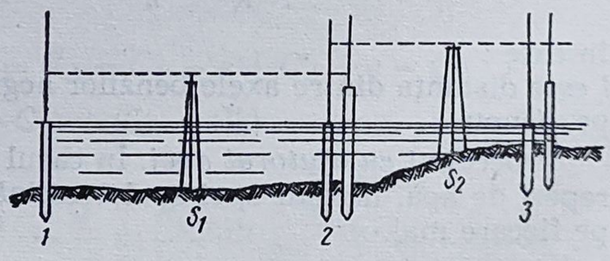


Fig. 23.22. Nivelmentul terenurilor mlăștinoase.

Controlul se face observîndu-se ca diferența de nivel între punct și martor, din 2 stații succesive, să nu fie mai mare de 3—4 mm, în caz contrar, observațiile trebuind refăcute. Pentru a evita refacerea în fiecare stație se face controlul cu citirile făcute în stația precedentă.

23.11. NIVELMENTUL LACURILOR

Amenajarea lacurilor ca surse de alimentare cu apă, pentru regularizare, sau pentru amenajarea lor piscicolă necesită cunoașterea formei și reliefului terenului.

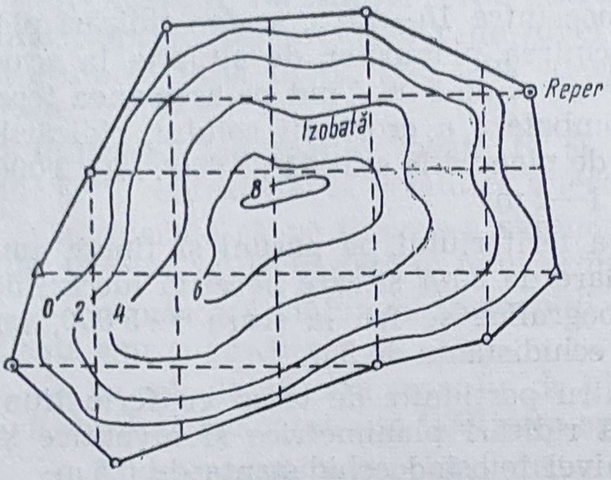


Fig. 23.23. Nivelmentul unui lac prin metoda caroiajului.

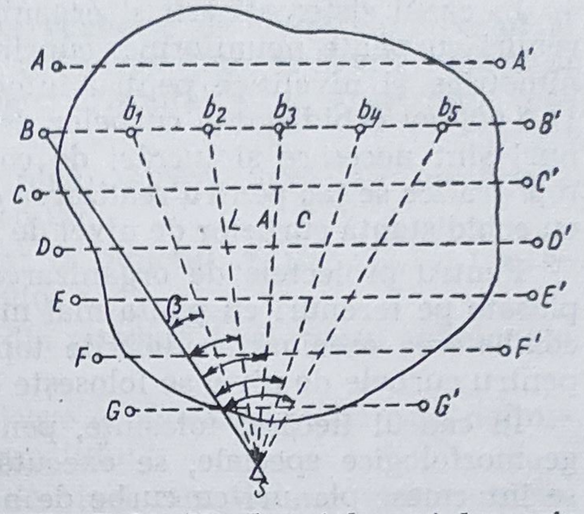


Fig. 23.24. Nivelmentul unui lac prin metoda cu teodolitul.

Metoda caroiajului. Metoda constă în realizarea unui caroiaj cu latura de 50—200 m, în raport cu precizia cerută pentru reprezentarea reliefului fundului, colţurile pătratelor marcîndu-se cu balize sau geamanduri.

Adîncimile în punctele caracteristice ale caroiajului se măsoară cu sonda de nivelment sau cu sonda acustică (fig. 23.23). Poziţia punctelor în care se face sondajul lacului este stabilită de doi operatori care aliniază sonda la intersecţia celor două aliniamente.

Pentru extremităţile aliniamentelor de pe malul lacului cotele se determină prin drumuiri de nivelment geometric.

Curbele batimetrice se trasează în acelaşi mod ca şi curbele de nivel, aritmetic sau cu ajutorul izografului.

Metoda cu teodolitul. La aplicarea acestei metode se efectuează o drumuire planimetrică şi nivelitică pe perimetrul lacului, după care se fixează, pe laturile drumuirii extremităţilor unor aliniamente paralele echidistante.

Dintr-un punct de staţie, a cărui poziţie se determină de asemenea planimetric, se fac vize pe aliniamentele marcate, măsurîndu-se unghiul format de direcţia punctului în care se face sondajul cu extremitatea aliniamentului, care se consideră ca direcţie de referinţă (fig. 23.24).

La raportarea planimetrică a punctelor de sondaj se folosesc aceste unghiuri pentru plasarea punctelor pe aliniamente. După aceasta, folosind cotele punctelor de pe aliniamente se trasează cotele batimetrice ale lacului.

23.12. NIVELMENTUL TERENURILOR ACCIDENTATE

Terenurile degradate sau pe care sînt necesare măsuri de prevenire a degradării solului reprezintă o suprafaţă importantă din teritoriul arabil. Pentru organizarea teritoriului pe aceste suprafeţe şi pentru proiectarea lucrărilor de ameliorare şi combatere a fenomenelor de degradare sînt necesare ridicări planimetrice şi îndeosebi nivelitice, pe baza cărora să se întocmească proiecte de organizare şi de ameliorare.

În cazul sistematizării și organizării terenurilor arabile situate pe terenuri cu pante neuniforme, cuprinse între 15—35%, se fac ridicări planimetrice și nivelitice pentru întocmirea planurilor de situație la scara 1 : 5 000 cu echidistanța curbelor de nivel de 5 m. Cînd pe asemenea terenuri sînt necesare și lucrări de combatere a eroziunii solului, ridicările topografice se fac pentru realizarea de planuri la scara 1 : 1 000 . . .1 : 2 000, cu echidistanța curbelor de nivel de 1—2 m.

Pentru proiectele de organizarea teritoriului pe pășuni și fînețe amplasate pe terenuri cu panta mai mare de 20% și care necesită lucrări de combaterea eroziunii, ridicările topografice se fac la scara 1 : 5 000, iar pentru curbele de nivel se folosește echidistanța de 5 m.

În cadrul fiecărei folosințe, pentru porțiunile de teren cu formațiuni geomorfologice speciale, se execută ridicări planimetrice și nivelitice și se întocmesc planuri cu curbe de nivel folosind echidistanța de 0,5 m.

Pentru ogașe cu adîncimi mai mari de 2 m, precum și pentru ravene și torenți, care reclamă lucrări de consolidare și corectare, se execută ridicări planimetrice și nivelitice pentru întocmirea profilurilor longitudinale și transversale la fiecare formație a rețelei de scurgere.

În cazul proiectelor pentru construirea barajelor de pămînt pentru formarea lacurilor de acumulare sau a unor baraje mici de beton pentru realizarea unor pante corespunzătoare de curgere, se determină planimetric și nivelitic, așa cum se va prezenta ulterior, suprafața bazinelor hidrografice, la scara 1 : 5 000 sau 1 : 2 000 cu echidistanța curbelor de nivel de 1 m.

Nivelmentul versanților se realizează prin ridicări tahimetrice și prin filarea curbelor de nivel cu nivelul și mira.

Nivelmentul versanților prin ridicări tahimetrice. Nivelmentul versanților se poate efectua concomitent cu ridicarea planimetrică prin măsurări tahimetrice. Ridicările tahimetrice se execută prin drumuiri combinate cu radieri, în circuit închis. În cazul cînd drumuirile sînt sprijinite, ele se execută de-a lungul versanților pornindu-se de la puncte de coordonate și cote cunoscute și închizîndu-se pe puncte, de asemenea cunoscute. Drumuirile principale se desfășoară în partea de jos și în partea de sus a bazinului hidrografic. Între punctele superioare și cele inferioare ale bazinului hidrografic se desfășoară drumuirile secundare. Acolo unde este cazul, se pot aplica și drumuiri tahimetrice terțiare, combinate cu radieri.

Dacă se aplică drumuiri în circuit închis, combinate cu radieri, se pot efectua una sau mai multe drumuiri, în raport cu lungimea și lățimea versantului. În acest caz, drumuirea urmează un traseu pe partea de sus, coboară și apoi, se continuă pe partea de jos a versantului, după care se urcă pînă la punctul de închidere. Se menționează că punctele de radiere se aleg astfel ca să determine cît mai fidel relieful terenului.

Planimetric, punctele se determină prin elementele măsurate pe teren, distanțe și orientări. Pentru determinarea nivelitică se aplică relațiile cunoscute de la nivelmentul trigonometric. Cotele obținute se notează lîngă punctele respective, raportate pe plan. Pe planul cotat se trasează și se interpolează curbele de nivel cu echidistanța stabilită după scopul pentru care se întocmește planul.

Nivelmentul versanților prin filarea curbelor de nivel cu nivelul și mira. Reprezentarea curbelor de nivel ale versanților se poate realiza și cu ajutorul unui nivel, prevăzut cu cerc orizontal și al unei mire verticale.

Ridicarea topografică, poate fi și planimetrică, însă ea urmărește îndeosebi reprezentarea nivelitică a terenului.

Considerînd că pe teren s-a staționat în punctul A, (fig. 23.25) operațiile de teren se desfășoară în felul următor :

— se măsoară înălțimea aparatului din punctul A, ale cărui coordonate și cotă sînt cunoscute ;

— se calculează cota planului de vizare a punctului A, la cota definitivă absolută adăugîndu-se înălțimea aparatului ;

— se determină cota primei curbe de nivel care trebuie vizată, calculîndu-se înălțimea la care trebuie să fie plasat firul nivelor, cu ajutorul relației :

$$h = i - H_{AC_1},$$

în care : i reprezintă înățimea aparatului ; H_{AC_1} — diferența de nivel care trebuie trasată.

— se deplasează mira pînă cînd pe ea se citește înălțimea calculată h ;

— în continuare se deplasează mira, pe aceeași curbă de nivel, măsurînd unghiul orizontal față de o direcție de referință și distanța pînă la punctul următor, situat pe aceeași curbă de nivel ;

— în continuare, ajutorul operatorului, se deplasează cu mira, în mod succesiv, după semnele operatorului, în alte puncte în care efectuează aceeași citire.

În acest fel se determină o serie de puncte de aceeași înălțime pentru care s-a măsurat orientarea relativă, față de o direcție de referință și distanța pînă la fiecare punct în parte.

În mod asemănător se procedează pentru curba de nivel următoare.

Numărul curbelor de nivel ce se pot determina din aceeași stație depinde de mărimea echidistanței, de lungimea mirei și de relieful terenului. În acest fel, în fiecare stație de drumuire, se determină prin metoda drumuirii, o serie de puncte pentru una sau mai multe curbe de nivel.

Cotele punctelor se calculează prin nivelment geometric înainte.

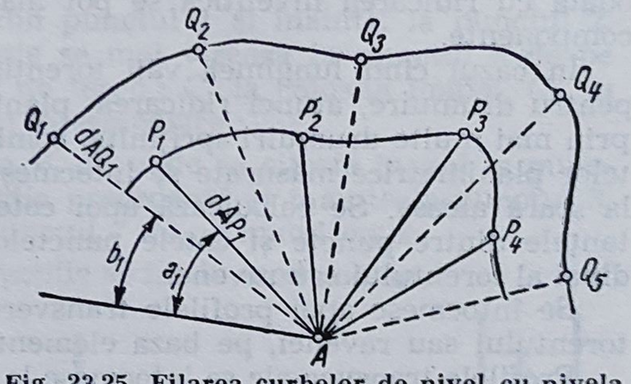


Fig. 23.25. Filarea curbelor de nivel cu nivela și mira.

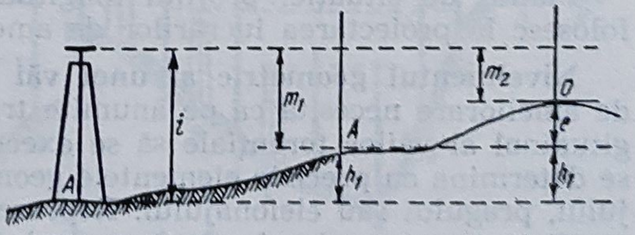


Fig. 23.26. Trasarea curbelor de nivel pe planul de situație.

Punctele curbelor de nivel, determinate prin unghi şi distanţă, se raportează cu coordonatograful polar şi rigla, iar lîngă fiecare punct se înscrie cota respectivă. Apoi, din fiecare punct de drumuire sau de staţie, se raportează, pe plan, cu ajutorul riglei şi a raportorului sau cu al coordonatografului polar, punctele de radiere, obţinînd planul de situaţie al terenului (fig. 23.26).

23.13. NIVELMENTUL CĂILOR TORENŢIALE

Pentru proiectarea lucrărilor de ameliorare sînt necesare profiluri longitudinale şi transversale în zonele în care urmează a fi efectuate lucrările speciale de combaterea eroziunii de adîncime.

În vederea întocmirii profilului longitudinal şi a profilelor transversale ale văii torenţiale se execută un nivelment trigonometric, sub forma unei drumuiri sprijinite, pe axa longitudinală şi pe secţiunile transversale caracteristice ale torentului sau ravenei.

În acest scop, se aleg şi se pichetează punctele caracteristice de pe fundul văii, începînd de la baza parcelei şi pînă la originea torentului sau ravenei. În punctele caracteristice sau numai la o parte din ele (cele mai reprezentative), se ridică perpendiculare, de o parte şi alta, a axei şi, pe direcţiile obţinute, se marchează punctele care determină cel mai fidel profilele sau secţiunile transversale. Se aleg, apoi, pe axa văii sau pe unul din maluri, punctele de staţie. Se transmite cota de la un reper din apropiere la primul punct de staţie de pe axa văii sau de pe mal şi se execută un nivelment trigonometric pe axa văii şi pe secţiunile transversale printr-o drumuire combinată cu radieri. Se închide drumuirea pe un alt reper cu cotă cunoscută. Pentru reprezentarea văii în plan orizontal, odată cu ridicarea nivelitică se pot măsura şi orientările aliniamentelor componente.

În cazul cînd lungimea văii torenţiale depăşeşte lungimea stabilită pentru drumuire, atunci ridicarea planimetrică şi nivelitică se va face prin mai multe drumuiri sprijinite, combinate cu radieri. Pe baza elementelor planimetrice măsurate se întocmeşte planul de situaţie al torentului la scara aleasă. Se calculează apoi cotele punctelor ridicate. Avînd distanţele dintre puncte şi cotele punctelor se întocmeşte profilul longitudinal al torentului sau ravenei.

Se întocmesc apoi profilele transversale în punctele caracteristice ale torentului sau ravenei, pe baza elementelor măsurate pe teren.

Profilele transversale se întocmesc la aceeaşi scară, atît pentru lungimi, cît şi pentru înălţimi.

Planul de situaţie, profilul longitudinal şi profilele transversale se folosesc la proiectarea lucrărilor de amenajarea torenţilor sau ravenelor.

Nivelmentul geometric al unei văi torenţiale. Proiectarea lucrărilor de ameliorare necesită ca pe anumite trasee, perpendiculare pe axul longitudinal al văilor torenţiale să se execute profile transversale, pentru a se determina cu precizie elementele geometrice, în plan vertical, ale barajului, pragului sau cleionajului. Reprezentarea reliefului în asemenea situaţii se poate rezolva în două moduri, în raport cu lăţimea şi adîncimea văii.

Transmiterea cotei de pe un mal pe altul (fig. 23.27), cu determinarea cotelor profilelor transversale, se realizează efectuînd următoarele operaţii :

— se măsoară lăţimea *BC* a ravenei sau a văii torenţiale, prin mijloacele cunoscute din topografia generală ;

— se prelungeşte aliniamentul *BC*, începînd de la *B*, pe terenul sănătos, cu o distanţă *AB*, egală cu lăţimea *BC* a văii torenţiale ;

— se transmite de pe un aliniament de bază cota la punctul *A*, după care, aceasta se transmite printr-un nivelment geometric de mijloc punctului *B* ;

— se fixează apoi, un punct de staţie S_2, în afara traseului *A—B*, astfel încît distanţa AS_2 să fie egală cu distanţa S_2C ;

— din staţia S_2 se vizează, înapoi la mira aşezată în punctul *A* şi înainte la mira aşezată în punctul *C*, precum şi în punctele 1 şi 4, putîndu-se astfel deduce cotele acestor puncte ;

— în continuare se alege un punct de staţie S_3, astfel ca să se poată viza înapoi la punctul 1 şi înainte la punctele 2 şi 3 ;

— se calculează cotele punctelor *B*, *C*, 1 şi 4 faţă de *A* şi ale punctelor 2 şi 3 faţă de 1, obţinînd astfel cotele punctelor de pe traseul *BC*, profil transversal al văii torenţiale.

Cu aceste elemente se poate întocmi profilul transversal al văii, necesar în lucrarea de proiectare.

Nivelmentul geometric al unei văi torenţiale, fără transmiterea cotei. În cazul cînd se cere determinarea nivelitică numai a punctelor de pe cei doi versanţi şi de pe fundul ravenei sau văii torenţiale, fără transmiterea cotei, se procedează după cum urmează :

— se pichetează punctele caracteristice ale profilului (fig. 23.28) ;

— se staţionează cu nivela pe versantul cu panta mai mică, în punctul *A*, vizîndu-se înapoi, la mira din punctul 1 şi înainte, la punctul 2, pe acelaşi versant. Din aceeaşi staţie se mai vizează la punctul 8 de pe malul opus. Se notează în carnetul de teren : C_1 la coloana înapoi, C_2 la coloana înainte şi C_8 la coloana citiri intermediare ;

— se deplasează nivela în staţia *B*, de unde se citeşte înapoi la punctul 2, pentru a face legătura cu staţia precedentă şi înainte la punctul 3. Tot din staţia *B* se mai citeşte la punctul 7 de pe malul opus ;

— în punctul *C* de staţie obeservaţiile se fac în mod analog.

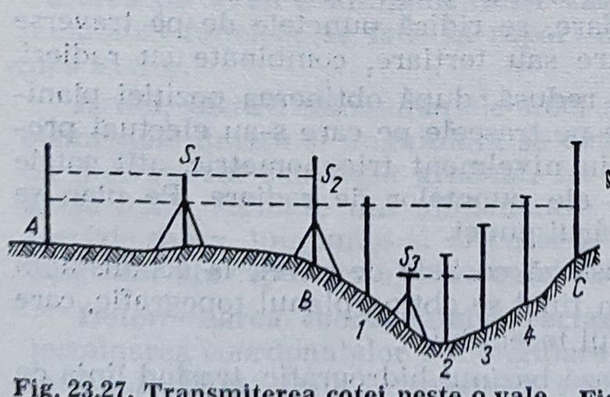


Fig. 23.27. Transmiterea cotei peste o vale torenţială.

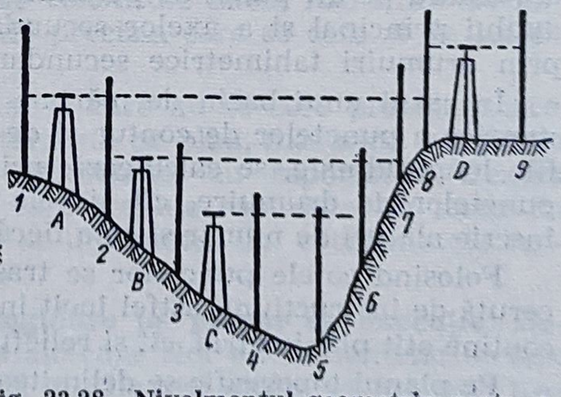


Fig. 23.28. Nivelmentul geometric peste o vale torenţială.

Prin aceste observaţii se pot determina, cu unele posibilităţi de control, cotele unor puncte de pe profilul transversal, fără ca punctul de pe malul opus să aibă cota transmisă în acest scop.

23.14. NIVELMENTUL UNUI BAZIN HIDROGRAFIC

Cunoaşterea formei şi reliefului terenului al unui bazin hidrografic de mărime mică sau mijlocie prezintă importanţă din următoarele puncte de vedere :

— formarea unui lac de acumulare pentru alimentarea cu apă de irigaţie sau pentru alte folosinţi ale unităţii agricole ;

— proiectarea unor lucrări de ameliorare a terenurilor degradate ;

— regularizarea debitului cursului de apă al cărui afluent este.

Pentru realizarea acestor obiective sînt necesare ridicări planimetrice şi nivelitice pentru reprezentarea bazinului hidrografic la scara 1 : 2 000 sau 1 : 5 000, în raport cu mărimea suprafeţelor şi multitudinea detaliilor.

Pentru proiectarea măsurărilor, bazinul se studiază pe un plan sau o hartă la scară mai mică (1 : 10 000 sau 1 : 25 000), pe care se trasează firul văii principale şi se delimitează bazinul prin linia de cumpănă a apelor. Proiectul măsurărilor se confruntă cu terenul, după care se stabileşte drumuirea de contur, axul principal al văii, axele longitudinale pentru cursurile secundare de apă, poziţia axelor transversale şi lungimea lor. Asemenea puncte se fixează pe axul principal din 50 m în 50 m, sau mai rar, după precizia cerută, începînd cu cel puţin 100 m, mai jos de punctul unde se proiectează ultima lucrare. În acelaşi mod se procedează şi pentru axele secundare.

Traversele se pichetează în punctele unde se schimbă panta, astfel ca să rezulte cît mai fidel relieful terenului.

Punctele pichetate pe axul principal se ridică prin drumuiri tahimetrice sprijinite, pe drumuirea de contur, combinate cu radieri. Pornind de la punctele de pe axul principal se execută, de asemenea, drumuiri tahimetrice secundare, combinate cu radieri, pe fiecare ax secundar, pînă la limita acestuia, şi apoi, pe axul secundar următor, închizînd drumuirea secundară pe alt punct de pe axul principal. După ridicarea tahimetrică a axului principal şi a axelor secundare, se ridică punctele de pe traverse prin drumuiri tahimetrice secundare sau terţiare, combinate cu radieri.

În cazul unui bazin de mărime redusă, după obţinerea poziţiei planimetrice a punctelor de contur şi de pe traseele pe care s-au efectuat profile longitudinale, se calculează, prin nivelment trigonometric, atît cotele punctelor de drumuire, cît şi cele ale punctelor de radiere. Pe plan se înscrie alături de număr şi cota fiecărui punct.

Folosind cotele punctelor se trasează curbele de nivel, la echidistanţa cerută de instrucţiuni, astfel încît în final se obţine planul topografic, care conţine atît planimetria, cît şi relieful terenului.

Pe planul topografic se delimitează bazinul hidrografic, trasînd linia de cumpănă a apelor.

Capitolul 24.

LUCRĂRI TOPOGRAFICE PENTRU TRASAREA LUCRĂRILOR DE ÎMBUNĂTĂȚIRI FUNCIARE

24.1. TRASAREA ALINIAMENTELOR ȘI UNGHIURILOR

Principii. Trasarea aliniamentelor și unghiurilor constituie prima fază în aplicarea pe teren a lucrărilor de îmbunătățiri funciare. Elementele de execuție, care definesc poziția planimetrică a lucrărilor de îmbunătățiri funciare, constau din trasee și amplasamente. Traseele și amplasamentele, din proiectul de execuție, se transpun pe teren prin metode planimetrice, care se bazează pe aliniamente și unghiuri. Trasarea aliniamentelor și unghiurilor se realizează pe baza planului de execuție și a pieselor desenate pentru lucrarea respectivă, folosindu-se aceeași bază topografică executată pentru ridicările topografice care au fost necesare la proiectare. În acest scop, se face recunoașterea terenului pe baza planului topografic din proiectul de execuție și se verifică toate punctele de reper, precum și traseele și amplasamentele lucrărilor proiectate. Se repară semnalele uzate, se înlocuiesc cele dispărute și se reconstituie reperele distruse sau mișcate de la locul lor, iar în cazul cînd se constată că baza topografică existentă este insuficientă, atunci se vor determina noi puncte de sprijin.

Pentru trasarea aliniamentelor și unghiurilor pe teren, este necesar să se determine, pe planul de execuție, lungimile aliniamentelor și orientările lor sau unghiurile dintre aliniamente.

24.1.1. DETERMINAREA LUNGIMILOR ȘI UNGHIURILOR PE PLANUL DE EXECUȚIE PENTRU TRASAREA ALINIAMENTELOR PE TEREN

Determinarea lungimilor și unghiurilor pe planul de execuție pentru trasarea pe teren a aliniamentelor care constituie axele lucrărilor de îmbunătățiri funciare se face în raport de precizia care se cere și de lungimea axelor.

Astfel, pentru aliniamentele mici și la care nu se cere precizie mare, elementele liniare și unghiulare se determină pe plan, măsurînd lungimile cu distanțierul sau rigla gradată, iar orientările, cu raportorul. Pentru axele mari, formate din aliniamente care trebuie raportate pe teren cu precizie mare, lungimile și orientările se determină din coordonatele rectangulare ale capetelor aliniamentelor.

Determinarea coordonatelor rectangulare pe planul de execuție. Determinarea coordonatelor rectangulare ale capetelor aliniamentelor se face în raport de caroiajul rectangular, care, în cele mai multe cazuri, este trasat pe planul de execuție al lucrării de îmbunătățiri funciare respective.

Planul are caroiaj rectangular. În cazul cînd caroiajul rectangular este trasat pe plan, coordonatele rectangulare ale unui punct A, care reprezintă capătul unui aliniament, se determină în felul următor (fig. 24.1). Se citesc pe plan coordonatele colțului C, din stînga jos, al caroului în care se află punctul A : $X_C = 8\,500{,}00$ și $Y_C = 3\,500{,}00$. De la C se măsoară, în sus, pe axa X-lor, distanța $Cx = 0{,}057$, iar la dreapta, pe axa Y-lor, distanța $Cy = 0{,}023$. Valorile obținute Cx și Cy se transformă la scara planului (1 : 5 000) și rezultă :

$$Cx = 0{,}057 \cdot 5\,000 = 285 \text{ m, iar } Cy = 0{,}023 \cdot 5\,000 = 115 \text{ m.}$$

În consecință, coordonatele rectangulare ale punctului A au valorile :

$$X_A = 8\,500 + 285 = 8\,785 \text{ m și } Y_A = 3\,500 + 115 = 3\,615 \text{ m.}$$

Planul nu are caroiaj rectangular. În cazul cînd pe planul de execuție al lucrării nu există caroiajul rectangular, acesta se poate trasa în raport de trei puncte cu coordonate cunoscute sau în raport de direcția nordului de pe plan.

Trasarea caroiajului rectangular în raport de trei puncte cunoscute pe planul de execuție. Se realizează după cum urmează : (fig. 24.2). Cunoscînd coordonatele rectangulare ale punctelor A, B și C, se calculează diferențele ΔX_{AB}, ΔY_{AB}, ΔX_{BC} și ΔY_{BC} și lungimile obținute se reduc la scara planului de execuție. Cu ajutorul acestor lungimi se determină două direcții perpendiculare ale caroiajului rectangular. În acest scop, din punctul A, cu raza ΔY_{AB}, se trasează un arc de cerc, apoi, din punctul B, se trasează un arc de cerc cu raza ΔX_{AB}. La intersecția celor două arce rezultă punctul D. Se unește D cu A și cu B și se obțin dreptele AD și BD, care sînt paralele, respectiv, cu axa OY și cu axa OX. Apoi, se trasează arcele de cerc cu centrele în B și C, avînd, respectiv razele ΔY_{BC} și ΔX_{BC} și se obține punctul E. Se unește

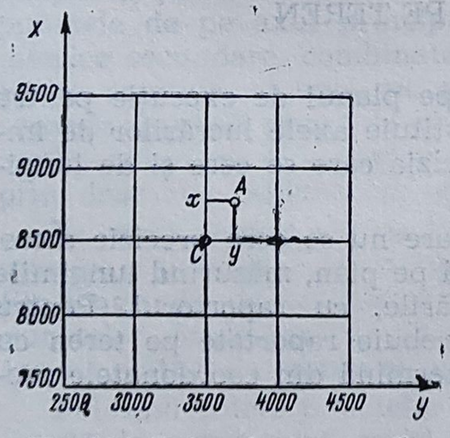


Fig. 24.1. Determinarea coordonatelor rectangulare pe plan.

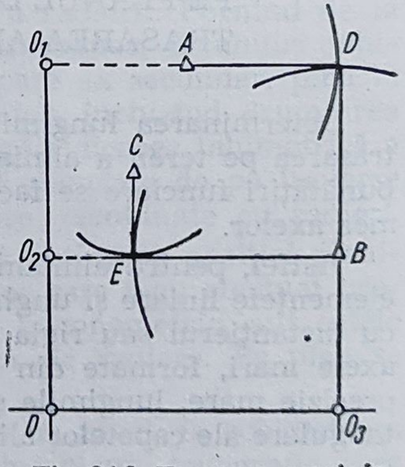


Fig. 24.2. Trasarea caroiajului rectangular pe plan în cazul cînd există cel puțin trei puncte cu coordonate cunoscute.

E cu B și cu C și rezultă dreapta BE, paralelă cu axa OY și respectiv dreapta CE, paralelă cu axa OX. În continuare, se trasează linia caroiajului kilometric din stînga punctului A, paralelă cu axa X-lor, și linia caroiajului kilometric de sub punctul B, paralelă cu axa Y-lor. Pentru trasarea acestor două linii perpendiculare se calculează distanțele AY și BY de la punctele A și B pînă la linia caroiajului din stînga punctului A și distanțele AX și BX de la punctele A și B la linia caroiajului aflată sub punctul B. Distanțele AY, BY, AX și BX se calculează, respectiv, cu relațiile :

$$AY = Y_A - Y_{kms}\,; \qquad BY = Y_B - Y_{kms}\,;$$
$$AX = X_{kmj} - X_A\,; \qquad BX = X_{kmj} - X_B\,,$$

în care : Y_{kms} este coordonata Y a liniei kilometrice din stînga punctului A ; X_{kmj} — coordonata X a liniei kilometrice aflată sub punctul B.

Valorile obținute pentru distanțele AY, BY, AX și BX se reduc la scara planului și rezultă Ay, By, Ax și Bx, care se aplică pe direcțiile corespunzătoare și anume : pe direcția DA, începînd de la A, se măsoară distanța Ay și se obține punctul O_1 ; pe direcția BE, începînd de la B, se măsoară distanța By și rezultă punctul O_2 ; pe direcția DB, începînd de la B, se măsoară distanța Bx, obținînd punctul O_3 ; apoi, de la O_2, pe direcția dată de punctele O_1 și O_2, se măsoară distanța Bx, rezultînd punctul O. Se unesc punctele O_1 și O_2 și se obține linia caroiajului kilometric din stînga punctelor A și B cu coordonata Y_{kms}. De asemenea, se unește punctul O cu punctul O_3 și rezultă linia caroiajului kilometric aflată sub punctul B cu coordonata X_{kmj}. Pentru control, se măsoară, pe direcția DB, începînd din D, distanța Ax și trebuie să se obțină punctul O_3. De asemenea, pe direcția O_1O_2, începînd de la punctul 1, se măsoară aceeași distanță Ax și extremitatea ei trebuie să coincidă cu punctul O. Se prelungesc cele două linii OO_1 și OO_3, într-o parte și alta, și apoi, începînd de la O, în sus și în jos, pe linia OO_1 și la stînga și la dreapta pe linia OO_3, se marchează punctele din km în km la scara planului. Prin punctele de diviziune se trasează paralele la cele două axe rectangulare și rezultă pe plan rețeaua kilometrică sau caroiajul rectangular, care permite să se determine coordonatele rectangulare ale capetelor aliniamentelor, așa cum s-a arătat anterior, în cazul cînd pe planul de execuție se află trasat caroiajul rectangular.

Trasarea caroiajului rectangular în raport de direcția nordului de pe plan se realizează prin paralele și perpendiculare pe direcția nordului, amplasate din km în km la scara planului. Rezultă, în acest fel, o rețea kilometrică independentă. Pentru a nu avea coordonate rectangulare negative, se alege originea axelor de coordonate la intersecția a două linii perpendiculare, în partea de jos și în stînga planului, astfel ca toate capetele aliniamentelor, ale căror coordonate trebuie determinate, să se afle în cadranul I. Avînd caroiajul rectangular, se determină pe plan, coordonatele rectangulare ale capetelor aliniamentelor cu ajutorul cărora se calculează lungimile și orientările lor.

Corectarea elementelor liniare măsurate pe plan. Pentru a se asigura precizia necesară la determinarea elementelor liniare de pe plan, trebuie să se țină seama de deformarea hîrtiei planului și să se aplice corecțiile corespunzătoare. Se știe că hîrtia, sub influența umidității, temperaturii, modului de păstrare etc., suferă deformări, care influențează atît lungimile cît și unghiurile ce se măsoară pe plan.

De aceea, trebuie să se determine erorile datorită deformării hîrtiei şi să se corecteze lungimile măsurate pe plan pentru coordonatele rectangulare ale capetelor aliniamentelor.

Eroarea datorită deformării hîrtiei planului. Este egală cu diferenţa între valoarea unei distanţe de pe plan, determinată din coordonate sau prin măsurare pe teren orizontal şi valoarea aceleiaşi distanţe, rezultată prin măsurarea pe plan. Diferenţa între cele două valori nu trebuie să depăşească toleranţa dată de formula :

$$T = \pm 0{,}16\sqrt{n+1},$$

în care : T este toleranţa în centimetri ; n — numărul aliniamentelor care alcătuiesc distanţa de pe plan.

Eroarea, nedepăşind toleranţa, se compensează proporţional cu lungimea. În acest caz, se determină corecţia la unitatea de lungime, adică : $c = \frac{e}{L}$ şi se corectează lungimile măsurate pe plan, în mod corespunzător.

În cazul cînd eroarea depăşeşte toleranţa admisă, se determină *coeficientul de deformare a hîrtiei* cu formula

$$q = \frac{L_0 - L}{L_0},$$

în care : q este coeficientul de deformare a hîrtiei ; L_0 — lungimea, cunoscută din coordonate sau prin măsurarea pe teren, a distanţei de pe plan ; L — lungimea măsurată pe plan a aceleiaşi distanţe.

Din formula coeficientului de deformare a hîrtiei planului se deduce :

$$L_0 = \frac{L}{1 - q}$$

Înmulţind numărătorul şi numitorul membrului al doilea cu 1+q, se obţine :

$$L_0 = \frac{L\,(1+q)}{1 - q^2}$$

În această relaţie, termenul q^2, avînd o valoare foarte mică, se poate neglija şi rezultă :

$$L_0 = L + L \cdot q$$

Deci, pentru a afla lungimea reală a unei distanţe de pe plan, se adaugă, la valoarea obţinută pe plan (L), produsul ($L \cdot q$) dintre valoarea de pe plan şi coeficientul de deformare a hîrtiei.

Faţă de cele arătate, se precizează că elementele liniare măsurate pe plan pentru determinarea coordonatelor rectangulare ale capetelor aliniamentelor se corectează potrivit deformării hîrtiei planului, obţinîndu-se valorile definitive.

Lungimile şi orientările aliniamentelor. Avînd coordonatele rectangulare ale capetelor aliniamentelor, se calculează lungimile şi orientările aliniamentelor, care compun axele lucrărilor de îmbunătăţiri funciare, cu formulele cunoscute :

— pentru distanţe : $d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$, iar

— pentru orientări : $\operatorname{ctg}\theta = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ sau $\operatorname{tg}\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Lungimile aliniamentelor se aplică pe teren cu panglica topografică, iar orientările, cu tahimetrul sau teodolitul, pornind de la puncte cunoscute pe plan și pe teren.

24.1.2. METODE PLANIMETRICE PENTRU APLICAREA PE TEREN A ALINIAMENTELOR ȘI UNGHIURILOR

Aliniamentele și unghiurile, care determină amplasamentele lucrărilor de îmbunătățiri funciare, se trasează pe teren prin următoarele metode planimetrice : metoda punctelor pe aliniament, metoda drumuirii și metoda intersecției.

Metodele planimetrice arătate, deși au aceleași denumiri ca la Planimetrie, ele diferă prin faptul că operațiile se aplică în mod invers, adică, la trasare, se transpun de pe plan aliniamentele și unghiurile pentru obținerea pe teren a punctelor, pe cînd la ridicările planimetrice se măsoară aliniamentele și unghiurile pe teren pentru determinarea punctelor pe plan. Aplicarea uneia sau alteia din metodele planimetrice prezentate depinde de precizia cerută și de poziția capetelor aliniamentelor față de elementele cunoscute pe plan și pe teren.

Metoda punctelor pe aliniament. Metoda punctelor pe aliniament se aplică pe aliniamentele care formează axele digurilor, canalelor și drumurilor pentru marcarea punctelor în care se gabaritează secțiunile transversale și în care se amplasează construcțiile hidrotehnice (vane, stăvilare, podețe etc.). Pentru determinarea punctelor prin această metodă, se întinde panglica pe aliniamentul corespunzător de pe ax și se marchează punctele lucrării la distanțele proiectate.

Metoda absciselor și ordonatelor. Metoda absciselor și ordonatelor se folosește pentru trasarea profilurilor transversale în vederea gabaritării digurilor, canalelor și drumurilor, precum și pentru amplasarea construcțiilor hidrotehnice, de o parte și alta a aliniamentelor.

În punctele marcate pe aliniamentele axului, se staționează cu echerul, cu teodolitul sau cu nivelul prevăzut cu cerc gradat, se ridică perpendiculare pe aliniamentul respectiv, de o parte și alta, și, pe direcția perpendicularelor se aplică distanțele calculate pentru profilul care se gabaritează sau pentru construcția ce urmează a se executa.

Metoda radierii. Metoda radiierii sau a coordonatelor polare este metoda care se aplică cel mai mult la trasarea lucrărilor de îmbunătățiri funciare. Pentru aplicarea acestei metode, se staționează cu teodolitul într-un punct, cunoscut pe plan și pe teren, și se orientează pe o direcție cunoscută, a cărei orientare s-a calculat din coordonatele punctului de stație și ale punctului ce se vizează pentru orientarea aparatului. Apoi, se rotește alidada pînă ce se înregistrează, pe cercul orizontal, unghiul pe care îl formează direcția cunoscută cu direcția la punctul ce trebuie transpus de pe plan pe teren. Pe direcția dată de lunetă, se măsoară distanța determinată grafic pe plan sau calculată din coordonatele rectangulare ale punctului de stație și ale punctului de aplicat pe teren. La extremitatea distanței, se obține punctul căutat, care se marchează cu un pichet.

Cu privire la distanța care se aplică pe teren, se precizează că aceasta corespunde cu cea determinată grafic pe plan sau calculată din coordonate numai în cazul terenului orizontal. De aceea, pe teren înclinat, se va aplica valoarea de pe pantă, care trebuie calculată, deoarece pe plan este dată dstanța redusă la orizont. Distanța înclinată, corespunzătoare distanței orizontale de pe plan, se poate extrage din tabelele speciale sau din tabelele de coordonate topometrice, însă trebuie să se cunoască unghiul de pantă. În acest caz, după ce se dirijează luneta pe direcția punctului de aplicat, se măsoară unghiul de pantă corespunzător și cu ajutorul lui se extrage distanța înclinată din tabelele menționate sau se calculează cu formula :

$$D = \frac{d}{\cos \alpha},$$

în care : D este distanța de pe pantă, d — distanța de pe plan, iar α — unghiul măsurat pe teren. Distanța înclinată se poate calcula și cu formula :

$$D = \sqrt{d^2 + H^2},$$

în cazul cînd se determină pe plan, în afară de distanța orizontală (d) și diferența de nivel (H) dintre punctul de stație și punctul de aplicat pe teren.

Controlul punctelor de radiere, aplicate pe teren, se poate face prin intersecții de vize din alte puncte de stație sau prin măsurarea distanței de pe teren între punctele aplicate și compararea ei cu cea măsurată pe plan sau calculată din coordonate.

Metoda drumuirii. Metoda drumuirii este specifică pentru trasarea axelor formate din mai multe aliniamente. Ea se aplică pentru trasarea axelor digurilor, care urmăresc meandrele rîurilor și fluviilor, pentru trasarea axelor canalelor de irigație și de desecare cu multe curbe de racordare, pentru trasarea drumurilor cu multe frînturi etc. Pentru aplicarea acestei metode, trebuie să se cunoască, pe plan și pe teren, cel puțin două puncte de sprijin, cu vizibilitate de la unul la altul, și amplasate în apropierea capetelor extreme ale lucrării care se trasează. În cazul cînd punctele de sprijin sînt prea depărtate, se determină puncte noi, prin metoda intersecției, în apropierea punctelor de unde începe și unde se termină digul, canalul, drumul etc. Lungimile și orientările aliniamentelor de la punctele de sprijin la capetele lucrării, precum și lungimile și orientările aliniamentelor din care se compune lucrarea ce se trasează, se calculează, în prealabil, din coordonatele rectangulare determinate pe planul de execuție. Aplicarea drumuirii se face cu teodolitul și cu panglica topografică de 50 m. Unghiurile se măsoară prin metoda orientărilor sau metoda unghiurilor dintre laturi, iar distanțele se măsoară dus și întors.

Verificarea trasării aliniamentelor și unghiurilor prin metoda drumuirii se face pe punctul de sprijin situat în apropierea ultimului punct transpus pe teren. Din ultimul punct transpus pe teren, care coincide cu punctul terminus al axului lucrării trasate, se determină punctul de sprijin apropiat și trebuie să se obțină, pentru acesta, coordonate egale cu cele cunoscute, admițîndu-se toleranțele prevăzute pentru ridicările planimetrice prin metoda drumuirii.

Metoda intersecţiei. Metoda intersecţiei se aplică pentru determinarea punctelor de sprijin necesare la trasarea lucrărilor prin metoda drumuirii, precum şi pentru controlul punctelor importante de pe axele lucrărilor de îmbunătăţiri funciare. Punctele de sprijin sau de control pot fi determinate prin intersecţie înainte, prin intersecţie înapoi sau prin intersecţie laterală. Aceste intersecţii se aplică numai dacă în zona respectivă se află cel puţin patru puncte de triangulaţie. În cazul cînd există numai două puncte de triangulaţie, determinarea noilor puncte se face prin metoda intersecţiei cu puncte duble, aplicînd procedeul Hansen sau procedeul Marek.

24.2. TRASAREA CURBELOR DE RACORDARE

Generalităţi. În punctele de frîngere de pe axele sau traseele lucrărilor de îmbunătăţiri funciare, unghiurile formate de aliniamentele adiacente se înlocuiesc prin curbe pentru a se evita eroziunea solului de către apă. La drumuri, de asemenea, în punctele de frîngere ale axelor, trecerea vehiculelor, de pe un aliniament pe cel adiacent, nu se poate face sub formă de unghi. De aceea, în punctele de frîngere ale axelor, este necesar ca cele două aliniamente adiacente să se racordeze printr-o curbă. Curbele de racordare la drumuri permit circulaţia normală a vehiculelor, iar la diguri şi canale înlătură eroziunea lor de către apă.

Racordarea aliniamentelor se poate face în plan orizontal sau în plan vertical. Racordarea aliniamentelor în plan orizontal sau pe teren şes se realizează printr-o curbă circulară cu raza constantă, iar racordarea aliniamentelor în plan vertical se face prin curbe circulare cu raze variabile numite curbe de tranziţie sau curbe progresive. Curbele de tranziţie sau progresive permit trecerea dintr-o declivitate în altă declivitate a traseului.

La diguri şi canale, precum şi la drumurile pe teren şes, racordarea aliniamentelor se face prin curbe circulare, iar la drumuirile ce se trasează pe teren cu pantă mare, racordarea aliniamentelor se realizează prin curbe progresive. Pentru trasarea unei curbe circulare trebuie să se determine elementele ei geometrice.

24.2.1. ELEMENTELE GEOMETRICE ALE UNEI CURBE CIRCULARE

O curbă circulară pentru racordarea aliniamentelor are următoarele elemente : unghiul interior format de aliniamentele adiacente, raza, tangentele, bisectoarea, lungimea coardei, săgeata şi lungimea curbei (fig. 24.3).

Unghiul curbei circulare. Este unghiul interior (u) format de aliniamentele MV şi NV care se racordează. Unghiul u se măsoară cu teodolitul, odată cu trasarea axului lucrării sau se calculează din orientările celor două aliniamente.

Raza curbei circulare. Este raza (R) a cercului din care face parte arcul de cerc prin care se racordează aliniamentele. Mărimea razei (R) depinde

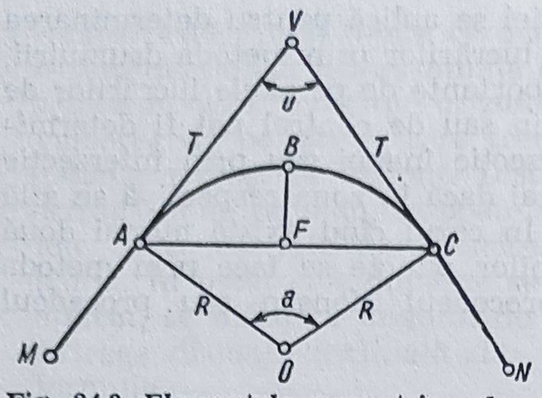


Fig. 24.3. Elementele geometrice ale unei curbe circulare.

de scopul lucrării (dig, canal, drum etc.), de natura terenului, de unghiul u și de lungimea aliniamentelor MV și NV, iar valorile corespunzătoare sînt date în tabele speciale.

Tangentele curbei circulare, notate cu T, sînt segmentele AV și CV de la punctele de tangență A și C la curbă, adică de la intrarea în curbă (A) și ieșirea din curbă (C) pînă la vîrful V al unghiului u.

Bisectoarea curbei circulare este segmentul VB, din bisectoarea unghiului MVN, cuprins între vîrful V al unghiului u și curba de racordare.

Lungimea coardei, notată cu c, este distanța AC de la punctul de intrare (A) la punctul de ieșire (C) din curbă, adică : $c=AC=AF+FC$.

Săgeata curbei circulare, notată cu s, este distanța BF de la mijlocul (B) al curbei la mijlocul (F) al coardei, adică : $s=BF$.

Lungimea curbei circulare, notată cu L, este lungimea arcului de cerc ABC prin care se face racordarea aliniamentelor MV și NV.

Relațiile de calcul pentru elementele geometrice ale curbelor circulare. Relațiile de calcul pentru elementele geometrice ale curbelor circulare se deduc din figura 24.3, astfel :

Tangentele curbei circulare se calculează cu relația :

$$T=AV=CV=R\operatorname{ctg}\frac{u}{2} \quad \text{sau} : T=R\operatorname{tg}\frac{a}{2}$$

în care : $a=\sphericalangle AOC=200^g-u$.

Bisectoarea curbei circulare se determină cu relația :

$$VB=VO-BO=\sqrt{T^2+R^2}-R,$$

în care : $VO=\sqrt{T^2+R^2}$ și $BO=R$.

Lungimea coardei, formată din suma segmentelor $AF+FC=c$, se calculează cu relația :

$$c=AC=2R\sin\frac{a}{2}=2R\cos\frac{u}{2}.$$

Săgeata curbei circulare se obține cu relația :

$$s=BF=BO-FO=R-R\cos\frac{a}{2}=R\left(1-\cos\frac{a}{2}\right),$$

sau :

$$s=BF=R-R\sin\frac{u}{2}=R\left(1-\sin\frac{u}{2}\right).$$

Lungimea curbei circulare, fiind egală cu lungimea arcului ABC, se determină cu relația :

$$L = \text{arc } ABC = \frac{\pi R a^g}{200^g} = \frac{\pi R (200^g - u)}{200^g},$$

sau :

$$L = \text{arc } ABC = \frac{\pi R a^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi R (180^\circ - u)}{180^\circ}$$

Trasarea pe teren a punctelor principale ale unei curbe circulare. Punctele principale ale unei curbe circulare sînt următoarele : punctul de intrare în curbă (A), punctul de ieșire din curbă (C) și punctul din vîrful săgeții (B).

Pentru trasarea pe teren a punctelor principale ale curbei circulare se deosebesc două cazuri : vîrful unghiului u este accesibil și vîrful unghiului u este inaccesibil.

Cazul cînd vîrful unghiului u este accesibil. Se staționează cu teodolitul în vîrful V al unghiului u și se vizează punctul M sau alt punct de pe aliniamentul VM, fixînd luneta în această poziție (fig. 24.4). Pe direcția lunetei, începînd de la V, se măsoară cu panglica de oțel lungimea tangentei $T = VA$ și se obține punctul de tangență A, numit punctul de intrare în curbă. Se procedează la fel pentru tangenta de pe aliniamentul NV, obținînd punctul de tangență la curbă C, numit punctul de ieșire din curbă. După trasarea tangentelor pentru determinarea punctelor de intrare și de ieșire din curbă, se trasează, din aceeași stație, bisectoarea VB, pentru determinarea punctului B. În acest scop, la valoarea citită pe cercul orizontal, cînd luneta se află pe direcția VN, se adună $\frac{u}{2}$, și pe direcția dată de lunetă, care coincide cu direcția bisectoarei, se măsoară lungimea VB, obținînd punctul B.

Poziția punctului B se mai poate determina sau se poate verifica prin măsurarea coordonatelor rectangulare AE și EB, avînd ca axă a X-lor, aliniamentul AV. În acest scop, pe aliniamentul AV, începînd de la A, se măsoară distanța $AE = AF$ și se obține punctul E. În punctul E se ridică perpendiculara EB cu teodolitul și, pe direcția perpendicularei, se măsoară distanța $EB = BF = s$. La extremitatea distanței EB se obține punctul B, care trebuie să coincidă cu cel determinat din stația V. Coordonatele rectangulare AE și EB, pentru punctul B, s-au luat egale, respectiv, cu $AF = \frac{c}{2}$ și $BF = s$, avînd în vedere că triunghiurile dreptunghice AEB și AFB sînt egale, deoarece au o latură comună AB, iar unghiurile ascuțite EAB și BAF au ca măsură arce egale.

Cazul cînd vîrful unghiului u este inaccesibil. În cazul cînd între punctul V și punctele M și N se află un obstacol (un rîu, un lac etc.) se procedează după cum urmează (fig. 24.5). Pe aliniamentele MV și NV se aleg două puncte A_1 și C_1, care sînt accesibile și cu vizibilitate între ele. Se măsoară latura A_1C_1. Se staționează cu teodolitul în punctul A_1 și se măsoară unghiul $VA_1C_1 = \gamma$; apoi se staționează în punctul C_1 și se măsoară unghiul $A_1C_1V = \delta$.

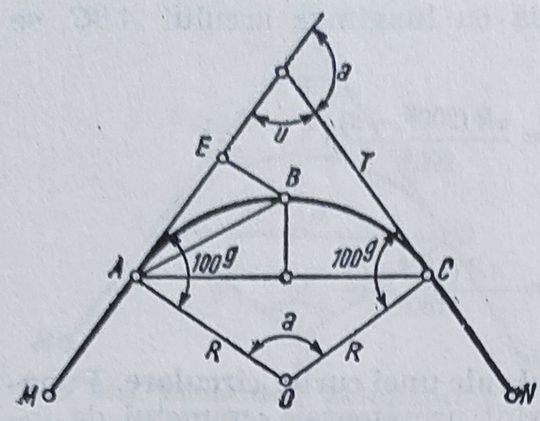


Fig. 24.4. Aplicarea pe teren a punctelor principale.

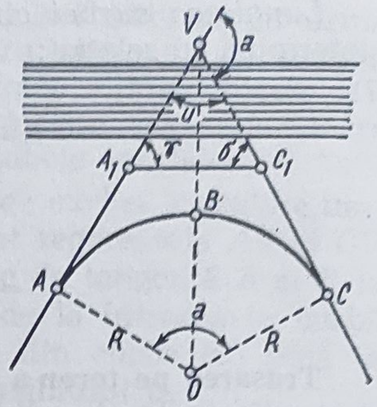


Fig. 24.5. Aplicarea pe teren a punctelor principale cînd vîrful unghiului u este inaccesibil.

Din triunghiul A_1C_1V, în care se cunosc latura A_1C_1 și unghiurile adiacente γ și δ, rezultă :

$$u = 200^g - (\gamma + \delta)$$

$$\overline{A_1V} = \overline{A_1C_1}\,\frac{\sin\delta}{\sin u} \text{ și } \overline{C_1V} = \overline{A_1C_1}\,\frac{\sin\gamma}{\sin u}.$$

De asemenea, din figura 24.5 se vede că : tangenta $\overline{AV} = \overline{AA_1} + \overline{A_1V}$ și tangenta $\overline{CV} = \overline{CC_1} + \overline{C_1V}$.

Cunoscînd unghiul u se calculează tangentele, coarda și săgeata curbei, cu relațiile stabilite la elementele geometrice ale unei curbe circulare, și apoi, se determină pe teren punctele principale A, B și C. În stația A_1, după ce s-a vizat semnalul din punctul V, se dă luneta peste cap, sau se rotește cu 200^g și, pe direcția obținută, se măsoară distanța $A_1A = VA - A_1V$, rezultînd punctul A de intrare în curbă. Se procedează la fel din stația C_1, determinînd punctul C de ieșire din curbă. La jumătatea coardei $AC = c$ se ridică o perpendiculară și pe direcția perpendicularei se măsoară săgeata $FB = s$, obținînd punctul B.

24.2.2. METODE PENTRU PICHETAREA PUNCTELOR INTERMEDIARE ALE CURBELOR CIRCULARE

Trasarea curbei circulare numai cu ajutorul punctelor principale nu este posibilă decît în cazul cînd arcul de cerc, prin care se face racordarea aliniamentelor, are o lungime mică, maximum 20 m. De aceea, este necesar ca între cele trei puncte principale să se picheteze un număr satisfăcător de puncte intermediare.

Pichetarea punctelor intermediare ale curbei circulare se poate face prin mai multe metode, dintre care, la lucrările de îmbunătățiri funciare, se utilizează următoarele : metoda coordonatelor polare, metoda coordonatelor rectangulare pe tangentă, metoda coordonatelor rectangulare pe coardă, metoda intersecțiilor unghiulare înainte, metoda sfertului și metoda cu panglica.

Metoda coordonatelor polare. Pentru a aplica metoda coordonatelor polare se efectuează, în prealabil, următoarele calcule : lungimea curbei, numărul de puncte care trebuie pichetate, lungimea arcului, unghiul la centru și coarda arcului dintre două puncte consecutive. Astfel, avînd de pichetat punctele intermediare ale curbei circulare *ABC*, la care se cunosc punctele principale *A*, *B* și *C*, raza *R* și unghiul *a*, se procedează după cum urmează (fig. 24.6). Se calculează lungimea curbei *ABC* cu relația :

$$L = \frac{\pi R a^g}{200^g}.$$

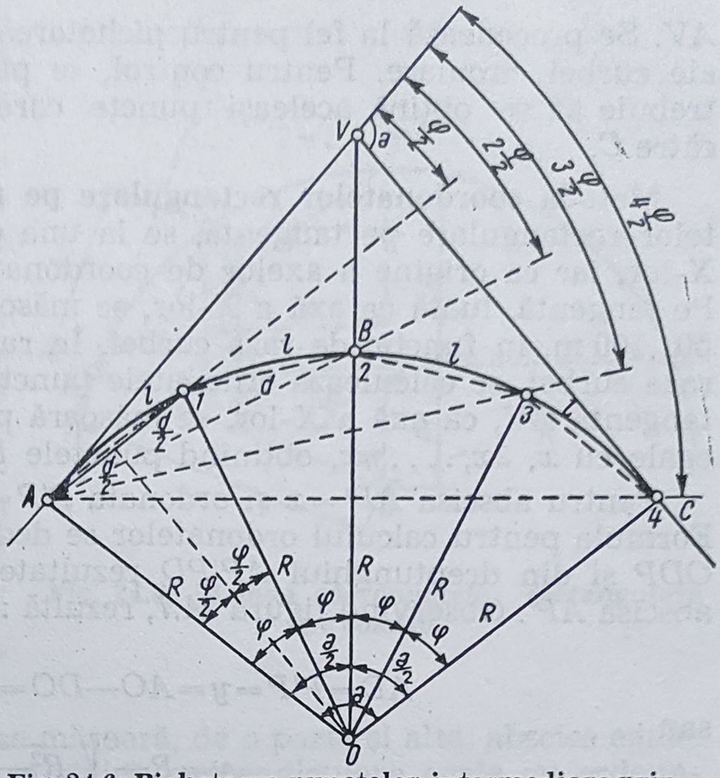


Fig. 24.6. Pichetarea punctelor intermediare prin metoda coordonatelor polare.

Se determină numărul *n* de puncte care trebuie pichetate, împărțind lungimea *L* a curbei de racordare la lungimea l_a a arcului dintre două puncte consecutive, care se ia egală cu 5, 10, 15 sau 20 m, după cum se urmărește o densitate mai mare sau mai mică de puncte, adică : $n = \frac{L}{l_a}$. În cazul cînd pentru *n* rezultă un număr fracționar, se rotunjește, în mod corespunzător, la un număr întreg și apoi, se determină lungimea reală a arcului, cu relația : $l = \frac{L}{n}$. Unghiul la centru, corespunzător arcului cu lungimea *l*, se calculează cu relația : $\varphi = \frac{a^g}{n}$, iar coarda arcului cu aceeași lungime (*l*) sau distanța dintre două puncte consecutive se determină cu relația : $d = 2R \sin \varphi/2$.

Cu ajutorul unghiului φ, corespunzător arcului cu lungimea *l*, și cu distanța *d*, dintre două puncte consecutive, se determină punctele intermediare ale curbei circulare *ABC*, folosind teodolitul și panglica. În acest scop, se staționează cu teodolitul în punctul *A* de intrare în curbă și, cu zero pe cercul orizontal, se vizează semnalul din vîrful *V* al curbei. Se blochează cercul orizontal și se rotește alidada pînă ce se înregistrează pe limbul gradat unghiul $\varphi/2$. Pe direcția lunetei, începînd de la *A*, se măsoară distanța *d*, obținînd punctul 1. În continuare, se deblochează și se rotește alidada pînă ce se înregistrează pe cercul orizontal unghiul 2 ($\varphi/2$) față de direcția de origine *AV*. Apoi, se fixează un capăt al panglicii în 1 și se întinde panglica pînă ce, la distanța *d*, se intersectează cu viza *A*—2 dată de lunetă pentru unghiul 2 ($\varphi/2$), obținînd punctul 2. Punctul următor 3 se pichetează la intersecția distanței *d*, măsurată din 2, cu viza *A*—3 dată de lunetă pentru unghiul 3 ($\varphi/2$), măsurat față de direcția de origine

AV. Se procedează la fel pentru pichetarea celorlalte puncte intermediare ale curbei circulare. Pentru control, se pichetează curba din stația C și trebuie să se obțină aceleași puncte care au fost determinate de la A către C.

Metoda coordonatelor rectangulare pe tangentă. La metoda coordonatelor rectangulare pe tangentă, se ia una din tangentele curbei ca axă a X-lor, iar ca origine a axelor de coordonate punctul de intrare în curbă. Pe tangentă, luată ca axă a X-lor, se măsoară abscise egale cu 10, 20, 25, 50, 100 m, în funcție de raza curbei. În raport de mărimea abscisei și de raza curbei, se calculează ordonatele punctelor intermediare. Astfel, luînd tangenta AV, ca axă a X-lor, se măsoară pe ea, începînd de la A, abscise egale cu x, $2x$, . . . , nx, obținînd punctele P', P_1' , . . ., P_n' (fig. 24.7).

Pentru abscisa $AP'=x$ și ordonata $P'P=y$ rezultă pe curbă punctul P. Formula pentru calculul ordonatelor se deduce din triunghiul dreptunghic ODP și din dreptunghiul $AP'PD$ rezultate prin trasarea paralelei PD la abscisa AP'. Observînd figura 24.7, rezultă :

$$AD=P'P=y=AO-DO=R-\sqrt{R^2-x^2},$$

sau :

$$y=R-\sqrt{R^2-x^2}.$$

Cu această formulă se calculează ordonata y în funcție de raza de curbură dată și de valoarea luată pentru x. Astfel, pentru raza de curbură dată, $R=1\,000$ m, luînd abscise egale cu 25 m, 50 m și 100 m, rezultă ordonatele :

$$y=1\,000-\sqrt{1\,000^2-25^2}=0{,}32 \text{ m};$$

$$y_1=1\,000-\sqrt{1\,000^2-50^2}=1{,}30 \text{ m};$$

$$y_2=1\,000-\sqrt{1\,000^2-100^2}=2{,}81 \text{ m}.$$

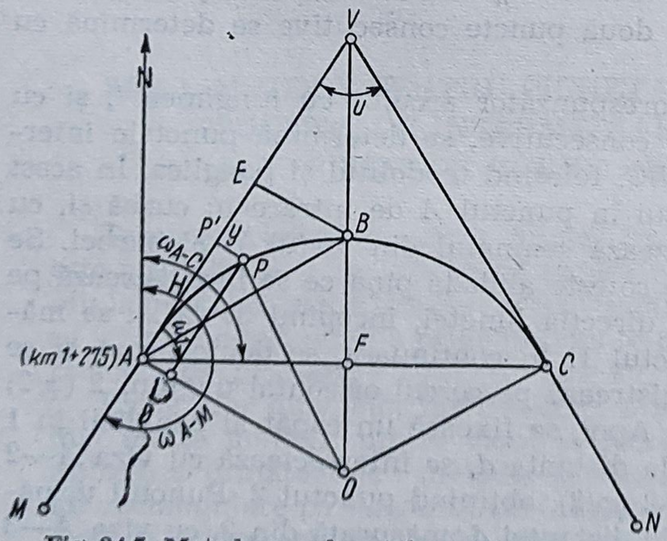


Fig. 24.7. Metoda coordonatelor rectangulare pe tangentă.

Valorile ordonatelor y determinate pentru abscisele de pe tangenta AV sînt valabile și pentru aceleași abscise pe tangenta CV.

Avînd coordonatele rectangulare x și y pentru fiecare punct, se măsoară, pe cele două tangente AV și CV, abscisele x, $2x$, . . ., nx și, la extremitățile lor, se ridică perpendiculare egale cu ordonatele corespunzătoare y, y_1, . . ., y_n. Se obțin punctele respective P, P_1, . . ., P_n care permit executarea curbei.

Verificarea. Se măsoară pe tangenta AV distanța $AE=AF$, iar în punctul E se ridică o perpendiculară pe AV. Perpendiculara obținută trebuie să treacă prin punctul B, iar distanța EB trebuie să fie egală cu $BF=s$.

Justificarea pentru această verificare rezultă din triunghiurile dreptunghice AEB și AFB care sînt egale.

Metoda coordonatelor rectangulare pe coardă. La metoda coordonatelor rectangulare pe coardă se ia, ca axă a X-lor, coarda AC, iar ca punct de origine, mijlocul F al coardei (figura 24.8).

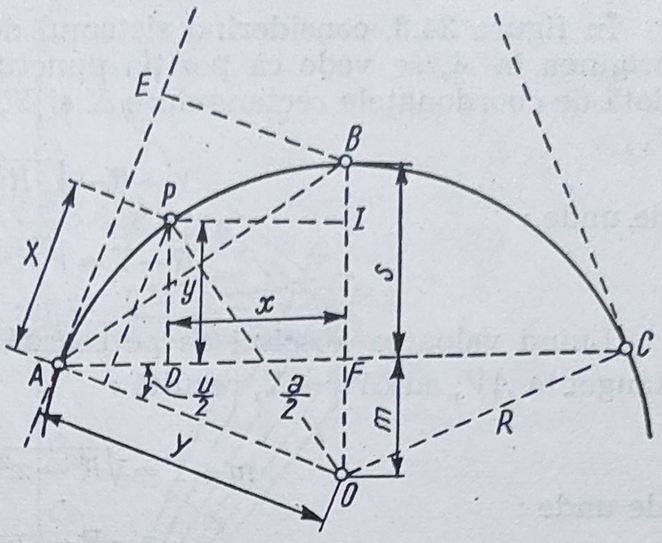


Fig. 24.8. Metoda coordonatelor rectangulare pe coardă.

Pe coardă, începînd de la F, se măsoară, de o parte și alta, abscise egale. În punctele marcate pe coardă se ridică perpendiculare egale cu ordonatele și se obțin, la extremitățile lor, punctele curbei de racordare.

Valorile ordonatelor se determină în raport de raza de curbură dată, de săgeata curbei și de abscisele alese. Formula pentru calculul ordonatelor se deduce din figura 24.8, unde pentru $x=FD$ corespunde $y=FI=DP$. Din triunghiul dreptunghic OIP rezultă :

$$\overline{OP}^2=\overline{IP}^2+\overline{OI}^2$$

sau :

$$R^2=x^2+(m+y)^2,$$

de unde :

$$m+y=\sqrt{R^2-x^2}.$$

Din această relație se deduce :

$$y=\sqrt{R^2-x^2}-m,$$

în care :

$$m=R-s$$

Deci, valorile ordonatelor y se obțin cu formula :

$$y=\sqrt{R^2-x^2}-R+s$$

în care s este săgeata curbei dată de relația : $s=R\left(1-\sin\frac{u}{2}\right)$, stabilită la relațiile pentru elementele geometrice ale curbelor circulare.

În figura 24.8, considerînd sistemul de axe rectangulare AV și AO, cu originea în A, se vede că poziția punctului P de pe curba circulară este dată de coordonatele rectangulare X și Y, în care :

$$Y = R - \sqrt{R^2 - X^2},$$

de unde :

$$R - Y = \sqrt{R^2 - X^2}.$$

Luînd valoarea abscisei de pe coardă egală cu valoarea abscisei de pe tangenta AV, adică $x = X$, rezultă :

$$m + Y = \sqrt{R^2 - x^2} = R - Y,$$

de unde :

$$y = R - m - Y,$$

în care :

$$R - m = FB = s = \text{săgeata curbei.}$$

Deci, valorile ordonatelor y se pot obține și cu formula :

$$y = s - Y$$

în care : s este săgeata curbei ; Y — coordonata punctului P de pe curbă în raport de coordonatele rectangulare pe tangentă, adică : valorile ordonatelor y pe coardă se obțin scăzînd succesiv valorile ordonatelor Y pe tangentă din săgeata curbei.

Valorile ordonatelor y descresc de la originea F către capetele A și C ale coardei, unde devin egale cu zero.

Metoda coordonatelor rectangulare pe coardă se aplică, în special cînd lungimea curbei circulare este prea mare sau cînd vîrful V al unghiului u este inaccesibil sau se află la o depărtare prea mare față de punctele de intrare și de ieșire din curbă.

Metoda intersecțiilor unghiulare înainte. Pichetarea punctelor intermediare ale unei curbe circulare prin metoda intersecțiilor unghiulare înainte se realizează cu două teodolite și se aplică în cazul cînd lungimea curbei este mare sau în cazul cînd se trasează curba pe teren accidentat unde măsurarea directă a distanțelor se face greu sau este imposibilă. Pentru aplicarea acestei metode se determină unghiurile la centru, corespunzătoare arcelor din care se compune curba, și unghiurile de intersecție din cele două stații A și C (fig. 24.9).

În acest scop se alege lungimea l a arcului dintre două puncte consecutive de pe curbă și se determină numărul arcelor, împărțind lungimea L a curbei la lungimea l a arcului, adică : $n = \frac{L}{l}$. Unghiul la centru, corespunzător arcului l, se calculează cu relația :

$$a_1 = \frac{l \cdot 200^g}{\pi R},$$

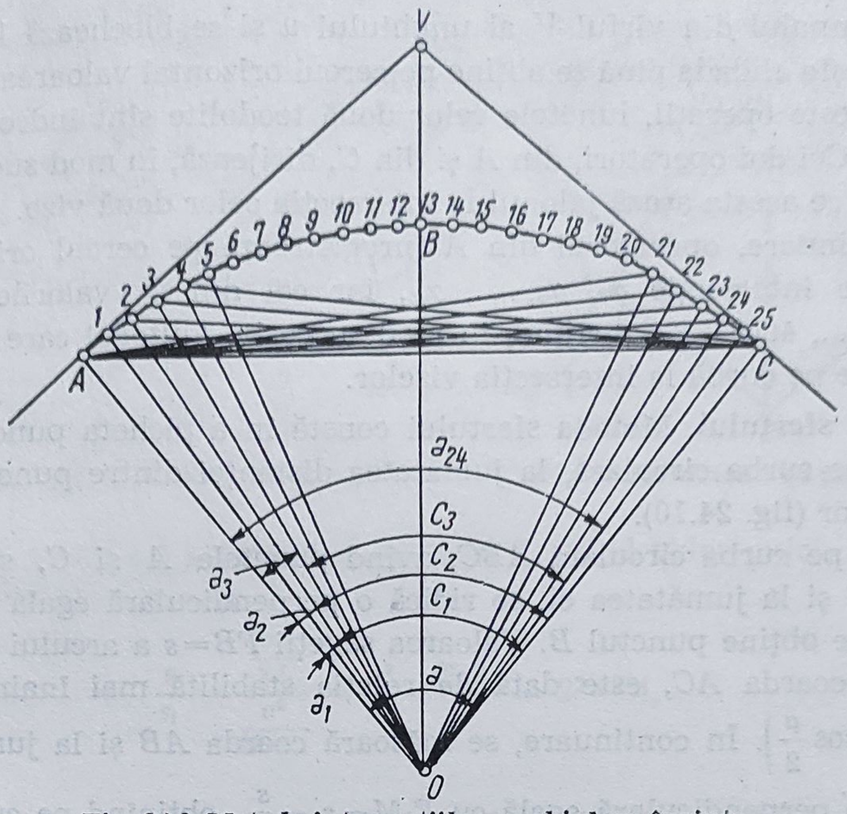


Fig. 24.9. Metoda intersecţiilor unghiulare înainte.

Unghiurile la centru a_2, a_3, . . ., a_n, corespunzătoare arcelor $2\,l$, $3\,l$, . . ., $n\,l$, se obţin cu relaţiile : $a_2 = 2a_1$, $a_3 = 3a_1$, . . ., $a_n = na_1$. Cu ajutorul acestor unghiuri se calculează unghiurile de intersecţie α_i din staţia A :

$$\alpha_1 = a_1 : 2,\ \alpha_2 = a_2 : 2,\ \ldots,\ \alpha_n = a_n : 2.$$

În continuare, se calculează unghiurile la centru c, cu ajutorul cărora se determină unghiurile de intersecţie din staţia C.

Unghiurile c se obţin cu relaţiile :

$$c_1 = a - a_1,\ c_2 = a - a_2,\ \ldots,\ c_n = a - a_n.$$

Unghiurile de intersecţie γ_i din staţia C se calculează cu relaţiile :

$$\gamma_1 = c_1 : 2,\ \gamma_2 = c_2 : 2,\ \ldots,\ \gamma_n = c_n : 2.$$

Avînd unghiurile de intersecţie α_1, α_2, . . ., α_n şi γ_1, γ_2, . . ., γ_n, pichetarea punctelor intermediare se realizează după cum urmează :

Se staţionează cu un teodolit în A şi cu alt teodolit în C. În staţia A, se vizează, cu zero în aparat, semnalul din vîrful V al unghiului u şi se blochează limbul gradat. Se roteşte alidada pînă cînd se înregistrează pe cercul orizontal unghiul de intersecţie α_1. În staţia C, tot cu zero în aparat, se

vizează semnalul din vîrful V al unghiului u și se blochează limbul gradat. Se rotește alidada pînă se obține pe cercul orizontal valoarea : $400^g—\gamma_1$.

Prin aceste operații, lunetele celor două teodolite sînt îndreptate către punctul 1. Cei doi operatori, din A și din C, dirijează, în mod succesiv, ajutorul, pînă ce acesta așază jalonul la intersecția celor două vize.

În continuare, operatorul din A înregistrează pe cercul orizontal unghiurile de intersecție $\alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_n$, iar cel din C, valorile $400^g—\gamma_2$, $400^g—\gamma_3, \ldots, 400^g—\gamma_n$, dirijînd, în mod succesiv, ajutorul care marchează punctele de pe curbă la intersecția vizelor.

Metoda sfertului. Metoda sfertului constă în a picheta punctele intermediare, pe curba circulară, la jumătatea distanței dintre punctele pichetate anterior (fig. 24.10).

Astfel, pe curba circulară ABC, avînd punctele A și C, se măsoară coarda AC și la jumătatea ei, se ridică o perpendiculară egală cu săgeata $FB=s$ și se obține punctul B. Valoarea săgeții $FB=s$ a arcului ABC, subîntins de coarda AC, este dată de relația stabilită mai înainte, adică : $s=R\left(1-\cos\frac{a}{2}\right)$. În continuare, se măsoară coarda AB și la jumătatea ei, se ridică o perpendiculară egală cu $F_1M=s_1=\frac{s}{4}$, obținînd pe curbă punctul M. Apoi, la mijlocul coardei AM, se ridică o perpendiculară egală cu $s_2=\frac{s_1}{4}$ ș.a.m.d.

Metoda sfertului este denumită astfel, deoarece, în aplicarea ei, raportul săgeților este egal cu 4, adică o săgeată, față de precedenta este de patru ori mai mică.

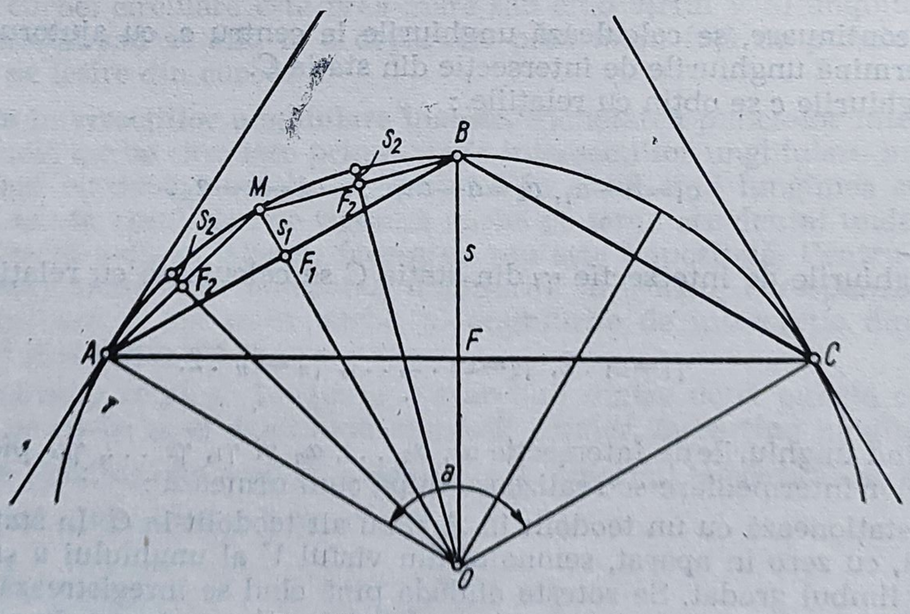


Fig. 24.10. Metoda sfertului.

Într-adevăr, scriind raportul a două săgeți succesive se obține :

$$\frac{s}{s_1} = \frac{R\left(1-\cos\frac{a}{2}\right)}{R\left(1-\cos\frac{a}{4}\right)} = \frac{1-\cos\frac{a}{2}}{1-\cos\frac{a}{4}}.$$

Dezvoltînd în serie membrul al doilea, rezultă :

$$\frac{s}{s_1} = \frac{\frac{a^2}{2!} - \frac{a^4}{4!} + \frac{a^6}{6!} - \frac{a^8}{8!} + \ldots}{\frac{a^2}{2^2 \cdot 2!} - \frac{a^4}{2^4 \cdot 4!} + \frac{a^6}{2^6 \cdot 6!} - \frac{a^8}{2^8 \cdot 8!} + \ldots}$$

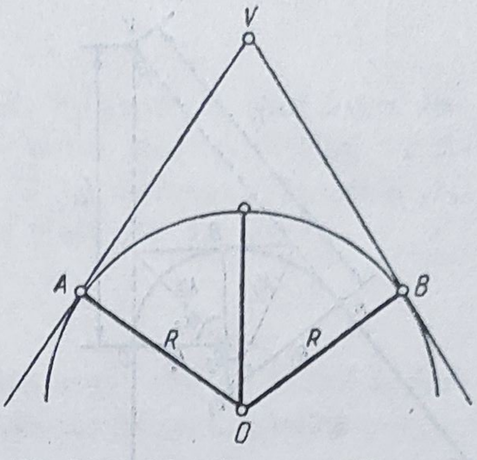


Fig. 24.11. Metoda cu panglica.

Termenii cu a la o putere mai mare ca 2, avînd valori mici, se pot neglija și se obține :

$$\frac{s}{s_1} = \frac{\frac{a^2}{2!}}{\frac{a^2}{2^2 \cdot 2!}} = \frac{a^2}{2!} \cdot \frac{2^2 \cdot 2!}{a^2} = 2^2 = 4,$$

adică :

$$\frac{s}{s_1} = \frac{s_1}{s_2} = \ldots = \frac{s_{n-1}}{s_n} = 4.$$

Metoda cu panglica. În cazul curbelor circulare cu raza mică, sub 50 m, pichetarea punctelor intermediare se poate executa numai cu panglica (figura 24.11).

În acest scop, în punctele A și B, de intrare și de ieșire din curbă, se ridică perpendicularele AO și BO, obținînd la intersecția lor, punctul O. Din punctul O, centrul curbei, cu o lungime de panglică egală cu raza $OA = OB$, se descrie de la A la B un arc de cerc care se pichetează la distanțe aproximativ egale.

24.2.3. RACORDAREA ALINIAMENTELOR PRIN CURBE CIRCULARE CU RAZE INEGALE

La executarea drumurilor de pe pantă, racordarea aliniamentelor se face prin curbe circulare cu raze diferite, corespunzătoare reliefului, pentru a se reduce cît mai mult terasamentele. În acest caz, racordarea aliniamentelor se realizează prin două curbe circulare cu raze inegale (R_1 și R_2) și tangente fiecare la aliniamentul vecin sau prin trei curbe circulare cu raze diferite (R_1, R_2, R_3).

Racordarea aliniamentelor prin două curbe circulare. Se determină, în prealabil, punctele A și C de intrare și de ieșire din curbă, măsurînd tangentele pe cele două aliniamente care se racordează (fig. 24.12). Apoi, se determină punctul B, după care se pichetează punctele intermediare. Pentru determinarea punctului B, se staționează cu teodolitul în punctul C și, cu zero în aparat, se vizează vîrful V sau punctul 2 și se blochează limbul

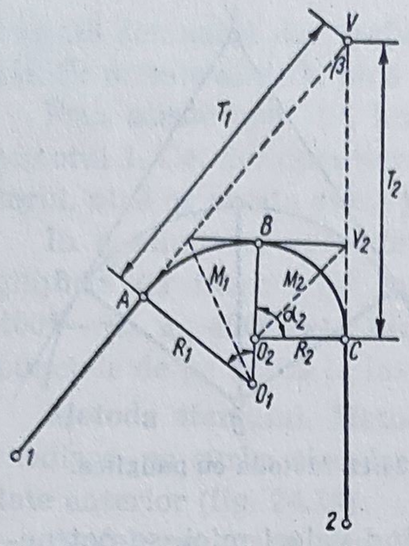


Fig. 24.12. Racordarea aliniamentelor prin două curbe circulare.

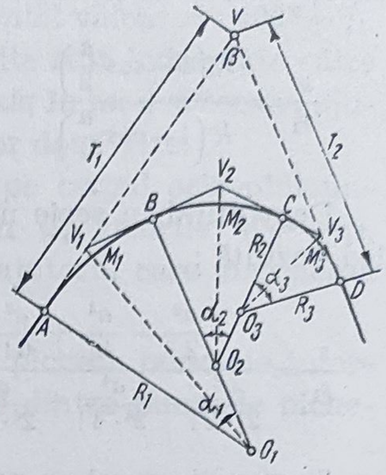


Fig. 24.13. Racordarea aliniamentelor prin trei curbe circulare.

gradat. Se rotește alidada cu 300^g sau cu 100^g, după cum s-a vizat vîrful V sau punctul 2, și se blochează alidada. Pe direcția lunetei, începînd de la C, se măsoară, pe pantă, o distanță corespunzătoare distanței orizontale R_2 și se obține punctul O_2. Se staționează, apoi, în punctul O_2, și cu zero în aparat, se vizează punctul C, după care se blochează limbul gradat. Se rotește alidada pînă ce se înregistrează pe cercul orizontal valoarea: $400^g - \alpha_2$, în care α_2 este unghiul la centru al curbei BM_2C. Pe direcția lunetei, se măsoară, pe pantă, o distanță corespunzătoare distanței orizontale R_2, obținînd punctul B. În continuare, se dă luneta peste cap sau se rotește cu 200^g și, pe direcția obținută, se măsoară distanța O_2O_1, egală cu diferența între raza R_1 a primei curbe și raza R_2 a curbei circulare următoare, obținînd punctul O_1.

Pentru control, se staționează cu teodolitul în punctul O_1 și, cu zero în aparat, se vizează punctul B, după care se blochează limbul gradat. Apoi, se rotește alidada pînă ce se vizează punctul A și se citește pe cercul orizontal valoarea respectivă. Se adună, la această valoare, unghiul la centru α_1 al primei curbe și trebuie să rezulte 400^g.

După determinarea punctelor principale A, B și C, se pichetează punctele intermediare ale curbelor circulare AB și BC prin metoda coordonatelor rectangulare pe tangentă.

Racordarea aliniamentelor prin trei curbe circulare. În cazul a trei curbe circulare (fig. 24.13), se determină, mai întîi, punctele principale A, B, C și D și apoi, se pichetează punctele intermediare ale curbelor AB, BC și CD. Punctele principale A și D, de la intrarea și ieșirea din curbă, se determină prin măsurarea tangentelor pe cele două aliniamente care se racordează. Punctele C și B se determină și se verifică în mod asemănător cu cele arătate la determinarea punctului B, în cazul a două curbe circulare. Pichetarea punctelor intermediare ale curbelor AB și CD se poate face prin metoda coordonatelor rectangulare pe tangentă, iar ale punctelor intermediare de pe curba BC, prin metoda coordonatelor rectangulare pe coardă sau prin metoda sfertului.

24.3. CALCULUL PANTEI

Definiția și exprimarea pantei. Panta unei linii este raportul între distanța verticală și distanța orizontală dintre două puncte. Astfel, în figura 24.14, raportul între distanța verticală BC și distanța orizontală AC dintre punctele A și B constituie panta liniei înclinate AB, adică :

$$I = \frac{BC}{AC} = \frac{H}{d}.$$

Valoarea acestui raport reprezintă tangenta unghiului de pantă α, format de linia înclinată AB cu proiecția ei pe planul orizontal, adică :

$$I = \frac{BC}{AC} = \frac{H}{d} = \operatorname{tg}\alpha$$

Inversînd acest raport, rezultă :

$$\frac{AC}{BC} = \operatorname{ctg}\alpha = m.$$

În acest caz, între I și m există relația :

$$I = \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{m} = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}$$

În consecință, panta se poate exprima prin relația : $I = \operatorname{tg}\alpha$, sau prin relația : $I = \frac{1}{m}$.

În lucrările de îmbunătățiri funciare, cu relația $I = \frac{H}{d}$ se exprimă panta terenului și pantele axelor longitudinale, iar cu relația $I = \frac{1}{m}$ se exprimă taluzurile digurilor, canalelor, teraselor etc.

În cazul cînd $d = 1$ m, valoarea I reprezintă panta la unitate, adică : $I = \frac{H}{1} = H$.

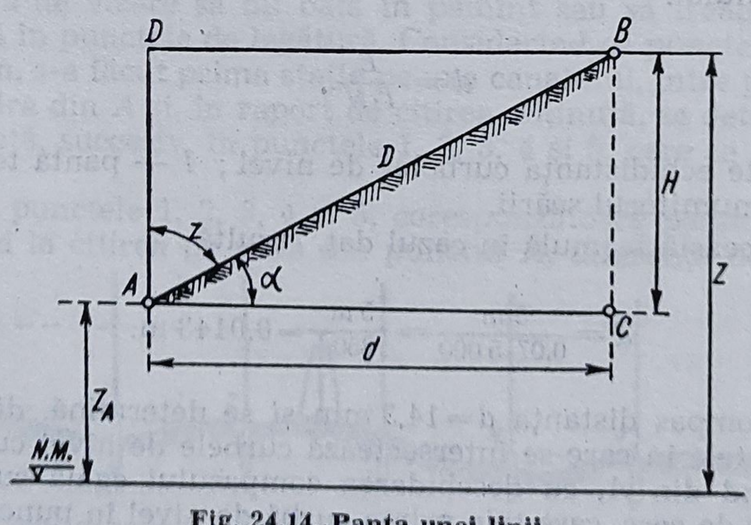


Fig. 24.14. Panta unei linii.

Dacă $d=100$ m, valoarea I reprezintă panta liniei la sută, adică $I=\frac{H}{100}=I\%$, iar cînd $d=1\,000$ m, valoarea I reprezintă panta la mie, adică : $I=\frac{H}{1\,000}=I‰$.

Panta la unitate se folosește, de regulă, în formulele care se aplică pentru calculele hidraulice. Cu panta la sută se exprimă pantele drumurilor, debușeelor etc., iar cu panta la mie, pantele canalelor.

Se menționează că, în afară de exprimarea pantei la unitate, la sută și la mie, care au cea mai mare utilizare, panta unei linii se mai poate exprima la orice distanță ; de exemplu : panta la 20 m, la 25 m etc., adică, în acest caz, panta se exprimă prin : $I=\frac{H}{20\text{ m}}$, $I=\frac{H}{25\text{ m}}$ etc.

În relația $I=\frac{H}{d}$, cunoscînd două elemente, se poate determina al treilea element. Astfel, cunoscînd panta I și distanța orizontală d, se calculează distanța verticală : $H=I\cdot d$. De asemenea, cunoscînd panta I și distanța verticală H, se determină distanța orizontală : $d=\frac{H}{I}$.

24.4. TRASAREA UNUI DRUM DE PANTĂ DATĂ

Trasarea unui drum de pantă dată se aplică la lucrările de organizarea teritoriului pe terenurile în pantă. Se știe că pe terenurile în pantă, drumurile principale, pentru a putea fi accesibile vehiculelor, nu trebuie să aibă o pantă mai mare de 10%. De aceea, în cazul cînd panta terenului, pe care se construiește drumul, depășește 10%, se alege un traseu mai lung, astfel ca între cele două extremități ale drumului, aliniamentele componente să aibă panta mai mică de 10%. Drumul se trasează mai întîi pe plan, și apoi, se aplică pe teren. Astfel, avînd de trasat un drum cu panta de 7%, între punctele A și B, pe un plan topografic întocmit la scara 1 : 5 000 cu echidistanța curbelor de nivel egală cu 5 m, se procedează în felul următor (fig. 24.15).

Se determină distanța orizontală d dintre două curbe de nivel consecutive, cu formula :

$$d=\frac{E}{I\cdot N},$$

în care : E este echidistanța curbelor de nivel ; I — panta terenului între A și B ; N — numitorul scării.

Aplicînd această formulă în cazul dat, rezultă :

$$d=\frac{5\text{ m}}{0{,}07\cdot 5\,000}=\frac{5\text{ m}}{350}=0{,}0143\text{ m}.$$

Se ia în compas distanța $d=14{,}3$ mm și se determină, din aproape în aproape, punctele în care se intersectează curbele de nivel cu traseul drumului. Pornind din A, cu deschiderea compasului egală cu 14,3 mm, se descrie un arc de cerc, care taie prima curbă de nivel în punctele 1 și 2. Se

mută piciorul compasului în punctul 1 și apoi, în punctul 2, și, cu aceeași rază egală cu 14,3 mm, se trasează arcele respective, care intersectează a doua curbă de nivel în punctele 3 și 4. Se procedează, la fel din aproape în aproape, pînă la punctul *B*, obținîndu-se două trasee : traseul *A*—1—3—5—7—9—*B* și traseul *A*—2—4—6—8—10—*B* cu aceeași pantă de 7%. Se alege traseul cel mai scurt, cît mai apropiat de linia *AB* și cu unghiurile dintre aliniamente cît mai mari. Din figura 24.15 rezultă că traseul *A*—1—3—5—7—9—*B* îndeplinește condițiile cerute.

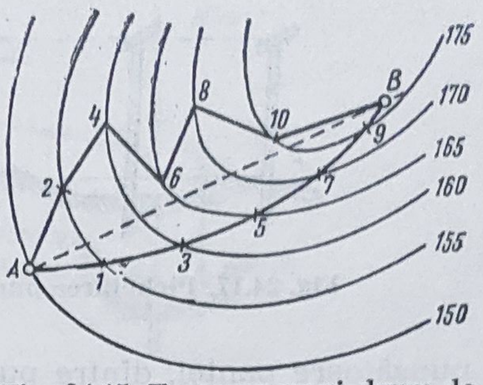


Fig. 24.15. Trasarea unui drum de pantă dată.

După trasarea, pe plan, a drumului cu panta dată, se calculează lungimile aliniamentelor, unghiurile dintre aliniamente sau orientările aliniamentelor componente, precum și elementele geometrice ale fiecărei curbe de racordare.

Aliniamentele și unghiurile se aplică pe teren cu teodolitul și cu panglica, iar racordarea aliniamentelor se face prin curbe circulare cu raze diferite așa cum s-a arătat la „Racordarea aliniamentelor circulare prin raze inegale".

24.5. TRASAREA PANTEI UNEI AXE CU NIVELUL ȘI CU MIRA

Trasarea pantei unei axe constă în a transpune pe teren, la anumite distanțe, cotele punctelor succesive de pe axa respectivă, astfel încît, unind punctele determinate, să rezulte axa cu panta proiectată. Fie de trasat fundul unui canal *AB* cu panta $I = 2‰$ și cu punctul *A* aflat la cota corespunzătoare pantei (fig. 24.16). Se pichetează axa canalului cu picheți care se înfig în pămînt, fără a se bate, la distanțe egale cu 20, 25 sau 50 m. Se staționează cu nivelul pe axa canalului, astfel ca porteele să nu depășească 100 m, iar axa de vizare să nu bată în pămînt sau să treacă pe deasupra mirei, așezată în punctele de legătură. Considerînd că punctele s-au marcat din 25 în 25 m, s-a făcut prima stație pe axa canalului, între punctele 2 și 3. Se vizează mira din *A* și, în raport de citirea obținută, se determină citirile pe mira așezată, succesiv, în punctele 1, 2, 3, 4 și 5, care se văd din prima stație.

Citirile la punctele 1, 2, 3, 4 și 5, corespunzătoare pantei canalului, se obțin adunînd la citirea pe mira din punctul *A*, diferența de nivel, cores-

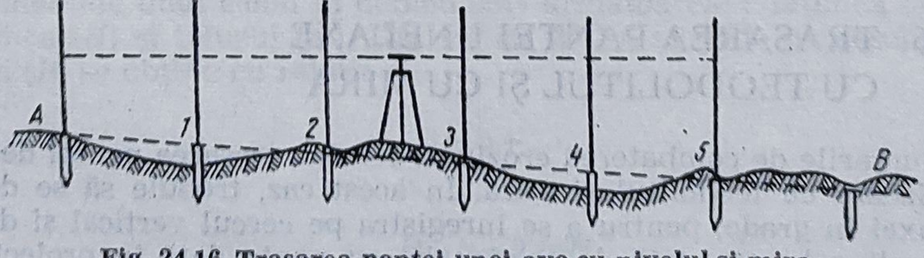


Fig. 24.16. Trasarea pantei unei axe cu nivelul și mira.

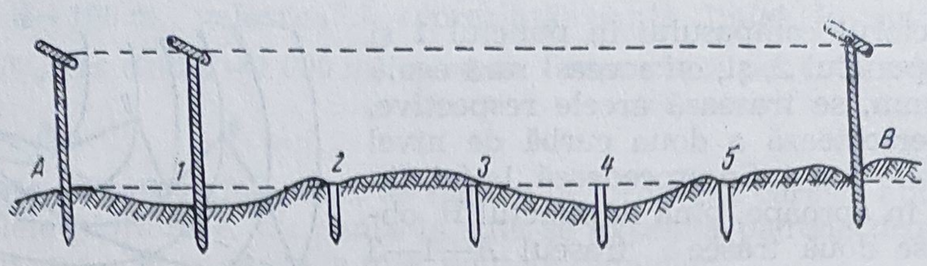


Fig. 24.17. Picheta rea punctelor intermediare pe panta axei cu teurile.

punzătoare pantei, dintre punctul A și fiecare din punctele arătate. Diferențele de nivel dintre A și punctele 1, 2, 3, 4 și 5, pentru panta $I = 2‰$ și distanțele respective $d_{A-1} = 25$ m, $d_{A-2} = 50$ m, $d_{A-3} = 75$ m, $d_{A-4} = 100$ m și $d_{A-5} = 125$ m, au valorile :

$$H_{A-1} = 0{,}002 \cdot 25 = 0{,}050 \text{ m} ;$$

$$H_{A-2} = 0{,}002 \cdot 50 = 0{,}100 \text{ m} = 2\, H_{A-1} ;$$

$$\vdots$$

$$H_{A-5} = 0{,}002 \cdot 125 = 0{,}250 \text{ m} = 5\, H_{A-1}$$

Considerînd că pe mira din A s-a obținut citirea $C_A = 1\,375$ m rezultă că citirile corespunzătoare pantei, pentru punctele 1, 2, 3, 4 și 5 au valorile :

$$C_1 = 1{,}375 + 0{,}050 = 1425$$
$$C_2 = 1{,}375 + 0{,}100 = 1475$$
$$\vdots$$
$$C_5 = 1{,}375 + 0{,}250 = 1625$$

Urmează ca țărușii din punctele 1, 2, 3, 4 și 5, unde au fost numai înfipți, să se bată în pămînt pînă se obțin pe miră citirile calculate.

În stația următoare, se pornește de la punctul 5, bătut la cota fundului, adică la cota corespunzătoare pantei canalului și se procedează la fel ca în prima stație.

Pentru economie de timp, inginerul va bate cu ajutorul nivelului și mirei, numai o parte din țărușii, iar cei din punctele intermediare, se vor bate, cu ajutorul teurilor, de către lucrători, instruiți în acest scop (figura 24.17).

Se precizează că panta canalelor se poate marca pe baza fișei de gabaritaj în care sînt trecute numerele punctelor, adîncimea debleului, înălțimea rambleului, lățimea la fund și deschiderea canalului.

24.6. TRASAREA PANTEI UNEI AXE CU TEODOLITUL ȘI CU MIRA

La lucrările de combaterea eroziunii solului, trasarea pantei debușeelor, se realizează cu teodolitul și mira. În acest caz, trebuie să se determine panta axei în grade, pentru a se înregistra pe cercul vertical și deci, pentru a înclina luneta, față de orizontală, cu panta dată în proiect. Astfel,

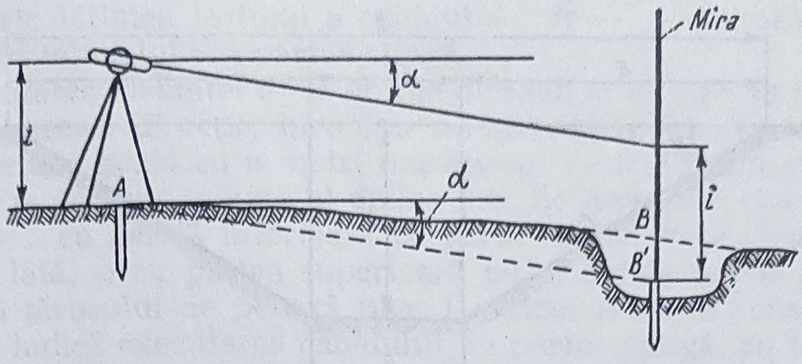


Fig. 24.18. Trasarea pantei unei axe cu teodolitul și mira.

avînd de trasat, pe teren înclinat, axa AB a unui canal cu panta $I=12{,}25\%$, se transformă panta din procente, cum este dată în proiect, în grade. În cazul dat, la panta $I=\operatorname{tg}\alpha=\frac{12{,}25}{100}=0{,}1225$ corespunde, în tabelele trigonometrice, unghiul $\alpha=7^{g}76^{c}$. Se staționează cu teodolitul în punctul A, aflat la cota corespunzătoare pantei canalului și se măsoară înălțimea i a aparatului (fig. 24.18). Se vizează semnalul din punctul B și se blochează alidada. Se înregistrează pe cercul vertical unghiul de pantă α, avînd grijă ca nivela eclimetrului să fie calată, și se blochează luneta în plan vertical. Pe direcția axei canalului, din 20 în 20 de pași, se plantează cîte un pichet, pe care se așază mira. Picheții se bat sau se ridică pînă ce axa de vizare a lunetei intersectează mira la înălțimea i a aparatului.

Inginerul poate determina cu teodolitul numai cîteva puncte pe axul lucrării, iar punctele intermediare se bat la cotă cu ajutorul teurilor de către lucrători, instruiți în acest scop.

24.7. GABARITAREA DEBLEULUI ȘI RAMBLEULUI

Debleul constituie secțiunea transversală a unui canal, care se execută în săpătură, iar rambleul reprezintă secțiunea transversală a unui dig sau a unui canal care se execută în umplutură. Gabaritarea, atît a debleului cît și a rambleului, constă în marcarea și semnalizarea elementelor de execuție ale canalelor și digurilor la dimensiunile proiectate și se realizează pe baza fișei de gabaritaj.

Gabaritarea debleului. Debleul sau secțiunea transversală a unui canal, care se execută în săpătură, are, în general, forma unui trapez (fig. 24.19).

Elementele unui canal în debleu sînt următoarele : lățimea la fund (b), adîncimea (H) și taluzul (m). Din figura 24.19, se vede că deschiderea canalului (B) se obține cu relația :

$$B=b+2a,$$

sau :

$$B=b+2\,mH$$

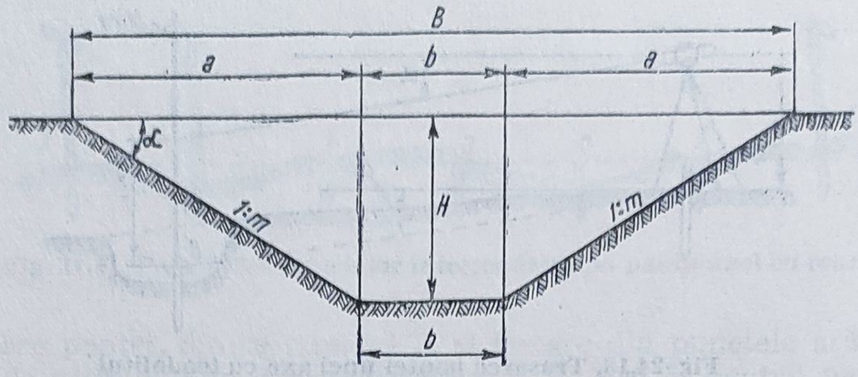


Fig. 24.19. Gabaritarea debleului pe teren orizontal.

Deci, pentru a marca, pe teren, deschiderea unui canal în debleu, se măsoară, începînd de la punctul de pe axa canalului, de o parte și alta, distanța : $d = \frac{b}{2} + a = \frac{b}{2} + mH$. Fiecare extremitate a deschiderii canalului, numită creasta taluzului se marchează cu picheți sau se semnalizează cu construcții speciale, numite gabariți, care indică executarea canalului cu taluzurile proiectate.

În figura 24.19 s-a prezentat gabaritarea debleului în cazul cînd cota terenului de la creasta taluzului este egală cu cota pichetului de pe axa canalului, adică în cazul cînd terenul este orizontal.

În afară de acest caz, mai pot avea loc încă două cazuri, după cum cota terenului de la creasta taluzului este mai mică sau mai mare decît cota pichetului de pe axa canalului.

În cazul *cînd cota terenului de la creasta taluzului este mai mică decît cota pichetului de pe axa canalului* gabaritarea debleului se face în felul următor (fig. 24.20).

În punctul de pe axa canalului, se ridică o perpendiculară, de o parte și alta a axei. Pe direcția perpendicularei, în partea stîngă, se măsoară cu lata și bolobocul, distanța orizontală d_1, care se calculează cu relația :

$$d_1 = \frac{b}{2} + Hn,$$

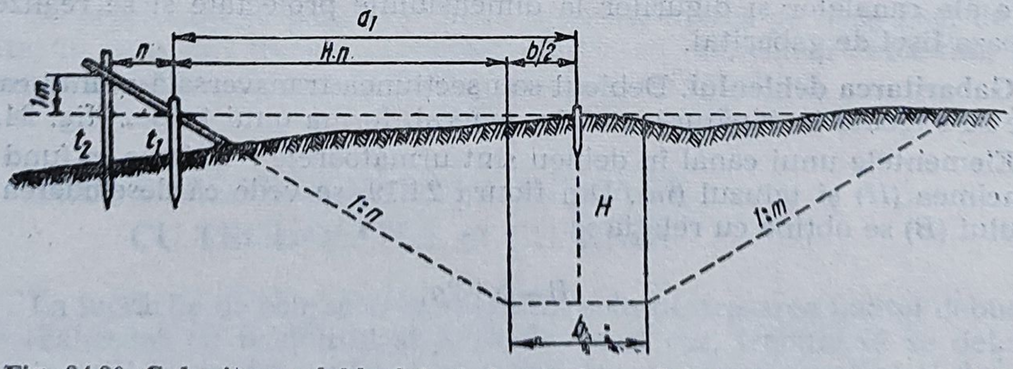


Fig. 24.20. Gabaritarea debleului cînd cota terenului de la creasta taluzului este mai mică decît cota țărușului de pe axa canalului.

în care : b este lățimea la fund a canalului ; H — adîncimea canalului ; n — numitorul taluzului din partea stîngă.

La extremitatea distanței d_1 se obține punctul t_1 în care se bate un par. Apoi, tot pe aceeași direcție, începînd de la t_1 și în afară, se măsoară o distanță orizontală egală cu n metri (numitorul taluzului din stînga), obținînd punctul t_2, în care se bate al doilea par. Se fixează o șipcă pe cei doi pari și anume : cu partea inferioară pe parul t_1 și la cota țărușului de pe axă, dată de lată, și cu partea superioară pe al doilea par t_2 și la o cotă egală cu cota țărușului de pe axă plus 1 metru. Această construcție, numită gabarit, indică executarea canalului, în partea stîngă, cu taluzul $1 : n$.

Gabaritarea debleului în cazul *cînd cota terenului de la creasta taluzului este mai mare decît cota pichetului de pe axa canalului* se realizează după cum urmează (fig. 24.21).

Perpendicular pe axa canalului, se măsoară, cu lata și bolobocul, distanța orizontală d_1', de la axa canalului la creasta taluzului (punctul unde taluzul atinge linia terenului) și se obține punctul t_1' în care se bate un par.

Distanța d_1', conform figurii 24.21, se obține cu formula :

$$d_1' = \frac{b}{2} + (H + h) \cdot n,$$

în care h este diferența de nivel dintre creasta taluzului și punctul marcat pe axa canalului, iar celelalte elemente au semnificațiile arătate anterior.

În continuare, pe aceeași direcție, începînd de la t_1' și în afară, se măsoară o distanță egală cu n metri (numitorul taluzului) și rezultă punctul t_2' în care se bate al doilea par. Parul t_2' trebuie să aibă, deasupra pămîntului, o înălțime de cel puțin 1 m. Pentru a se indica direcția de execuție a taluzului, se fixează pe cei doi pari o șipcă, astfel ca extremitatea inferioară a ei să cadă pe parul din t_1' la o cotă egală cu cota țărușului de pe axă $+h$, iar extremitatea superioară să vină pe parul t_2' la o cotă egală cu cota țărușului de pe axa canalului $+h+1$ metru.

În partea cealaltă a axei canalului, gabaritarea se realizează, potrivit celor arătate anterior, după cum cota terenului de la creasta taluzului este mai mică, egală sau mai mare decît cota pichetului pe axa canalului.

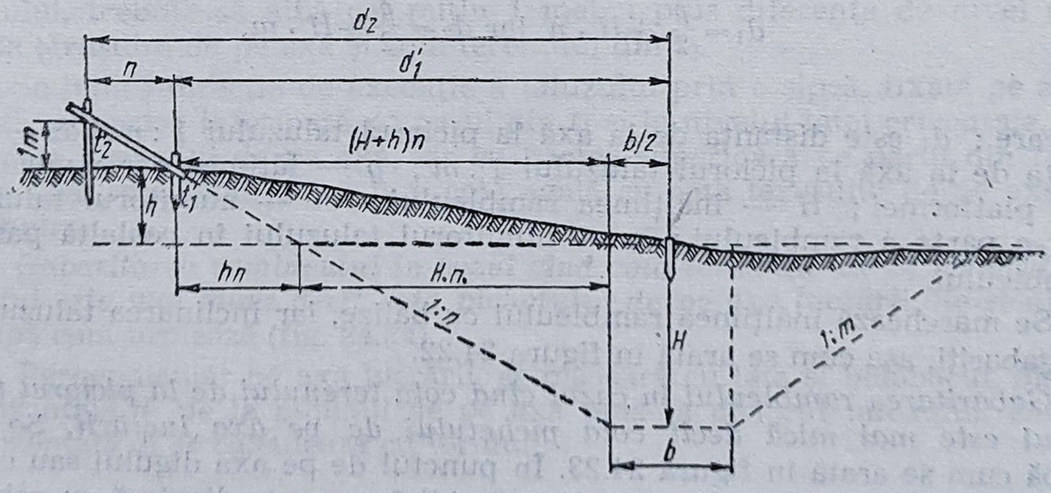


Fig. 24.21. Gabaritarea debleului cînd cota terenului de la creasta taluzului este mai mare decît cota țărușului de pe axa canalului.

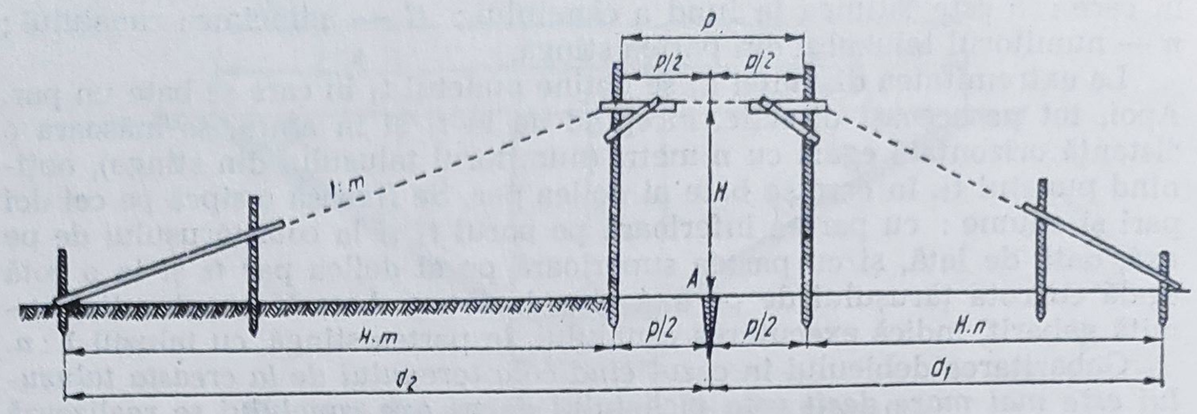


Fig. 24.22. Gabaritarea rambleului pe teren orizontal.

Gabaritarea rambleului. În cazul digurilor, precum și al canalelor de irigație, care se execută după procedeul denumit „prin platforme", secțiunea transversală se realizează în umplutură sau rambleu. În general, secțiunea transversală a unui dig sau a unui canal în rambleu are forma unui trapez, cu laturile care unesc cele două baze înclinate la fel sau diferit. În cele ce urmează se prezintă gabaritarea rambleului în cazul cînd taluzurile sînt diferite.

La gabaritarea rambleului, ca și la gabaritarea debleului, se deosebesc trei cazuri, după cum cota terenului de la piciorul taluzului este egală, mai mică sau mai mare decît cota pichetului de pe axa lucrării respective (dig sau canal de irigație în rambleu).

Gabaritarea rambleului, *în cazul cînd cota terenului de la piciorul taluzului este egală cu cota pichetului de pe axa lucrării*, adică *terenul este orizontal*, de o parte și alta a axei, se realizează în felul următor (fig. 24.22). În punctul de pe axa lucrării se ridică o perpendiculară, de o parte și alta a axei. Pe direcția perpendicularei, începînd de la punctul de pe axa lucrării, se măsoară, într-o parte, distanța d_1, iar în cealaltă parte, distanța d_2, care se determină cu formulele :

$$d_1 = \frac{p}{2} + H \cdot n, \text{ iar } d_2 = \frac{p}{2} + H \cdot m,$$

în care : d_1 este distanța de la axă la piciorul taluzului $1 : n$; d_2 — distanța de la axă la piciorul taluzului $1 : m$; p — lățimea coronamentului sau platformei ; H — înălțimea rambleului ; m — numitorul taluzului într-o parte a rambleului ; n — numitorul taluzului în cealaltă parte a rambleului.

Se marchează înălțimea rambleului cu balize, iar înclinarea taluzurilor cu gabariți, așa cum se arată în figura 24.22.

Gabaritarea rambleului în cazul cînd cota terenului de la piciorul taluzului este mai mică decît cota pichetului de pe axa lucrării. Se face după cum se arată în figura 24.23. În punctul de pe axa digului sau canalului în rambleu, de o parte și alta, se ridică o perpendiculară cu echerul sau cu nivelul prevăzut cu cerc gradat. Pe direcția perpendicularei, înce-

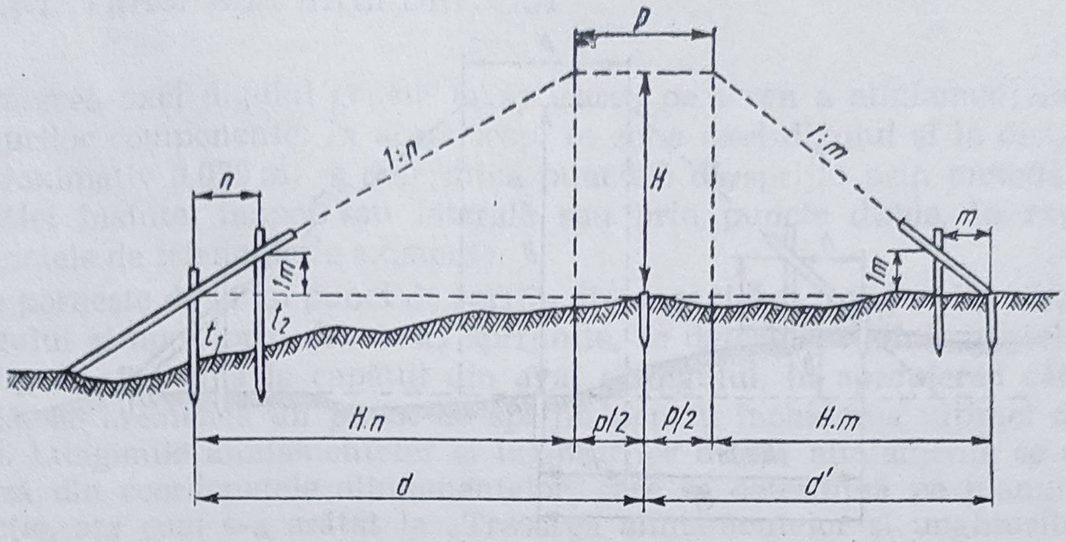


Fig. 24.23. Gabaritarea rambleului cînd cota terenului de la piciorul taluzului este mai mică decît cota țărușului de pe axa lucrării.

pînd de la punctul de pe axa lucrării, se măsoară, cu lata și bolobocul, distanța orizontală d care se calculează cu relația :

$$d = \frac{p}{2} + H \cdot n,$$

în care : d este distanța orizontală de la axă la piciorul taluzului ; p — lățimea coronamentului sau platformei ; H — înălțimea rambleului ; n — numitorul taluzului.

În extremitatea distanței orizontale d, se determină, cu ajutorul firului cu plumb sau cu un jalon, punctul t_1 de pe teren în care se bate un par. Înălțimea parului, de la pămînt, trebuie să depășească diferența de nivel dintre cota țărușului de pe axă și cota terenului în punctul t_1. Pe aceeași direcție, începînd de la parul din t_1 și spre interior, se măsoară o distanță orizontală egală cu n metri (numitorul taluzului) și, la extremitatea ei, se bate al doilea par în t_2. Înălțimea parului din t_2, de la nivelul solului, trebuie să aibă cel puțin 1 metru plus diferența de nivel dintre cota țărușului de pe axă și cota terenului din t_2.

Se indică direcția de execuție a taluzului prin o șipcă, fixată pe cei doi pari, cu partea inferioară pe parul din t_1 și la nivelul latei orizontale, adică la cota țărușului de pe axă, iar cu partea superioară pe parul din t_2 și la 1 m deasupra latei, adică la o cotă egală cu cota țărușului de pe axă plus 1 metru.

Gabaritarea rambleului în cazul cînd cota terenului de la piciorul taluzului este mai mare decît cota pichetului de pe axa lucrării. Se realizează după cum urmează (fig. 24.24).

Perpendicular pe axa lucrării, se măsoară cu lata și bolobocul, distanța orizontală d_1 de la punctul de pe axă pînă la piciorul taluzului. Distanța orizontală d_1 se calculează cu formula :

$$d_1 = \frac{p}{2} + (H - h) \cdot n$$

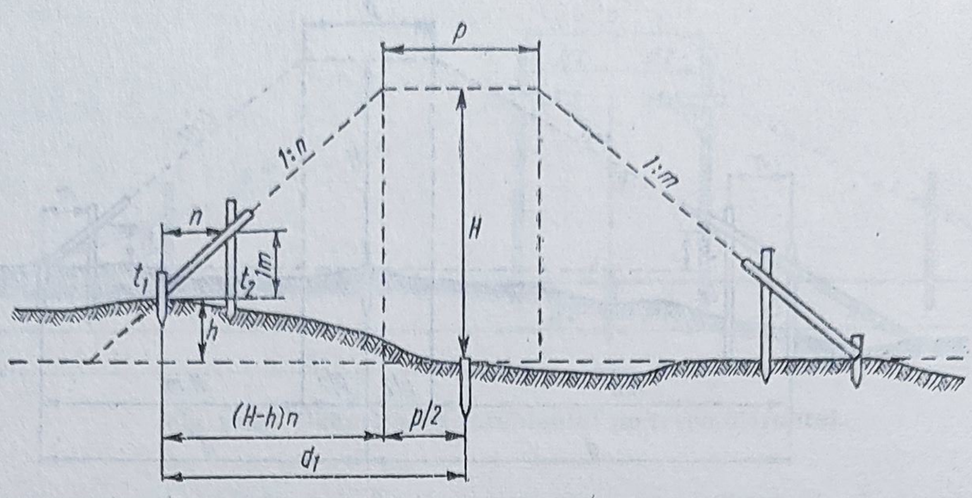


Fig. 24.24. Gabaritarea cînd cota terenului de la piciorul taluzului este mai mare decît cota țărușului de pe axa lucrării.

în care : h este diferența de nivel dintre cota terenului de la piciorul taluzului și cota țărușului de pe axa lucrării, iar celelalte elemente au semnificațiile arătate anterior.

La extremitatea distanței d_1 se obține punctul t_1, care marchează piciorul taluzului și în care se bate un par. Pe aceeași direcție, începînd de la t_1 și către axă, se măsoară o distanță orizontală egală cu n metri și se obține punctul t_2 în care se bate al doilea par. Înălțimea parului din t_2, față de nivelul latei, deci față de cota țărușului de pe axă, trebuie să depășească valoarea : $1\ m+h$. Înclinarea taluzului se marchează printr-o șipcă, fixată pe parul din t_1 cu partea inferioară la o cotă egală cu cota țărușului de pe axă plus h, iar pe parul din t_2 cu partea superioară la o cotă egală cu cota pichetului de pe axă $+h+1$ metru.

În concluzie, atît la gabaritatea debleului cît și la gabaritarea rambleului se determină distanțele orizontale de la axa lucrării la creasta sau piciorul taluzului, unde se plantează gabariți care indică execuția debleului sau rambleului cu taluzurile proiectate. Distanțele orizontale se măsoară, în general, cu lata și bolobocul. În cazul cînd depărtarea de la axa lucrării la creasta sau la piciorul taluzului este mare, astfel că folosirea latei și bolobocului devine dificilă, gabaritarea debleului și rambleului se realizează cu ajutorul nivelului prevăzut cu cerc gradat și cu ajutorul mirei. Cu nivelul se ridică perpendicularele pe axa lucrării și se determină cotele de la creasta sau de la piciorul taluzului și în funcție de aceste cote se execută gabaritarea, conform celor arătate în cazurile prezentate.

24.8. TRASAREA LUCRĂRILOR DE ÎNDIGUIRE

Trasarea lucrărilor de îndiguire constă în următoarele operații : trasarea axei digului, întocmirea fișei de gabaritaj, gabaritarea profilurilor transversale ale digului, pichetarea gropilor de împrumut și verificarea elementelor de execuție ale digului.

24.8.1. TRASAREA AXEI DIGULUI

Trasarea axei digului constă în aplicarea pe teren a aliniamentelor și unghiurilor componente. În acest scop, în zona axei digului și la distanțe de aproximativ 3 000 m, se determină punctele de sprijin prin metoda intersecției înainte, înapoi sau laterală sau prin puncte duble, în raport de punctele de triangulație existente.

Se pornește de la un punct de sprijin din apropierea capului din amonte al digului și apoi, prin drumuiri sprijinite, se determină aliniamentele și unghiurile axei pînă la capătul din aval al digului, în apropierea căruia se află, de asemenea un punct de sprijin pentru închiderea ultimei drumuiri. Lungimile aliniamentelor și unghiurilor dintre aliniamente se calculează din coordonatele aliniamentelor, care se determină pe planul de execuție, așa cum s-a arătat la „Trasarea aliniamentelor și unghiurilor".

Racordarea aliniamentelor se face prin curbe circulare ale căror elemente geometrice sînt date în proiect pe profilul longitudinal al digului.

Trasarea curbelor de racordare se execută conform celor arătate la 24.2, aplicînd metodele care corespund situației de pe teren.

Trasarea axei digului se face, din aproape în aproape, pe măsura executării terasamentelor, pentru a nu fi distruși picheții din cauza circulației.

24.8.2. FIȘA DE GABARITAJ PENTRU DIG

Fișa de gabaritaj pentru dig este un tabel în care se înregistrează elementele secțiunilor sau profilurilor transversale și volumele terasamentelor. Pentru întocmirea fișei de gabaritaj, se determină, prin nivelment geometric, cotele punctelor marcate pe axa digului. Cu ajutorul cotelor și distanțelor corespunzătoare punctelor de pe axa digului, precum și cu ajutorul profilului transversal proiectat, se calculează elementele de execuție ale digului și volumele de terasamente, care se înregistrează într-o fișă, numită fișă de gabaritaj.

Elementele fișei de gabaritaj pentru dig. În cazul proiectării unui dig cu secțiunea transversală pentru profilul tip de Dunăre, cu banchetă, fișa de gabaritaj cuprinde 18 coloane cu semnificațiile arătate în tabelul 24.1.

În coloana întîi se notează numărul profilului transversal. În a doua, în a treia și în a patra coloană se înregistrează, respectiv cota terenului, cota proiectată a coronamentului și cota proiectată a banchetei, care se extrag din profilul longitudinal al digului. În coloana a cincea, se notează înălțimea (H) a digului, iar în a șasea, se înregistrează înălțimea (h) a banchetei, care se calculează respectiv, cu relațiile :

$$H = Z_c - Z_t, \text{ iar } h = Z_b - Z_t,$$

în care : Z_c este cota proiectată a coronamentului ; Z_b — cota proiectată a banchetei ; Z_t — cota terenului.

Tabelul 24.1

Fișa de gabaritaj pentru dig

Nr. profilului	Cota teren Z_t	Cota coronament Z_c	Cota banchetei Z_b	Înălțimea digului H	Înălțimea banchetei h	mH	c	$n\,(H-h)$	b	nh	Dist. de la axă la piciorul taluz exterior T_e	Dist. de la axă la piciorul taluz interior T_i	Secțiuni parțiale S_p m²	Secțiuni medii Sm m²	Dist. între profili d	Volum parțial V_p m³	Volum cumulat V_c m³
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
7+750	20,54	24,20	22,20	3,66	1,66	10,98	5,50	4	4	3,32	13,73	14,07	61,635				
														70,425	50	3 521,250	3 521,250
7+800	19,94	24,20	22,20	4,26	2,26	12,78	5,50	4	4	4,52	15,53	15,27	79,214				
														75,590	50	3 779,500	7 300,750
7+850	20,18	24,20	22,20	4,02	2,02	12,06	5,50	4	4	4,04	14,81	14,79	71,965				
														67,920	50	3 396,000	10 696,750
7+900	20,46	24,20	22,20	3,74	1,74	11,22	5,50	4	4	4,48	13,97	14,23	63,874				
														63,874	50	3 193,700	13 890,450
7+950	20,45	24,19	22,19	3,74	1,74	11,22	5,50	4	4	3,48	13,97	14,23	63,874				
														62,893	50	3 144,650	17 035,100
8+000	20,52	24,19	22,19	3,74	1,67	11,01	5,50	4	4	3,34	13,76	14,09	61,912				
														65,763	50	3 288,150	20 323,250
8+050	20,25	24,19	22,19	3,94	1,94	11,82	5,50	4	4	3,88	14,57	14,63	69,614				

În coloanele 7, 8, 9, 10 și 11 se înscriu, respectiv, valorile :

mH = produsul dintre taluzul exterior (m) și înălțimea digului ; c = lățimea proiectată a coronamentului ; $n(H—h)$ = produsul dintre taluzul interior (n) și diferența între înălțimea digului și înălțimea banchetei ; b = lățimea proiectată a banchetei : nh = produsul dintre taluzul interior și înălțimea banchetei.

În a 12-a coloană se notează distanța de la axa digului la piciorul taluzului exterior (T_e), iar în a 13-a coloană, distanța de la axă la piciorul taluzului interior (T_i), care se determină cu relațiile

$$d_{A-Te} = \frac{c}{2} + m \cdot H ;$$

$$d_{A-Ti} = \frac{c}{2} + n\,(H-h) + b + nh =$$

$$= \frac{c}{2} + nH + b.$$

În coloanele următoare 14, 15, 16, 17 și 18 se înregistrează elementele pentru calculul terasamentelor și anume : secțiunile parțiale (Sp), secțiunile medii (Sm), distanța între secțiuni sau profiluri (d), volumele parțiale (Vp) și volumele cumulate (Vt).

Calculul secțiunilor transversale și calculul volumului de terasamente. *Calculul secțiunilor transversale.* Secțiunea transversală pentru profilul tip Dunăre, cu banchetă, cum s-a prevăzut în fișa de gabaritaj, se poate calcula în funcție de coordonatele rectangulare ale punctelor care definesc secțiunea sau profilul transversal al digului sau prin descompunerea secțiunii în trei părți : corpul digului, bancheta și bombamentul.

Calculul secțiunii digului, fără bombament, în funcție de coordonatele rectangulare, se face cu formulele stabilite pe cale analitică la „Calculul suprafețelor", în capitolul 20.

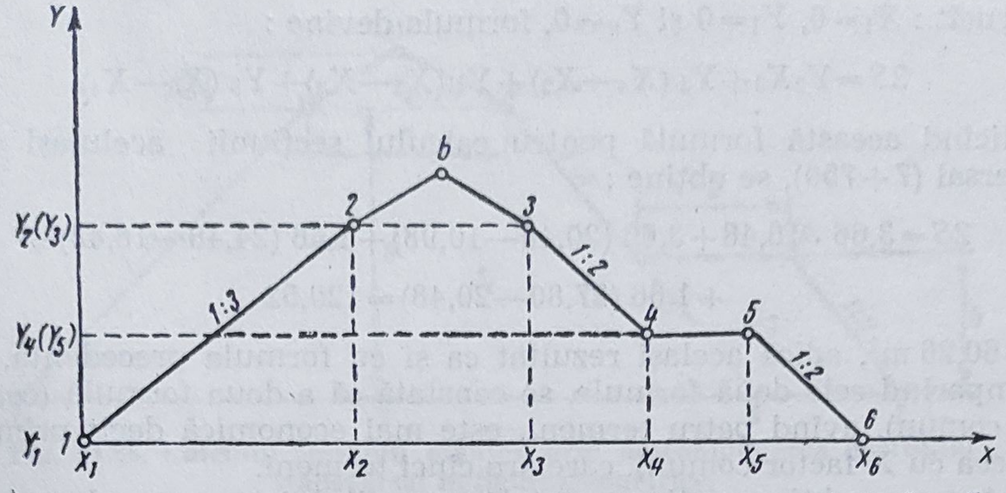


Fig. 24.25. Determinarea secțiunii digului, fără bombament, în funcție de coordonatele rectangulare.

Astfel, din figura 24.25, unde este reprezentat profilul digului tip Dunăre cu banchetă, rezultă :

$$2S = X_1 (Y_6 — Y_2) + X_2 (Y_1 — Y_3) + X_3 (Y_2 — Y_4) + X_4 (Y_3 — Y_5) + \\ + X_5 (Y_4 — Y_6) + X_6 (Y_5 — Y_1),$$

în care :

$$X_1 = 0,\ Y_1 = 0 \text{ și } Y_6 = 0.$$

Deci, secțiunea transversală a digului cu banchetă, fără bombament, se poate calcula cu formula :

$$2S = — X_2 Y_3 + X_3 (Y_2 — Y_4) + X_4 (Y_3 — Y_5) + X_5 Y_4 + X_6 Y_5.$$

În această formulă, coordonatele rectangulare ale punctelor 2, 3, 4, 5 și 6 au valorile :

$$X_2 = mH\ ;\ X_3 = mH + c\ ;\ X_4 = mH + c + n\,(H — h)\ ;$$

$$X_5 = mH + c + (H — h) + b\ ;\ X_6 = mH + c + n\,(H — h) + b + nh\ ;$$

$$Y_2 = Y_3 = H\ ;\ Y_4 = Y_5 = h,$$

care se extrag din fișa de gabaritaj.

Calculînd, cu această formulă, secțiunea profilului transversal 7+750, ale cărui elemente sînt date în fișa de gabaritaj (tabelul 24.1), rezultă :

$$2S = — 10{,}98 \cdot 3{,}66 + 16{,}48\,(3{,}66 — 1{,}66) + 20{,}48\,(3{,}66 — 1{,}66) + \\ + 24{,}48 \cdot 1{,}66 + 27{,}80 \cdot 1{,}66 = 120{,}52\ ;$$

$$S = 210{,}52 : 2 = 60{,}26\ \text{m}^2.$$

Verificarea calculului se face cu formula :

$$2S = Y_1 (X_2 — X_6) + Y_2 (X_3 — X_1) + Y_3 (X_4 — X_2) + Y_4 (X_5 — X_3) + \\ + Y_5 (X_6 — X_4) + Y_6 (X_1 — X_5).$$

Întrucît : $X_1=0$, $Y_1=0$ și $Y_6=0$, formula devine :

$$2S=Y_2X_3+Y_3\,(X_4-X_2)+Y_4\,(X_5-X_3)+Y_5\,(X_6-X_4)$$

Aplicînd această formulă pentru calculul secțiunii aceluiași profil transversal (7+750), se obține :

$$2S=3{,}66\cdot 16{,}48+3{,}66\,(20{,}48-10{,}98)+1{,}66\,(24{,}48-16{,}48)+$$
$$+1{,}66\,(27{,}80-20{,}48)=120{,}52$$

$S=60{,}26\ m^2$, adică același rezultat ca și cu formula precedentă.

Comparînd cele două formule, se constată că a doua formulă (cea cu Y factor comun), avînd patru termeni, este mai economică decît prima formulă (cea cu X factor comun), care are cinci termeni.

Pentru a se obține secțiunea totală a profilului transversal, trebuie să se adauge secțiunea bombamentului.

Bombamentul fiind același pe toată lungimea digului și avînd forma unui triunghi, se calculează cu relația :

$$S_b=\frac{c\cdot i}{2},$$

în care : c este baza triunghiului, egală cu lățimea coronamentului ; i — înălțimea bombamentului.

La digul de profil tip Dunăre, $c=5{,}50$ m și $i=0{,}50$ m ; deci : $Sb=\frac{5{,}50\cdot 0{,}50}{2}=1{,}375\ m^2$.

Rezultă că secțiunea totală a profilului transversal 7+750 are valoarea : $60{,}26+1{,}375=61{,}635\ m^2$, care se înregistrează în coloana 14 din fișa de gabaritaj.

Calculul secțiunii digului prin descompunerea profilului transversal în figuri geometrice rezultă din figura 24.26, unde corpul digului este un trapez, bombamentul, un triunghi, iar bancheta, un paralelogram.

Formulele cu care se calculează aceste secțiuni parțiale sînt următoarele :

— pentru trapez : $S_1=cH+\frac{m+n}{2}H^2$;

— pentru triunghi : $S_2=\frac{0{,}50}{2}\cdot c=0{,}25\cdot c$;

— pentru paralelogram : $S_3=b\cdot h$

Însumînd secțiunile parțiale, rezultă formula generală cu care se calculează secțiunea profilului transversal al digului tip Dunăre, cu banchetă, adică :

$$S=S_1+S_2+S_3=cH+\frac{m+n}{2}H^2+0{,}25\,c+bh,$$

sau :

$$S=c\,(0{,}25+H)+\left(\frac{m+n}{2}\right)H^2+bh.$$

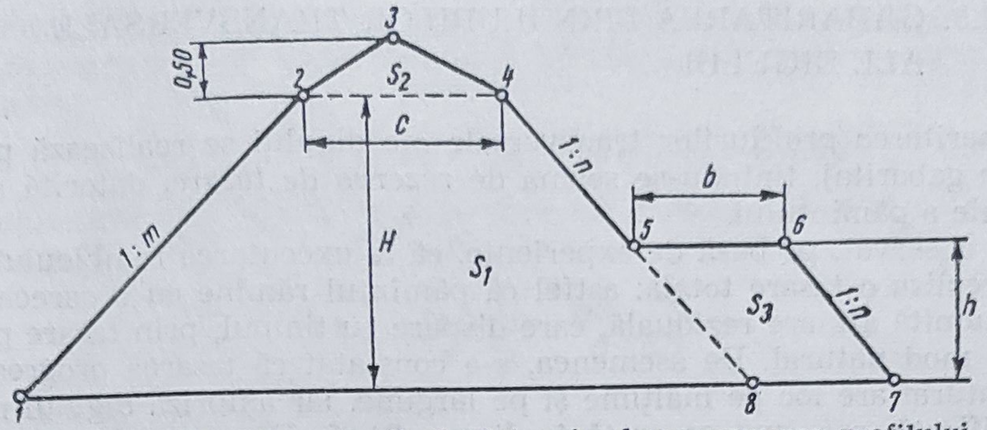


Fig. 24.26. Calculul secțiunii digului, prin descompunerea profilului transversal în figuri geometrice.

Calculînd, cu această formulă, secțiunea profilului transversal 7+750, se obține :

$$S_{7+750} = 5{,}50\,(0{,}25 + 3{,}66) + \frac{3+2}{2} \cdot 3{,}66^2 + 4 \cdot 1{,}66 = 61{,}634\ \text{m}^2,$$

adică o valoare egală cu cea determinată în funcție de coordonatele rectangulare.

Calculul volumului de terasamente. Volumul de terasamente se calculează în funcție de secțiunea medie și distanța dintre două profiluri transversale consecutive.

Secțiunea medie se determină cu relația :

$$Sm = \frac{S_1 + S_2}{2},$$

în care : S_1 și S_2 sînt secțiunile parțiale a două profiluri transversale consecutive.

Exemplu. Secțiunea medie între profilul 7+750 și profilul 7+800 are valoarea :

$$Sm = \frac{61{,}635 + 79{,}214}{2} = 70{,}425\ \text{m}^2,$$

care se înregistrează în fișa de gabaritaj în coloana 15.

Volumul parțial se calculează cu relația :

$$Vp = d \cdot Sm,$$

în care d este distanța dintre cele două profiluri consecutive pentru care s-a calculat secțiunea medie (Sm).

Exemplu. Volumul parțial între profilul 7+750 și profilul 7+800 are valoarea : $50 \cdot 70{,}425 = 3\,521{,}250\ \text{m}^3$, care se înregistrează în a 17-a coloană din fișa de gabaritaj.

Volumele parțiale se însumează, din aproape în aproape, și se obțin volumele cumulate care se notează în coloana a 18-a din fișa de gabaritaj.

24.8.3. GABARITAREA PROFILURILOR TRANSVERSALE ALE DIGULUI

Gabaritarea profilurilor transversale ale digului se realizează pe baza fișei de gabaritaj, ținîndu-se seama de *rezerva de tasare,* datorită afînării reziduale a pămîntului.

S-a observat, pe bază de experiențe, că la executarea rambleului nu se poate realiza o tasare totală, astfel că pămîntul rămîne cu o oarecare afînare, numită afînare reziduală, care dispare cu timpul, prin tasare progresivă în mod natural. De asemenea, s-a constatat că tasarea progresivă în mod natural are loc pe înălțime și pe lărgime, iar ampriza digului rămîne nemodificată, așa cum se arată în figura 24.27. De aceea, la gabaritarea profilurilor transversale, trebuie să se mărească înălțimea proiectată cu rezerva de tasare pe înălțime, precum și lărgimea proiectată cu rezerva de tasare pe lărgime. Rezerva de tasare pe lărgime se determină, respectiv, cu relațiile :

$$\Delta H = \mu_1 \cdot H \text{ și } \Delta C = \Delta C_1 + \Delta C_2 = \mu_2 \cdot H,$$

în care : ΔH este rezerva de tasare pe înălțime ; ΔC — rezerva de tasare pe lărgime ; H — înălțimea proiectată a profilului transversal ; μ_1 și μ_2 — coeficienții în funcție de natura materialului de construcție a rambleului.

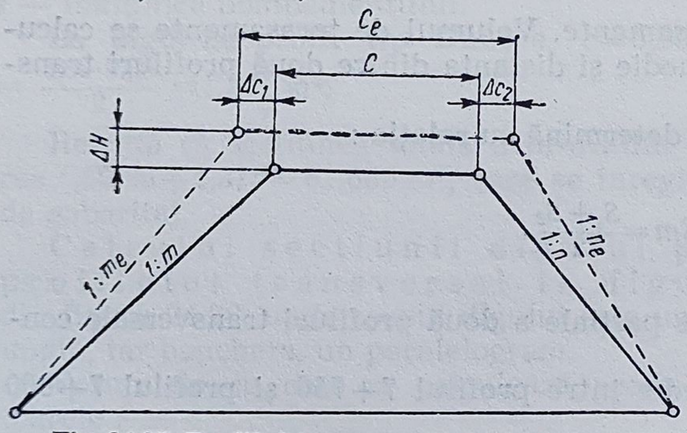


Fig. 24.27. Profilul transversal al digului cu rezerva de tasare.

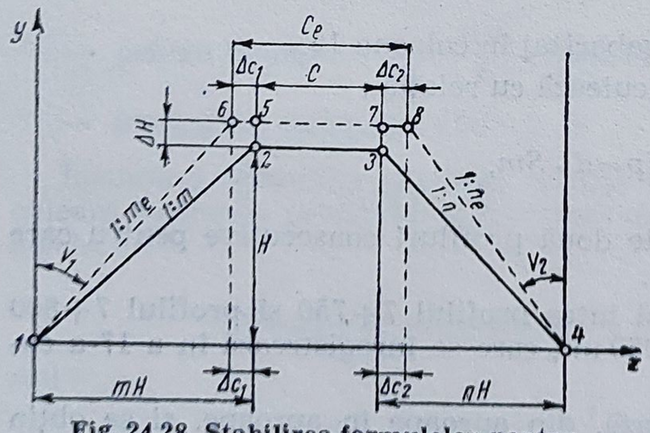


Fig. 24.28. Stabilirea formulelor pentru m_e și e_n.

În consecință, pentru execuție, înălțimea rambleului și lățimea coronamentului vor avea valorile :

$H_e = H + \Delta H$, iar $C_e = c + \Delta C$,

în care : H_e este înălțimea de execuție a rambleului ; C_e — lățimea de execuție a coronamentului.

Modificîndu-se înălțimea rambleului și lățimea coronamentului, se modifică și taluzurile proiectate $1 : m$ și $1 : n$, rezultînd, pentru execuție, taluzurile $1 : m_e$ și $1 : n_e$, care trebuie calculate. Relațiile pentru numitorii taluzurilor de execuție m_e și n_e se pot stabili cu ajutorul figurei 24.28 în care profilul transversal al digului s-a încadrat într-un sistem de axe de coordonate rectangulare cu axa X-lor pe ampriza digului, iar originea în punctul 1, care

marchează piciorul taluzului exterior. Din figura 24.28 rezultă că punctele 1 și 6, care definesc linia taluzului exterior, au următoarele coordonate rectangulare :

$$X_1=0,\ Y_1=0,\ X_6=mH-\Delta C_1 \text{ și } Y_6=H+\Delta H$$

Cunoscînd coordonatele rectangulare ale punctelor 1 și 6, se poate determina panta liniei 1—6 cu relația :

$$\operatorname{tg} V_1=\frac{X_6-X_1}{Y_6-Y_1}=\frac{mH-\Delta C_1}{H+\Delta H}.$$

Întrucît $\operatorname{tg} V_1=m_e$, rezultă :

$$m_e=\frac{mH-\Delta C_1}{H+\Delta H}.$$

În mod asemănător se determină panta liniei 4—8, care este egală cu n_e. Tot din figua 24.28, rezultă că punctele 4 și 8 au următoarele coordonate rectangulare :

$$X_4=mH+c+nH\ ;\ Y_4=0$$

$$X_8=mH+c+\Delta C_2\ ;\ Y_8=H+\Delta H.$$

Din coordonatele rectangulare ale punctelor 4 și 8 se calculează $\operatorname{tg} V_2=n_e$ cu relația :

$$\operatorname{tg} V_2=\frac{X_8-X_4}{Y_8-Y_4}=\frac{mH+c+\Delta C_2-mH-c-nH}{H+\Delta H},$$

sau :

$$n_e=\frac{nH-\Delta C_2}{H+\Delta H}.$$

Întrucît, $\Delta C=\Delta C_1+\Delta C_2=\mu_2\cdot H$, iar diferența dintre ΔC_1 și ΔC_2 este foarte mică, se poate lua :

$$\Delta C_1=C_2=\frac{\Delta C}{2}=\frac{H}{2}\mu_2.$$

În acest caz, formulele pentru m_e și n_e devin :

$$m_e=\frac{mH-\frac{H}{2}\mu_2}{H+\mu_1 H}=\frac{H\left(\frac{2m-\mu_2}{2}\right)}{H(1+\mu_1)}=\frac{m-\frac{\mu_2}{2}}{1-\mu_1},$$

$$\text{și : } n_e=\frac{nH-\frac{H}{2}\mu_2}{H+\mu_1 H}=\frac{H\left(\frac{2n-\mu_2}{2}\right)}{H(1-\mu_1)}=\frac{n-\frac{\mu_2}{2}}{1-\mu_1}.$$

Cunoscînd elementele H_e, C_e, m_e și n_e, se procedează la gabaritarea profilurilor transversale pentru execuția digului. Gabaritarea sau materializarea în plan vertical a profilurilor transversale se face în mod diferit după cum digul se execută manual sau mecanizat. În cazul cînd se execută manual, se materializează ampriza, înclinările taluzului și mu-

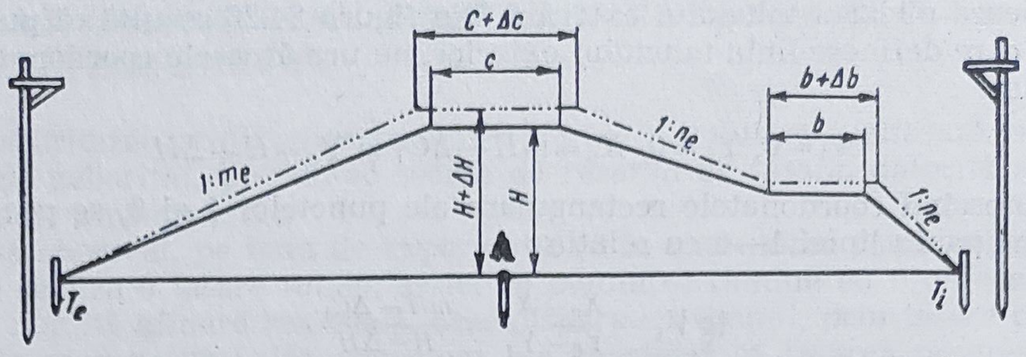


Fig. 24.29. Gabaritarea digului pentru execuția pe cale mecanizată.

chiile coronamentului. Dacă se execută mecanizat, cu screpere, așa cum se procedează, în mod curent, pe șantierele de îmbunătățiri funciare, se marchează numai ampriza și înălțimea digului (fig. 24.29). Ampriza se marchează prin punctele T_e și T_i, amplasate la distanțele $d_{A-Te}=mH+\frac{c}{2}$ și $d_{A-Ti}=nH+\frac{c}{2}$, măsurate, în plan orizontal și perpendicular pe axa digului, respectiv, într-o parte și alta a acestuia. Punctele T_e și T_i, care limitează ampriza digului, se marchează prin cîte un pichet.

După marcarea amprizei, se plantează, atît în exterior, cît și în interior, cîte o baliză pentru indicarea înălțimii digului. Balizele se plantează la o depărtare de circa 30 cm față de piciorul taluzului, pentru a permite screperelor să circule și să așeze pămîntul pe toată lungimea amprizei.

24.8.4. PICHETAREA ȘI VOLUMUL GROPILOR DE ÎMPRUMUT

Pichetarea gropilor de împrumut. Gropile, care rezultă în urma săpăturilor pentru construirea digului, poartă numele de gropi de împrumut, și se amplasează în zona dig—mal pentru a nu se distruge solul fertil din incintă și pentru a fi colmatate de viituri, iar terenul ocupat de ele să fie redat plantațiilor. Latura dintre dig a gropilor de împrumut se pichetează la minimum 15—20 m depărtare de piciorul taluzului exterior în cazul digurilor de la Dunăre și la cel puțin 5—10 m în cazul digurilor de pe rîuri. Aliniamentele acestei laturi se pichetează din 10 în 10 m și, dacă este posibil, se semnalizează cu var pentru a se urmări ușor de către mecanicii terasieri.

Se marchează, de asemenea, și latura dinspre apă a gropilor de împrumut pentru a se cunoaște precis lățimea pe care se va săpa.

Gropile de împrumut pentru dig, avînd o adîncime mare, nu se sapă continuu, ci la 50—100 m se întrerup, lăsîndu-se un prag lat de 6 m care nu se sapă. În acest fel, se evită crearea unui curent de apă în timpul viiturilor, favorizîndu-se colmatarea gropilor prin aluviunile lăsate de ape. Punctele care limitează pragurile se pichetează, de o parte și alta a acestora, pe toată lățimea gropilor de împrumut.

Volumul gropilor de împrumut. Gropile de împrumut pot avea o formă regulată sau neregulată. La gropile de formă regulată, se măsoară lun-

gimea (L), și lățimea (l), iar adîncimea se măsoară în mai multe puncte, determinîndu-se valoarea medie (H_m). În acest scop, volumul gropilor de împrumut se calculează cu formula : $V = L \cdot l \cdot H_m$.

Întrucît, asemenea cazuri sînt rare, pentru a se determina volumul gropilor de împrumut, se procedează după cum urmează. Se execută nivelment geometric la suprafața terenului, înainte de executarea gropii și apoi, pe fundul gropii după săparea pămîntului. În acest scop, între latura dinspre dig și cea dinspre apă, se pichetează suprafața gropii în caroiaj cu latura de 5 m. Se transmite cota de la un reper de nivelment la un punct fix, ales în apropierea gropii și ferit de circulația utilajelor terasiere. Pornind de la acest punct fix, se determină cotele punctelor caroiajului de la suprafață. După săparea gropii, se pichetează fundul ei, ca și suprafața, în caroiaj cu latura de 5 m. Plecînd de la punctul fix, se determină cotele punctelor caroiajului de pe fundul gropii. Se calculează cota medie a punctelor caroiajului de la suprafața gropii, adică Z_s și cota medie a punctelor caroiajului de pe fundul gropii, notată cu Z_g. Adîncimea medie de săpătură se obține cu relația : $H_m = Z_s - Z_g$.

Se menționează că în cazul cînd groapa s-a executat parțial, atunci se vor calcula cotele medii pentru punctele corespunzătoare de la suprafața și de la fundul gropii numai acolo unde s-a făcut săpătura.

La gropile cu formă regulată, volumul de săpătură se obține cu formula dată anterior. Gropile de împrumut cu formă neregulată se vor descompune în triunghiuri la care se măsoară laturile. Calculul ariei fiecărui triunghi se va face cu formula lui H e r o n : $S_3 = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Se adună ariile parțiale, iar suma obținută se înmulțește cu înălțimea medie și rezultă volumul de săpătură.

24.8.5. TRASAREA RAMPELOR

Rampele se construiesc pentru accesul pe dig și pentru trecerea peste dig în dreptul drumurilor de exploatare. Ele sînt interioare sau exterioare, construindu-se, respectiv, în partea dinspre incintă sau în partea dinspre apă. Rampele interioare se execută perpendicular pe axa digului, iar cele exterioare, fie perpendicular, fie înclinate sub un unghi de 50^g spre aval sau chiar lipite de taluzul digului (fig. 24.30). Elementele de construcție, atît pentru rampele interioare cît și pentru cele exterioare, sînt următoarele : panta = 1 : 10, taluzurile = 1 : 2, și lățimea = 5 m.

Trasarea unei rampe interioare se realizează în felul următor : se determină punctele de intersecție ale muchiei inte-

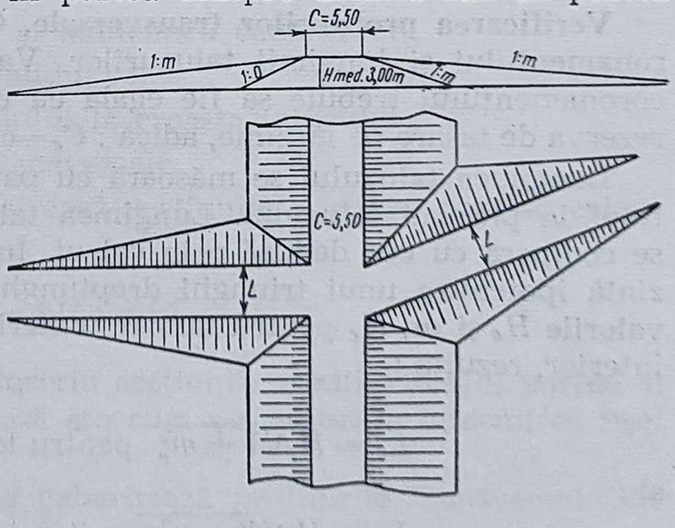


Fig. 24.30. Trasarea rampelor la un dig.

rioare a coronamentului cu muchiile rampei, amplasate la 5 m una de alta. Din punctele determinate și perpendicular pe muchia interioară a coronamentului, se măsoară, în plan orizontal, cu lata și bolobocul, lungimile celor două muchii ale rampei, care sînt calculate și date în proiect. Panta rampei se materializează, pe ambele muchii, cu nivelul și mira sau cu lata și bolobocul. După marcarea pantei muchiilor, se materializează taluzurile rampei, într-o parte și alta, folosind lata și bolobocul.

Trasarea rampei exterioare se face în mod asemănător în cazul cînd se amplasează perpendicular pe axa digului. Dacă este proiectată o rampă înclinată, sub un unghi de 50^g, atunci intersecția muchiei exterioare a coronamentului digului cu muchiile rampei se determină cu teodolitul. Trasarea pantei pe cele două muchii ale rampei se face cu nivelul și mira sau cu lata și bolobocul. După trasarea pantei muchiilor, se trasează taluzurile rampei întocmai ca la rampa interioară.

24.8.6. VERIFICAREA ELEMENTELOR DE EXECUȚIE ALE DIGULUI

La sectoarele de dig terminate, se verifică elementele aplicate pentru execuție și anume : se verifică axa digului, cotele coronamentului și dimensiunile profilurilor transversale.

Verificarea axei. Se face pe coronamentul digului, măsurînd aliniamentele, unghiurile și curbele de racordare, iar valorile obținute trebuie să fie egale, în limitele toleranțelor, cu cele determinate pe planul de execuție.

Verificarea cotelor coronamentului. Se realizează prin nivelment geometric, transmițînd cota de la un reper pe dig și executînd o drumuire cu radieri pînă la reperul următor. Cotele obținute trebuie să fie egale cu cele proiectate plus coeficientul de tasare a pămîntului, stabilit în proiect.

Verificarea profilurilor transversale. Constă în măsurarea lățimii coronamentului și lungimii taluzurilor. Valoarea obținută pentru lățimea coronamentului trebuie să fie egală cu cea proiectată la care se adaugă rezerva de tasare pe lărgime, adică : $C_e = c + \Delta C$.

Lungimea taluzului se măsoară cu panglica de la muchia coronamentului la piciorul taluzului. Lungimea taluzului, obținută prin măsurare, se compară cu cea dedusă prin calcul. Întrucît lungimea talazului reprezintă ipotenuza unui triunghi dreptunghic, în care cele două catete au valorile H_e și $m_e H_e$ pentru taluzul exterior și H_e și $n_e H_e$ pentru taluzul interior, rezultă :

$$L_e = H_e\sqrt{1 + m_e^2} \text{ pentru taluzul exterior}$$

și :

$$L_i = H_e\sqrt{1 + n_e^2} \text{ pentru taluzul interior.}$$

24.9. TRASAREA LUCRĂRILOR DE DESECARE

Trasarea canalelor de desecare. Se determină, pe planul de execuţie, coordonatele rectangulare ale capetelor aliniamentelor care formează canalul principal de evacuare. Se determină, de asemenea, coordonatele rectangulare ale punctelor, de pe axa canalului principal de evacuare, în care se varsă canalele secundare de evacuare, precum şi coordonatele rectangulare ale capetelor aliniamentelor care constituie axele acestor canale. Din coordonatele obţinute se calculează lungimile şi orientările aliniamentelor stabilite pe axa canalului principal de evacuare.

Pe axele canalelor secundare de evacuare, se măsoară, cu rigla gradată, lungimile aliniamentelor corespunzătoare punctelor în care se varsă şanţurile sau canalele terţiare de evacuare. Tot pentru aplicarea pe teren a şanţurilor se măsoară, cu raportorul, unghiurile dintre aliniamentele componente.

Trasarea pe teren a aliniamentelor şi unghiurilor, care determină axele reţelei de canale pentru desecare, se realizează prin metoda drumuirii sprijinite combinată cu radieri şi prin metoda punctelor pe aliniament. Racordarea aliniamentelor se face prin curbe circulare, aplicîndu-se metoda de trasare care se pretează cel mai bine în condiţiile de teren corespunzătoare.

Fişa de gabaritaj pentru canalele de desecare. Fişa de gabaritaj se întocmeşte pe baza cotelor punctelor de pe axele canalelor de desecare, determinate, prin nivelment geometric, în timpul execuţiei, şi cuprinde 13 coloane, în care se notează elementele pentru gabaritarea profilurilor transversale şi pentru volumul terasamentelor, aşa cum se arată în tabelul 24.2. Cota terenului care se notează în a doua coloană, este cea care s-a obţinut pe teren în timpul execuţiei. Cota fundului, notată în coloana a treia, se extrage din profilul longitudinal al canalului. Din cota terenului se scade cota fundului, obţinînd adîncimea (H) de săpătură, care se înregistrează în a patra coloană. În coloana a cincea se înscrie lăţimea la fund (b) care se extrage din proiect. În coloanele 6, 7, 8 şi 9 se notează, respectiv, valorile :

mH = produsul dintre taluzul şi adîncimea canalului ;

$B = 2mH + b$ = deschiderea canalului ;

$B/2$ = distanţa de la axa canalului la creasta taluzului ;

d = distanţa între profilurile transversale.

În a zecea coloană, se înregistrează secţiunile parţiale, care se calculează cu relaţia :

$$S = bH + mH^2$$

În coloanele 11, 12 şi 13 se înscriu secţiunile medii, cubajul parţial şi cubajul cumulat, care se calculează aşa cum s-a arătat la întocmirea fişei de gabaritaj pentru dig.

Pe baza fişei de gabaritaj se gabaritează profilurile transversale ale canalului potrivit celor arătate la „Gabaritarea debleului".

Tabelul 24.2

Fișa de gabaritaj pentru canale de desecare

Nr. prof.	Cota teren Z_t	Cota fund Z_f	Adîncimea H	Lățimea la fund b	m_1H	B	$B/2$	Dist. între profiluri d	Secțiuni parțiale m²	Secțiuni medii m²	Cubaj parțial m³	Cubaj cumulat m³
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	13,52	12,20	1,32	1,10	1,98	5,06	2,53		4,0656			
2	13,49	12,19	1,30	1,10	1,95	5,00	2,50	50	3,9650	4,0153	200,765	200,765
3	13,45	12,18	1,27	1,10	1,91	4,92	2,46	50	3,8164	3,8907	194,535	35,300
4	13,56	12,17	1,39	1,10	2,08	5,26	2,63	50	4,4272	4,1961	209,805	605,105
5	13,47	12,16	1,31	1,10	1,97	5,04	2,52	50	4,0152	4,2212	211,060	816,165
6	13,39	11,15	1,24	1,10	1,86	4,82	2,41	50	3,6704	3,8428	192,140	1 008,305
7	13,35	11,14	1,21	1,10	1,82	4,74	2,37	50	3,5272	3,5988	179,940	1 188,245

$$H=Z_t-Z_f \qquad S=bH+m_1H^2$$
$$m_1H=1{,}5\ H \qquad V=S_m\cdot d$$
$$B=2\cdot m_1H+b$$

Trasarea rețelei de drenaj orizontal. Rețeaua de drenaj, formată din canale de evacuare, colectoare și drenuri absorbante, se trasează, mai întîi, în plan orizontal, prin metode planimetrice și apoi, în plan vertical, cu nivelul și cu mira sau cu teodolitul și cu mira. Elementele planimetrice care se aplică pe teren adică aliniamentele și unghiurile, se determină pe planul de situație din proiectul de execuție. După trasarea planimetrică a rețelei de drenaj, se gabaritează profilurile transversale ale canalului principal de evacuare și se marchează cotele la care se amplasează drenurile absorbante, colectoarele închise, gurile de evacuare și căminele de control.

24.10. TRASAREA LUCRĂRILOR DE IRIGAȚIE

Trasarea canalelor de irigație. Trasarea canalelor de irigație se execută în două faze. În prima fază, se trasează axele canalelor de aducțiune, axele canalelor intergospodărești și axele canalelor care formează rețeaua interioară. Axele canalelor, formate din o succesiune de aliniamente, se amplasează pe teren prin metode planimetrice (intersecții, drumuiri, radieri etc.), marcînd și semnalizînd vîrfurile unghiurilor prin balize sau pari înalți, iar punctele de pe aliniamente prin țăruși, la distanțe egale cu 20, 25 sau 50 m.

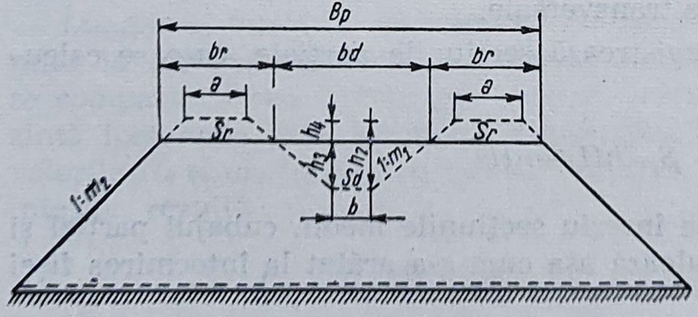


Fig. 23.31. Profilul transversal al unui canal de irigație în rambleu care se execută prin procedeul platformelor.

După materializarea aliniamentelor și unghiurilor, se trasează curbele de racordare a aliniamentelor. Pentru racordarea aliniamentelor, se determină, mai întîi, punctele de intrare și ieșire din curbă și apoi, se pichetează punctele

intermediare ale curbei circulare, la distanțe egale cu 20, 15, 10 sau 5 m prin metode adecvate la teren, conform celor arătate la „Trasarea curbelor de racordare". În urma acestor operații, rezultă axa fiecărui canal, formată din aliniamente și curbe. Întrucît, în timpul execuției, picheții de pe axa canalului pot fi distruși prin circulația mașinilor terasiere, se plantează, la aceeași distanță de axă și pe aceeași parte a acesteia, repere, care permit reconstituirea punctelor. Reperele se plantează în locuri ferite de distrugere și se determină prin radieri din punctele de stație de pe axa canalului, întocmindu-se, totodată, o schiță a lor cu poziția kilmetrică pe axă, precum și cu depărtarea lor față de axă. După trasarea axelor, se determină nivelitic, prin nivelment geometric, punctele pichetate pe axe și reperele plantate în apropierea amplasamentelor canalelor. Cotele punctelor de pe axele canalelor se folosesc pentru întocmirea fișelor de gabaritaj. Pentru irigații, canalele pot fi proiectate în debleu, în special, pentru aducțiune și pentru alimentarea instalațiilor de aspersiune, sau în rambleu, cînd apa din canal trebuie să ajungă la cote mai mari decît cotele terenului. Fișa de gabaritaj pentru canalele de irigație în debleu se întocmește așa cum s-a arătat la *„Fișa de gabaritaj pentru canalele de desecare."*

În cazul canalelor de irigație în rambleu, care se execută după procedeul denumit „prin platforme" (fig. 24.31), se realizează, mai întîi, rambleul cu platforma la o cotă inferioară coronamentului digulețelor canalelor și apoi, în rambleul executat și tasat, se sapă chiuneta sau secțiunea vie a canalului.

De aceea, la canalele de irigație în rambleu, se întocmește o fișă de gabaritaj pentru rambleu și apoi, o fișă de gabaritaj pentru debleul sau secțiunea vie a canalului.

Fișa de gabaritaj pentru rambleul canalului. Fișa de gabaritaj pentru rambleul canalului cuprinde 12 coloane, în care se înscriu valorile elementelor pentru gabaritarea profilelor transversale și pentru calculul volumelor de terasamente (tabelul 24.3). În prima coloană se înscrie numărul punctului de pe axa canalului. În a doua coloană, se notează cotele terenului (Z_t) obținute, prin nivelment geometric, pe axa canalului trasată pentru execuție. În coloana a treia se înscriu cotele platformei (Z_p), care se extrag din profilul longitudinal al canalului, aflat în proiectul de execuție. În a patra coloană se notează înălțimea platformei (H_p), care se calculează cu relația : $H_p = Z_p - Z_t$. În coloana a cincea se înregistrează distanța între punctele de pe axa canalului. În coloanele 6, 7, 8 și 9 se notează : lățimea platformei (B_p), jumătate din lățimea platformei ($B_p/2$), distanța de la axa canalului la piciorul taluzului platformei sau jumătate din ampriza platformei canalului ($d_{A/2}$) și secțiunea rambleului (S_u), care se calculează, respectiv, cu relațiile :

$B_p = 4\,m_2h_4 + 2\,(m_1h_3 + a) + b$, conform figurii 24.31 ;

$B_p/2 = B_p/2$;

$d_{A/2} = m_2H_p$;

$S_u = B_pH_p + m_2H_p^2$.

În coloanele 10, 11 și 12 se înregistrează, respectiv, secțiunea medie, volumul parțial și volumul care se calculează așa cum s-a indicat la *„Fișa de gabaritaj pentru dig"*.

Tabelul 24.3

Fișa de gabaritaj pentru execuția unui canal de irigație în rambleu

Nr. punctului	Cota teren Z_t	Cota platformei canal Z_p	Înălțimea platformei H_p	Distanța între puncte d	Lățimea platformei B_p	$\frac{B_p}{2}$	$m_2 H_p$	Secțiunea parțială m²	Secțiunea medie m²	Volumul parțial m³	Volumul cumulat m³
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0+000	20,55	21,80	1,25	20,00	5,40	2,70	1,25	8,3125		0,000	0,000
0+020	20,42	21,78	1,36	20,00	5,40	2,70	1,36	9,1936	8,7530	175,060	175,060
0+040	20,37	21,76	1,39	20,00	5,40	2,70	1,39	9,4381	9,3159	186,318	361,378
0+060	20,17	21,74	1,57	20,00	5,40	2,70	1,57	10,9429	10,1905	203,810	565,188
0+080	19,95	21,72	1,77	20,00	5,40	2,70	1,77	12,6909	11,8169	236,338	801,526
0+100	19,88	21,70	1,82	20,00	5,40	2,70	1,82	13,1404	12,9157	258,314	1 059,840
0+120	19,73	21,68	1,95	20,00	5,40	2,70	1,95	14,3325	13,7365	274,730	1 334,570
0+140	19,65	21,66	2,01	20,00	5,40	2,70	2,01	14,8941	14,6133	292,266	1 626,836
0+160	19,58	21,64	2,10	20,00	5,40	2,70	2,10	15,7500	15,3220	306,440	1 933,276
0+180	19,63	21,62	1,99	20,00	4,50	2,70	1,99	14,7061	15,2281	304,662	2 237,838

Tabelul 24.4

Fișa de gabaritaj pentru secțiunea canalului

Nr. profil	Cota platformei Z_p	Cota fundului Z_f	Adîncimea h_3	Lățimea la fund b	$m_1 h_3$	bd	$\frac{bd}{2}$	Distanța între profile d	Secțiuni parțiale m²	Secțiuni medii m²	Cubaj parțial m³	Cubaj cumulat m³
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0+000	21,88	21,20	0,68	1,00	0,68	2,36	1,18		1,14		0,00	0,00
0+020	21,85	21,18	0,67	1,00	0,67	2,34	1,17	20	1,12	1,13	22,60	22,60
0+040	21,82	21,16	0,66	1,00	0,66	2,32	1,16	20	1,10	1,11	22,20	44,80
0+060	21,81	21,14	0,67	1,00	0,67	2,34	1,17	20	1,12	1,11	22,20	67,00
0+080	21,80	21,12	0,68	1,00	0,68	2,36	1,18	20	1,14	1,13	22,60	89,60
0+100	21,78	21,10	0,68	1,00	0,68	2,36	1,18	20	1,14	1.14	22,80	112,40
0+120	21,77	21,08	0,69	1,00	0,69	2,38	1,19	20	1,17	1,16	23,20	135,60
0+140	21,73	21,06	0,67	1,00	0,67	2,34	1,17	20	1,12	1,15	23,00	158,60
0+160	21,72	21,04	0,66	1,00	0,66	2,32	1,16	20	1,10	1,11	22,20	180,80
0+180	21,69	21,02	0,67	1,00	0,67	2,34	1,17	20	1,12	1,11	22,20	203,00

Cu ajutorul fișei de gabaritaj pentru rambleu se face gabaritarea platformei canalului, ținînd seama de rezerva de tasare a pămîntului, potrivit celor arătate la „Gabaritarea profilurilor transversale ale digului".

După execuția rambleului, se pichetează axa canalului pe platformă și se determină, prin nivelment geometric, cotele punctelor pichetate. Cu ajutorul cotelor determinate pe platforma canalului, se întocmește fișa de gabaritaj pentru săparea chiunetei canalului.

Fișa de gabaritaj pentru chiuneta canalului. Cuprinde 13 coloane ca și fișa de gabaritaj pentru canalele de desecare, cu deosebirea că în coloana a doua, în loc de cota terenului, se notează cota platformei (tabelul 24.4). Se menționează că, în această fișă, cotele platformei diferă puțin de cotele calculate în fișa de gabaritaj pentru platforma canalului, întrucît ele corespund situației reale după execuția rambleului pentru canalul de irigație. Din cota platformei se scade cota fundului, extrasă din profilul longitudinal al canalului și notată în coloana a treia, rezultînd adîncimea de săpătură (h_3) care se notează în coloana a patra. Lățimea săpăturii (b_d) se extrage din „Îndrumătorul pentru execuția canalelor" sau se calculează cu formula : $bd = b + m_1 h_3^2$, în care b este lățimea la fund, m_1 — taluzul canalului și h_3 — adîncimea săpăturii, conform figurii 24.31. Secțiunea parțială se extrage din „Îndrumătorul pentru execuția canalelor" sau se calculează cu formula : $S_d = bh_3 + m_1 h_3$. Celelalte valori : secțiunea medie, volumele parțiale și volumele cumulate se calculează așa cum s-a arătat la Fișa de gabaritaj pentru canalele de desecare. Pe baza fișei de gabaritaj, se gabaritează profilurile transversale pentru execuția chiunetei canalului, potrivit celor arătate la „Gabaritarea debleului'.

Lucrările topografice pentru pozarea conductelor îngropate. Pentru pozarea conductelor îngropate sînt necesare următoarele lucrări topografice : determinarea traseului fiecărei conducte, ridicarea nivelitică a terenului pe traseele conductelor și determinarea adîncimii de pozare a conductelor.

Determinarea traseului fiecărei conducte se face prin metode planimetrice, pe baza valorilor lineare și unghiulare, determinate pe planul de situație din proiectul de execuție. Ridicarea nivelitică a terenului pe traseele conductelor se face prin nivelment geometric și este necesară, atît pentru nivelarea terenului pe traseele respective, cît și pentru determinarea adîncimilor de pozare a conductelor.

Într-adevăr, știind că pozarea conductelor se face cu o pantă egală, în general, cu panta terenului, iar săparea șanțurilor se execută cu mașini speciale, care urmăresc relieful terenului, este necesar să se niveleze terenul în plan înclinat pe traseul respectiv, pentru a permite utilajelor să realizeze șanțurile cu aceeași adîncime și cu aceeași pantă.

De aceea, cu ajutorul cotelor de pe traseul conductelor, se calculează nivelarea terenului în plan înclinat, determinînd cotele planului de nivelare. Calculul nivelării se face conform metodelor care se prezintă la „Nivelarea terenului în plan înclinat". Avînd terenul nivelat în plan înclinat, pe traseul conductelor, se pot executa șanțurile cu panta de nivelare și la adîncimea stabilită pentru montarea conductelor.

Lucrări topografice pentru stațiile de pompare. Pentru trasarea unei stații de pompare, se determină, în prima fază, axa canalului de aducțiune

și centrul bazinului de aspirație, prin metode planimetrice, în raport de reperele aflate în apropiere, pe baza elementelor liniare și unghiulare, determinate pe planul de situație din proiectul de execuție. Apoi, pe baza planșei de execuție și în raport de axa canalului de aducțiune, se marchează, pe teren, dimensiunile bazinului de aspirație. În a doua fază, se determină, planimetric, fundațiile agregatelor de pompare și amplasamentul clădirii stației, în raport de axa canalului de aducțiune și de reperele existente în apropiere. În faza a treia, se transmite cota de la un reper de nivelment și se marchează cota fundului și cota coronamentului canalului de aducțiune, cota fundului și înălțimea bazinului de aspirație, precum și cota fundației agregatului de pompare, care se iau din proiectul de execuție. Lucrările topografice arătate se aplică în cazul unei stații de pompare pentru alimentare. Se procedează, în mod asemănător, la trasarea unei stații de pompare pentru evacuare.

Trasarea construcțiilor hidrotehnice pe rețeaua de canale. Trasarea construcțiilor hidrotehnice (stăvilare, podețe, căderi, apometre etc.), proiectate pe rețeaua de canale, se realizează în două faze.

În prima fază, pentru fiecare construcție hidrotehnică, se determină punctul de pe canal în care se execută, prin metoda punctelor pe aliniament și pe baza elementelor liniare, extrase de pe planul de situație din proiectul de execuție. Apoi, în raport de axa canalului, se determină și se marchează cu picheți amplasamentul construcției, cu dimensiunile stabilite în piesa desenată corespunzătoare, aflată în proiectul de execuție.

În a doua fază, se marchează cotele de execuție ale construcției hidrotehnice. În acest scop, se transmite, prin nivelment geometric, cota de la un reper care se marchează, în apropierea construcției, într-un loc ferit de distrugere. În raport de cota acestui punct, se marchează cota radierului construcției hidrotehnice. Celelalte cote, pentru execuția suprastructurii construcției hidrotehnice, se aplică, în raport de cota radierului, cu lata și bolobocul, de către lucrătorii care execută lucrarea după piesa desenată respectivă din proiectul de execuție.

Trasarea construcțiilor pentru *racordarea biefurilor,* precum și cele pentru *măsurarea debitelor,* care se execută pe rețeaua de canale, se realizează planimetric numai cu panglica topografică, prin metoda punctelor pe aliniament, aplicată pe axa canalului respectiv, iar cotele de execuție se determină cu nivelul și mira, în raport de un reper amplasat în apropiere.

24.11. NIVELAREA TERENULUI

24.11.1. NIVELAREA TERENULUI ÎN PLAN ORIZONTAL

În lucrările de îmbunătățiri funciare, nivelarea terenului în plan orizontal se aplică, în special, la parcelele de orezărie.

Trasarea parcelelor pe teren. Trasarea parcelelor pe teren se face concomitent cu trasarea canalelor de alimentare și evacuare în cadrul fiecărei sole sau tarlale.

Trasarea canalelor de alimentare și de evacuare se execută, potrivit celor arătate la „Trasarea canalelor de irigație". După trasarea axelor, se gabaritează profilurile transversale și se execută canalele de alimentare în rambleu, cu pământ din parcele, iar canalele de evacuare în săpătură, depunînd pământul, de o parte și alta a lui. În acest fel, fiecare parcelă este limitată pe laturile lungi, de un diguleț al canalului de alimentare și de un diguleț, rezultat din săparea canalului de evacuare. Pe lățimea parcelelor, se trasează digulețele de separație, la distanțele stabilite pe planul de execuție.

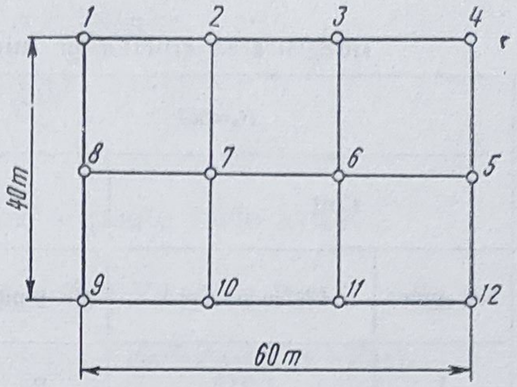


Fig. 24.32. Pichetarea terenului în caroiaj cu punctele la colțurile carourilor.

Terasamentele necesare pentru construcția digulețelor transversale se obțin din parcele, înainte sau o dată cu operația de nivelare. Pentru execuție, atît digulețul longitudinal, rezultat din săparea canalului de evacuare, cît și la digulețele transversale, se marchează înălțimea, lățimea la coronament și piciorul taluzului, cu valorile stabilite în proiectul de execuție. În felul acesta, la fiecare parcelă, se delimitează suprafața care trebuie nivelată în plan orizontal.

Pichetarea și ridicarea nivelitică a parcelelor. Pentru nivelare, se pichetează fiecare parcelă în caroiaj cu latura de 10, 15 sau 20 m. În mod practic, se pichetează marginile parcelei, măsurînd distanța cu pasul, iar punctele din interiorul parcelei se determină prin intersecții de aliniamente de către doi operatori și 1—2 ajutoare. În punctele caroiajului, țărușii nu se bat ci numai se înfig în pământ. După pichetare, se face ridicarea nivelitică a punctelor caroiajului, din una sau mai multe parcele, după cum este posibil. Se staționează cu nivelul în parcelă, astfel ca să se poată viza mira așezată pe reperul care transmite cota la parcela respectivă, pe reperul din parcela vecină, precum și toate punctele caroiajului.

Se desenează, în carnetul de teren, schița parcelei cu toate punctele numerotate (fig. 24.32). Sub schiță, se desenează un tabel cu șase coloane, în care se notează numerele și citirile pe miră la punctele caroiajului, după cum punctele se află la colțurile, pe marginile sau în interiorul parcelei (tabelul 24.5).

După calarea nivelului, se vizează și se citește pe mira așezată pe reperul R_5, care transmite cota la parcelă, pe țărușul din parcela precedentă, care a fost nivelată, și apoi, pe teren, lîngă fiecare punct al caroiajului. Citirea la reperul (R_5) care transmite cota se scrie deasupra tabelului, în stînga, iar citirea la reperul din parcela precedentă (P_1), se scrie tot deasupra tabelului, în dreapta. Citirile, pe teren, lîngă punctele caroiajului se notează în tabel în coloana și pe linia punctului respectiv. După obținerea citirilor pe miră, se lasă aparatul nemișcat în stație și se calculează, pe loc, citirea medie ponderată și citirea medie definitivă, la care se bat, apoi țărușii caroiajului.

Calculul cotei medii ponderate. Formula pentru calculul cotei medii ponderate se deduce calculînd cota medie a fiecărui pătrat sau carou și apoi, cota medie a întregii parcele cu ajutorul cotelor medii parțiale. Astfel, în

Tabelul 24.5

Înregistrarea citirilor pe mină și calculul cotei medii ponderate

R_5=357		parcela 2		P_1=265	
Colț		Margine		Interior	
Nr. punct	Citire pe mină	Nr. punct	Citire pe mină	Nr. punct	Citire pe mină
1	1 215	2	1 389	6	1 485
4	1 368	3	1 237	7	1 327
12	1 127	5	1 452		
9	1 046	11	1 523		
		10	1 275		
		8	1 468		
ΣC_i	4,756		8,344		2,812
p	1		2		4
$p \cdot \Sigma C_i$	4,756		16,688		11,248

$\Sigma_{prod} = 4{,}756 + 16{,}688 + 11{,}248 = 32{,}692$

$\Sigma_p = 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 24$

$$C_{mp} = \frac{32{,}692}{24} = 1\,362$$

Aria parcelei $= 100 \cdot 60 = 6\,000$ m²

Sarcina parcelei $= 120$ m³

$h_s = 120$ m³ : $6\,000 = 0{,}020$ m

$C_{md} = 1{,}362 + 0{,}020 = 1{,}382$

$Z_{md} = 36{,}275 + 1{,}357 - 1{,}392 = 36{,}240$

figura 24.32, considerînd că se cunosc cotele colțurilor carourilor I, II, III, IV, V și VI, rezultă următoarele cote medii :

$$Z_I = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_7 + Z_8}{4}; \qquad Z_{II} = \frac{Z_2 + Z_3 + Z_6 + Z_7}{4};$$

$$Z_{III} = \frac{Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6}{4}; \qquad Z_{IV} = \frac{Z_8 + Z_7 + Z_{10} + Z_9}{4};$$

$$Z_V = \frac{Z_7 + Z_6 + Z_{11} + Z_{10}}{4}; \qquad Z_{VI} = \frac{Z_6 + Z_5 + Z_{12} + Z_{11}}{4}.$$

Cota medie a întregii parcele se obține cu relația :

$$Z = \frac{Z_I + Z_{II} + \ldots + Z_{VI}}{N},$$

în care N este numărul carourilor.

În această relație, suma de la numărător se poate scrie astfel :

$$Z_I + Z_{II} + \ldots + Z_{VI} = \frac{1}{4}(Z_1 + Z_2 + Z_7 + Z_8 + Z_2 + Z_3 + Z_6 + Z_7 + Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6 + Z_8 + Z_7 + Z_{10} + Z_9 + Z_7 + Z_6 + Z_{11} + Z_{11} + Z_6 + Z_5 + Z_{12} + Z_{11}),$$

sau :

$$Z_I + Z_{II} + \ldots Z_{VI} = \frac{1}{4}[(Z_1 + Z_4 + Z_{12} + Z_9) + 2(Z_2 + Z_3 + Z_5 + Z_{11} + Z_{10} + Z_8) + 4(Z_6 + Z_7)]$$

Observînd această relație se constată următoarele : cotele punctelor de la colțurile parcelei intră în calcul o dată, adică punctele au ponderea 1 ; cotele punctelor de pe marginea parcelei intră în calcul de două ori, adică, punctele au ponderea 2, iar cotele punctelor din interiorul parcelei intră în calcul de patru ori, deci punctele respective au ponderea 4.

Generalizînd această relație, rezultă :

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = 0{,}25 \sum Z_{colț} + 0{,}50 \sum Z_{margine} + \sum Z_{interior},$$

sau :

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = \frac{1}{4}(\sum Z_{colț} + 2 \sum Z_{margine} + 4 \sum Z_{interior})$$

Deci, cota medie ponderată a parcelei se obține cu formula :

$$Z_{mp} = \frac{0{,}25 \Sigma Z_{colț} + 0{,}50 \Sigma Z_{margine} + \Sigma Z_{interior}}{N},$$

sau :

$$Z_{mp} = \frac{\Sigma Z_{colț} + 2 \Sigma Z_{margine} + 4 \Sigma Z_{interior}}{4N}$$

în care : $\sum Z_{colț}$ este suma cotelor din colțurile parcelei ; $\sum Z_{margine}$ — suma cotelor de pe marginea parcelei ; $\sum Z_{interior}$ — suma cotelor din interiorul parcelei ; N — numărul carourilor.

Întrucît citirile pe miră pot fi considerate egale cu cotele punctelor, rezultă că formula care dă *citirea medie ponderată* este următoarea :

$$C_{mp} = \frac{\Sigma C_{colț} + 2 \Sigma C_{margine} + 4 \Sigma C_{interior}}{4N}.$$

Aplicînd această formulă pentru citirile înregistrate în tabelul 24.5, rezultă :

$$C_{mp} = \frac{4{,}756 + 16{,}688 + 11{,}248}{4.6} = \frac{32{,}692}{24} = 1{,}362$$

Citirea medie ponderată reprezintă citirea la care trebuie aduse toate punctele caroiajului, astfel ca suprafața parcelei să devină orizontală, iar

volumul săpăturilor să fie egal cu volumul umpluturilor. Știind că din parcelă se ia pămîntul necesar pentru construirea digulețelor laterale, trebuie să se determine volumul acestora, care constituie sarcina parcelei, și să se calculeze adîncimea corespunzătoare de săpătură. În exemplul dat, sarcina parcelei fiind egală cu 120 m^3, iar suprafața, care se nivelează, egală cu 6 000 m^2, rezultă :

$$h_s = \frac{V_s}{S} = \frac{120\ m^3}{6\,000\ m^2} = 0{,}020\ m.$$

Deci, citirea medie definitivă are valoarea :

$$C_{md} = C_{mp} + h_s = 1{,}362 + 0{,}020 = 1{,}382\ m.$$

Pentru a se face legătura între parcele, se determină cota medie definitivă sau cota planului de nivelare, aplicînd relația :

$$Z_{md} = Z_R + C_R - C_{md} = 36{,}275 + 1{,}357 - 1{,}392 = 36{,}240,$$

în care : Z_{md} este cota medie definitivă a parcelei ; Z_R — cota reperului R de la care se transmite cota ; C_R — citirea pe miră la reperul R.

După aceste calcule, se bat, la citirea medie definitivă, țărușii din vîrfurile carourilor, marcînd, în acest fel, punctele de săpătură și punctele de umplutură de pe întreaga parcelă.

Calculul volumului de terasamente. La nivelarea parcelelor în plan orizontal, volumul de terasamente este egal cu volumul săpăturilor. Volumul săpăturilor se compune din volumul necesar pentru umplutură plus volumul de 15—20% pentru rezerva de tasare sau tasarea remanentă, adică :

$$V_s = K \cdot V_u\ ,$$

în care : V_s este volumul de săpătură ; K — coeficient de tasare care diferă după sol ; V_u — volumul de umplutură.

Această formulă corespunde în cazul cînd parcela nu are nici o sarcină. Întrucît, odată cu nivelarea, se execută și terasamentele pentru canalul de alimentare și pentru digulețele transversale cu pămînt tot din parcelă, volumul de săpătură se calculează cu relația :

$$V_{sr} = KV_u + V_r$$

în care V_r reprezintă volumul terasamentelor în rambleu pentru canalul de alimentare și digulețele transversale, ce cad în sarcina parcelei respective.

Volumul de săpătură (V_s) numai pentru nivelarea parcelei, fără nici o sarcină, se obține cu relația :

$$V_s = \Sigma a \cdot p \cdot h,$$

în care : a este aria aferentă unui punct al caroiajului cu ponderea 1 ; p — ponderea punctului cotat ; h — diferența între cota sau citirea medie definitivă și cota punctului.

Aria aferentă unui punct al caroiajului cu ponderea 1 se calculează cu relația :

$$a = \frac{s}{\Sigma p},$$

în care : S este suprafața parcelei ; Σp — suma ponderilor punctelor.

Datele și calculele pentru volumul de săpătură, corespunzător nivelării parcelei, și pentru volumul total de pământ care trebuie săpat pentru nivelarea și pentru sarcina parcelei se înregistrează într-un tabel de felul celui următor (tabelul 24.6).

Calculul se poate face cu ajutorul cotelor punctelor sau direct cu citirile pe mină. În tabelul 24.6, calculele s-au efectuat cu ajutorul citirilor pe mină.

Tabelul 24.6

Calculul terasamentelor

Nr. punct	Cota punct	Ponderea	Cota medie definitivă	Diferențe		Aria aferentă a. p.	Cubaj	
				+	−		+	−
1	12,15	1		0,167		250	41,750	
2	1,389	2			0,007	500		3,500
3	1,237	2		0,145		500	72,500	
4	1,368	1		0,410		250	3,500	
5	1,452	2			0,070	500		35,000
6	1,485	4			0,103	1 000		103,000
7	1,327	4	1,382	0,055		1 000	55,000	
8	1,468	2			0,086	500		43,000
9	1,046	1		0,336		250	84,000	
10	1,275	2		0,107		500	53,500	
11	1,523	2			0,141	500		70,500
12	1,127	1		0,255			63,750	
Σ	—	24		—	—	6 000	374,000	255,000

Cubaj de nivelare = 374 − 120 = 254 m³

$$\textit{Cubaj de nivelare compensat} = \frac{254 + 255}{2} = 254{,}500 \text{ m}^3$$

Calculele pentru obținerea volumelor de terasamente se efectuează după cum urmează. Se determină diferența între cota sau citirea medie definitivă și cota sau citirea pe miră la fiecare punct.

Astfel, potrivit datelor din tabelul 24.6, rezultă :

$$1{,}382 - 1{,}215 = +0{,}167$$
$$1{,}382 - 1{,}389 = -0{,}007$$
$$\vdots$$
$$1{,}382 - 1{,}127 = +0{,}255.$$

Diferențele obținute se notează în coloanele corespunzătoare, după cum au semnul plus sau minus.

Se calculează aria aferentă unui punct al caroiajului cu ponderea 1, aplicînd relația :

$$a = \frac{S}{\Sigma p} = \frac{6\,000 \text{ m}^2}{24} = 250 \text{ m}^2.$$

Cunoscînd aria sau suprafața aferentă corespunzătoare punctelor cu ponderea 1, se calculează aria sau suprafața pentru ponderea 2 și pentru ponderea 4, care se notează în coloana „aria aferentă“ și pe linia punctului respectiv.

Volumul aferent fiecărui punct se obține înmulțind aria aferentă cu diferența între citirea (cota) medie definitivă și citirea pe miră (cota) la punctul respectiv.

Produsele se notează în coloanele corespunzătoare, după cum au semnul plus sau minus. Se însumează volumèle din coloana plus și volumele din coloana minus. Suma volumelor din coloana „cubaj plus“ reprezintă volumul total de săpătură, adică volumul pentru nivelarea și sarcina parcelei, iar suma volumelor din coloana „cubaj minus“ constituie numai volumul de nivelare.

Calculele sînt bine efectuate, dacă diferența între suma volumelor din coloana „cubaj plus“ și suma volumelor din coloana „cubaj minus“ este egală cu sarcina parcelei, admițîndu-se o toleranță de 2—3 m³. În cazul datelor din tabelul 24.6, rezultă :

$$V(+) - V(-) = 374{,}000 - 255{,}00 = 119{,}000 \text{ m}^3,$$

adică o valoare care diferă de sarcina parcelei cu 1 m³, ceea ce înseamnă că efectuarea calculelor s-a făcut corect.

Se menționează că, la executarea nivelării, în afară de sarcina parcelei, trebuie să se țină seama de tasarea solului datorită mașinilor terasiere și de tasarea remanentă, mărind, potrivit acestora, citirea medie definitivă pentru a realiza volumul de săpătură corespunzător.

24.11.2. NIVELAREA TERENULUI ÎN PLAN ÎNCLINAT

Operații preliminare. Pentru irigația prin scurgere la suprafață, prin brazde și fîșii este necesar să se niveleze terenul în plan înclinat. În acest scop, în cadrul fiecărui sector de udare, se execută ridicări nivelitice prin nivelment geometric în caroiaj. Suprafața terenului se pichetează în caro-

iaj cu latura de 20 sau 25 m, pornind de la o linie amplasată, față de marginea terenului, la o depărtare egală cu jumătate din latura carourilor. Ridicarea nivelitică a punctelor caroiajului se execută prin drumuiri combinate cu radieri de nivelment geometric. După executarea nivelmentului pe teren, se calculează cotele punctelor și se întocmește planul cotat al terenului. Pe planul cotat, se trasează fîșiile sau parcelele de nivelare cu lățimi și lungimi stabilite astfel, ca nivelarea terenului să se realizeze cu adîncimi de săpătură cît mai mici pentru a se păstra fertilitatea solului.

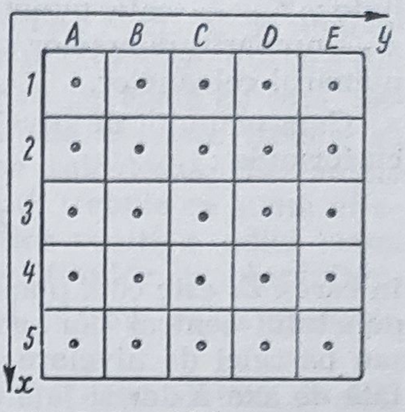


Fig. 24.33. Pichetarea terenului în caroiaj cu punctele la centrele carourilor.

După aceste operații preliminare, se efectuează calculul nivelării.

Calculul nivelării. La calculul nivelării, problema fundamentală o constituie stabilirea pantei optime, care corespunde la un volum minim de săpătură. Calculul pantei optime se poate face prin metode numerice sau prin metode grafice. Dintre cele numerice, metoda care dă precizia cea mai mare este metoda celor mai mici patrate.

Metoda celor mai mici pătrate. Metoda celor mai mici pătrate, elaborată de J a m e s C. M a r r, se bazează pe un caroiaj care are liniile exterioare amplasate față de limitele parcelei de irigație, la o distanță egală cu jumătate din distanța dintre puncte. Punctele caroiajului se înregistrează, într-un tabel, în raport de două axe rectangulare X și Y a căror origine se află la o distanță egală cu jumătate din latura caroiajului față de cele două laturi adiacente perpendiculare ale parcelei (fig. 24.33).

Panta optimă a fîșiei sau parcelei de nivelare, în direcția axèi X (longitudinal) se determină cu formula :

$$I_x = \frac{\sum_1^n X_n Z_n - \frac{\sum_1^n X_n \sum_1^n Z_n}{n}}{\sum_1^n X_n^2 - \frac{\left(\sum_1^n X_n\right)^2}{n}},$$

iar în direcția axei Y (transversal) cu formula :

$$I_y = \frac{\sum_1^m Y_m Z_m - \frac{\sum_1^m Y_m \sum_1^m Z_m}{m}}{\sum_1^m Y_m^2 - \frac{\left(\sum_1^m Y_m\right)^2}{m}},$$

în care : I_x și I_y este panta optimă în direcția axei X și axei Y ; X_n — numărul de ordine al punctului sau liniei ; X_m — numărul de ordine al punctului sau coloanei ; Z_n — cota punctului sau cota medie a punctelor pe

linie ; Z_m — cota punctului sau cota medie a punctelor pe coloană ; n — numărul punctelor sau numărul liniilor ; m — numărul punctelor sau numărul coloanelor.

Cota planului de nivelare în punctul de origină al axelor se calculează cu formula :

$$Z_0 = Z_c - I_x X_c - I_y Y_c,$$

în care : Z_0 este cota planului de nivelare în punctul de origină ; Z_c — cota punctului central sau centroidului, egală cu cota medie a punctelor fîşiei sau parcelei de nivelare ; X_c şi Y_c — distanţele punctului C (centroidul) faţă de axa X-lor şi faţă de axa Y-lor, unitatea pentru distanţe fiind egală cu latura caroiajului ; I_x şi I_y — pantele optime ale parcelei de nivelare pe direcţiile axelor X şi Y.

Cota planului de nivelare, în fiecare punct al caroiajului, se determină cu formula :

$$Z_p = Z_0 + I_x X_p + I_y Y_p,$$

în care : Z_p este cota planului de nivelare în punctul P al caroiajului ; X_p şi Y_p — distanţele punctului P faţă de axele X şi Y, unitatea pentru distanţe fiind egală cu latura caroiajului.

Volumul săpăturii se calculează cu formula :

$$V = a^2 \sum h_s,$$

în care : V este volumul de săpătură ; a — latura caroiajului ; $\sum h_s$ — suma adîncimilor de săpătură.

Această metodă fiind precisă, dar cu economicitate mică, a fost simplificată de alţi cercetători, între care, specialistul italian N. A. Halchias.

După Halchias, panta optimă pe direcţia longitudinală se calculează cu formula :

$$I_x = \frac{12 \sum_1^n X_n Z_n - 6 (n+1) \sum_1^n Z_n}{a (n-1) n (n+1)},$$

iar pe direcţia transversală, cu formula :

$$I_y = \frac{12 \sum_1^m Y_m Z_m - 6 (m+1) \sum_1^m Z_m}{a (m-1) m (m+1)}$$

în care : I_x este panta optimă pe direcţia longitudinală ; I_y — panta optimă pe direcţia transversală ; Z_n — cotele medii pe linii ; Z_m — cotele medii pe coloane ; n — numărul liniilor ; m — numărul coloanelor ; a — latura caroiajului.

La metoda celor mai mici patrate, simplificată de Halchias, cotele planului de nivelare şi volumul săpăturii se calculează cu formulele arătate la metoda celor mai mici patrate dată de James C. Marr.

Verificarea calculelor, atît la metoda J. C. Marr cît şi la metoda N. A. Halchias, se face astfel : media cotelor planului de nivelare din cele patru colţuri ale parcelei de nivelare trebuie să fie egală cu cota medie a parcelei de nivelare. Suma cotelor planului de nivelare trebuie să fie egală cu suma cotelor terenului. După ce se calculează diferenţele între cotele planului de nivelare şi cotele terenului, trebuie ca suma diferenţelor negative să fie egală cu suma diferenţelor pozitive, adică suma adîncimilor de săpătură să fie egală cu suma înălţimilor de umplutură.

O altă simplificare a metodei celor mai mici patrate se prezintă în cele ce urmează.

Metoda celor mai mici pătrate îmbunătăţită. Prin această metodă se consideră că toate planele de nivelare, care trec prin centrul de greutate al fişiei, realizează egalizarea rambleului cu debleul.

Planul cel mai economic, adică cel care permite volumul minim de săpătură, este cel care are panta egală cu panta naturală a terenului.

Avînd în vedere proprietăţile planelor de nivelare, rezultă că la fiecare fişie de nivelare, formată din n carouri sau n cote, trebuie să se satisfacă următoarele condiţii :

— suma cotelor planului de nivelare este egală cu suma cotelor terenului, adică :

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = \sum_{i=1}^{n} H_i \qquad (1)$$

— cota medie a planului de nivelare înclinat este egală cu cota medie a planului de nivelare orizontal, adică :

$$H_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Z_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} H_i \qquad (2)$$

— coordonata X_c a punctului central C al fişiei de nivelare este egală cu raportul dintre suma numerelor carourilor şi numărul carourilor, adică :

$$X_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i \qquad (3)$$

— cota unui punct i al planului de nivelare este egală cu cota punctului central C la care se adaugă algebric produsul $(X_c - X_i) \cdot I$, adică :

$$Z_i = H_C + (X_C - X_i)\, I\,, \qquad (4)$$

în care : Z_i este cota planului de nivelare în punctul i ; H_i — cota terenului în punctul i ; n — numărul carourilor sau cotelor ; H_C — cota punctului central C ; X_C — depărtarea punctului C faţă de originea axelor, exprimată în unităţi egale cu echidistanţa caroiajului ; X_i — numărul caroului i ; I — panta fişiei.

Stabilirea formulei pentru calculul pantei optime. Avînd în vederea relaţia (1) se poate scrie :

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i - \sum_{i=1}^{n} H_i = 0\,, \tag{5}$$

sau :

$$\sum_{i=1}^{n} (Z_i - H_i) = 0 \tag{6}$$

În baza teoriei celor mai mici patrate, se poate scrie :

$$\text{Min } F = \text{Min} \sum_{i=1}^{n} (Z_i - H_i)^2\,, \tag{7}$$

sau :

$$F = \sum_{i=1}^{n} (Z_i - H_i)^2 \tag{8}$$

Înlocuind în relaţia (8) pe Z_i cu valoarea sa din (4), rezultă :

$$F = \sum_{i=1}^{n} [H_C - H_i + (X_C - X_i)I] \tag{9}$$

Derivînd funcţia (9), se obţine :

$$F' = 2 \sum_{i=1}^{n} (X_C - X_i)\,[H_C - H_i + (X_C - X_i)I] \tag{10}$$

Calculînd derivata a doua, rezultă :

$$F'' = I \sum_{i=1}^{n} (X_C - X_i)^2 - \sum_{i=1}^{n} (H_i - H_C)\,(X_C - X_i) \tag{11}$$

Funcţia (9) are valoarea minimă pentru $F'' = 0$, adică :

$$I. \sum_{i=1}^{n} (X_C - X_i)^2 - \sum_{i=1}^{n} (H_i - H_C)\,(X_C - X_i) = 0\,, \tag{12}$$

sau :

$$I. \sum_{i=1}^{n} (X_C - X_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (H_i - H_C)\,(X_C - X_i) \tag{13}$$

Din relaţia (13), se deduce :

$$I = \frac{\sum_{i=1}^{n} (H_i - H_C)\,(X_C - X_i)}{\sum_{i=1}^{n} (X_C - X_i)^2} \tag{14}$$

Înmulțind atît numărătorul cît și numitorul fracției cu —1, rezultă :

$$I = \frac{\sum_{i=1}^{n} (H_i - H_C)(X_i - X_C)}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - X_C)^2} \tag{15}$$

Aceasta este formula cu ajutorul căreia se calculează panta optimă a unei fîșii.

Formula poate fi aplicată și pentru calculul pantei optime pe parcele, calculînd, în acest caz, mediile cotelor de pe linii sau de pe coloane, după cum se determină panta optimă pe direcția longitudinală sau pe direcția transversală. Avînd mediile cotelor de pe linii sau de pe coloane, parcela se reduce la o fîșie pe direcția longitudinală sau pe direcția transversală, permițînd calcularea pantei optime cu formula (15).

În formula (15) înlocuind termenii H_i, H_C, X_i și X_C cu valorile corespunzătoare, rezultă :

Pentru numărătorul fracției :

$$(H_1 - H_C)(X_1 - X_C) + (H_2 - H_C)(X_2 - X_C) + \ldots + (H_n - H_C)(X_n - X_C)$$

Efectuînd produsele parțiale, se obțin termenii :

$$\begin{aligned} &H_1X_1 - H_1X_C - H_CX_1 + H_CX_C + \\ &+H_2X_2 - H_2X_C - H_CX_2 + H_CX_C + \\ &\quad\vdots \\ &+ H_nX_n - H_nX_C - H_CX_n + H_CX_C, \end{aligned}$$

sau :

$$\sum_{i=1}^{n} X_iH_i - X_C\sum_{i=1}^{n} H_i - H_C\sum_{i=1}^{n} X_i + n\,H_CX_C,$$

sau :

$$\sum_{i=1}^{n} X_iH_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\sum_{i=1}^{n} H_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\sum_{i=1}^{n} H_i + n\,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} H_i$$

Făcînd simplificările necesare și reducînd termenii asemenea, rezultă următoarea expresie pentru numărătorul fracției :

$$\sum_{i=1}^{n} X_iH_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\sum_{i=1}^{n} H_i$$

Pentru numitorul fracției :

$$(X_1 - X_C)^2 + (X_2 - X_C)^2 + \ldots + (X_n - X_C)^2$$

Ridicînd la pătrat fiecare termen, rezultă :

$$(X_1 - X_C)^2 = X_1^2 + X_C^2 - 2X_1X_C$$
$$(X_2 - X_C)^2 = X_2^2 + X_C^2 - 2X_2X_C$$
$$\vdots$$
$$(X_n - X_C)^2 = X_n^2 + X_C^2 - 2X_nX_C$$

Însumînd termenii obținuți, rezultă :

$$\sum_{i=1}^{n} X_i^2 + n X_C^2 - 2X_C \sum_{i=1}^{n} X_i,$$

sau :

$$\sum_{i=1}^{n} X_i^2 + n\left(\frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{2}\right)^2 - 2\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} X_i,$$

sau :

$$\sum_{i=1}^{n} X_i^2 + \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 - \frac{2}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2$$

Făcînd reducerile necesare, se obține, pentru numitorul fracției, următoarea expresie :

$$\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2$$

Deci, formula (15) devine :

$$I = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_iH_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} H_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2} \qquad (16)$$

Formula (16) este chiar formula dată de James C. Marr și reprezintă panta optimă pentru o distanță egală cu latura carourilor. Dacă latura carourilor este egală cu 20 m, atunci rezultatul dat de formula (15) sau de formula (16) se împarte la 20 m și se obține panta optimă la unitate.

Comparînd formula (15) cu formula (16) se constată că formula (15) este mai simplă, deci mai ușor de aplicat decît formula dată de James C. Marr. De aceea, formula (15) se va studia în continuare.

În formula (15), știind că X_C este depărtarea punctului central C (centroidul) față de originea axelor, iar X_i — numărul caroului i, adică două valori cunoscute, se poate calcula ușor valoarea $(X_i - X_C)^2$ pentru n carouri și deci, formula (15) mai poate fi simplificată, devenind :

$$I = K\sum_{i=1}^{n} (H_i - H_C)(X_i - X_C), \qquad (17)$$

în care :

$$K = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - X_C)^2}$$

Astfel, considerînd o fîșie formată din $n=6$ carouri, se calculează X_C cu formula (3) și rezultă :

$$X_C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{6} (1+2+3+4+5+6) = \frac{1}{6} \cdot 21 = 3,5$$

Avînd valoarea coordonatei $X_C = 3,5$ și știind că X_i are valori de la 1 la n, adică în exemplul dat, de la 1 la 6, se pot calcula valorile $(X_i - X_C)$, obținînd :

$$1 - X_C = 1 - 3,5 = -2,5 \text{ pentru } X_i = 1 ;$$
$$2 - X_C = 2 - 3,5 = -1,5 \text{ pentru } X_i = 2 ;$$
$$3 - X_C = 3 - 3,5 = -0,5 \text{ pentru } X_i = 3 ;$$
$$4 - X_C = 4 - 3,5 = +0,5 \text{ pentru } X_i = 4 ;$$
$$5 - X_C = 5 - 3,5 = +1,5 \text{ pentru } X_i = 5 ;$$
$$6 - X_C = 6 - 3,5 = +2,5 \text{ pentru } X_i = 6.$$

Cu valorile obținute $(X_i - X_C)$ se calculează numitorul coeficientului K, rezultînd :

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i - X_C)^2 = (-2,5)^2 + (-1,5)^2 + (-0,5)^2 + (+0,5)^2 + (+1,5)^2 + (+2,5)^2 = 17,50$$

Deci, pentru o fîșie formată din $n=6$, carouri, coeficientul K are valoarea :

$$K = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - X_C)^2} = \frac{1}{17,50} = 0,057143$$

În modul arătat, s-au calculat, pentru $n = 1, 2, \ldots, 30$, valorile expresiilor $X_C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$, $\sum_{i=1}^{n} (X_i - X_C)^2$ și coeficientului K, și apoi s-au înregistrat în tabelul 24.7.

Notă. În tabelul 24.7 s-au dat pe lîngă valorile coeficientului K și valorile $\sum_{i=1}^{n} (X_i - X_C)^2$, pentru a avea posibilitatea de control atît în cazul cînd se determină panta optimă prin înmulțire, cît și în cazul cînd se cal-

Tabelul 24.7

Valorile expresiilor $X_C = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, $\sum_{i=1}^{n}(X_C - X_i)^2$ **și coeficientului** K

n	$X_C=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	$\sum_{i=1}^{n}(X_i-X_C)^2$	K	X_i	$X_C=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	$\sum_{i=1}^{n}(X_i-X_C)^2$	K
1	1,00	0,00	0,000000	16	8,50	340,00	0,002941
2	1,50	0,50	2,000000	17	9,00	408,00	0,002451
3	2,00	2,00	0,500000	18	9,50	484,50	0,002064
4	2,50	5,00	0,200000	19	10,00	570,00	0,001754
5	3,00	10,00	0,100000	20	10,50	685,00	0,001460
6	3,50	17,50	0,057143	21	11,00	770,00	0,001299
7	4,00	28,00	0,035714	22	11,50	885,50	0,001129
8	4,50	42,00	0,023810	23	12,00	1 012,00	0,000988
9	5,00	64,00	0,013625	24	12,50	1 150,00	0,000870
10	5,50	82,50	0,012121	25	13,00	1 300,00	0,000769
11	6,00	110,00	0,009091	26	13,50	1 464,50	0,000683
12	6,50	143,00	0,006993	27	14,00	1 638,00	0,000610
13	7,00	182,00	0,005494	28	14,50	1 827,00	0,000547
14	7,50	227,50	0,004396	29	15,00	2 030,00	0,000493
15	8,00	280,00	0,003571	30	15,50	2 247,50	0,000445

culează prin împărțire. În primul caz, verificarea se face prin împărțire, iar în al doilea caz, prin înmulțire.

Exemplu de calcul. În exemplul care urmează se prezintă calculul pantei optime pe direcția X (longitudinală) și pe direcția Y (transversală) la o parcelă formată din patru fîșii, iar fiecare fîșie avînd cîte șase carouri (tabelul 24.8).

Pentru calculul pantei optime pe direcția X (longitudinală) se aplică formula (17), adică :

$$I_x = K\sum_{i=1}^{n}(H_{xi} - H_C)(X_i - X_C)$$

Potrivit acestei formule, se calculează mai întîi diferențele $(H_{xi} - H_C)$ și apoi diferențele $(X_C - X_i)$.

Din tabelul 24.8, unde s-au calculat mediile cotelor de pe linii, mediile cotelor de pe coloane și cota medie a parcelei sau cota centrului de greutate, rezultă că $H_C = 49{,}30375$.

Cu ajutorul cotelor medii (H_i) de pe linii și cu valoarea H_C a cotei medii a parcelei, se calculează diferențele $(H_{xi} - H_C)$, adică :

$$H_{x_1} - H_C = 50{,}0225 - 49{,}30375 = +0{,}71875$$

$$H_{x_2} - H_C = 49{,}8100 - 49{,}30375 = +0{,}50625$$

$$H_{x_3} - H_C = 49{,}4625 - 49{,}30375 = +0{,}15875$$

$$H_{x_4} - H_C = 49{,}4625 - 49{,}30375 = -0{,}13875$$

$$H_{x_5} - H_C = 48{,}8775 - 49{,}30375 = -0{,}42625$$

$$H_{x_6} - H_C = 48{,}4850 - 49{,}30375 = -0{,}81875$$

Tabelul 24.8

Calculul pantei optime pe două direcții (X și Y) prin metoda celor mai mici patrate îmbunătățită

P	A	B	C	D	ΣH_{yi}	H_{myi}
1	50,21	50,04	49,96	49,88	200,09	50,0225
2	49,94	49,86	49,72	49,72	199,24	49,8100
3	49,59	49,50	49,38	49,38	197,85	49,4625
4	49,44	49,21	49,04	48,97	196,66	49,1650
5	49,06	49,01	48,83	48,61	195,51	48,8775
6	48,64	48,50	48,46	48,34	193,94	48,4850
ΣH_{xi}	296,88	296,12	295,39	294,90	1 183,29	295,8225
Hm_{xi}	49,48	49,35333	49,23166	49,15000	197,21499	49,30375
I ‰	$I_x = -15{,}40$ ‰;		$I_y = -5{,}65$ ‰			

Se calculează, în continuare, diferențele $(X_i - X_C)$.

În acest scop, se extrage, din tabelul 24.7, valoarea X_C pentru $n=6$ carouri, obținînd $X_{C\,(6)} = 3{,}5$. Diferențele $(X_i - X_C)$ au valorile $(1-3{\cdot}5) = -2{,}5$; $(2-3{,}5) = -1{,}5$; $(3-3{,}5) = -0{,}5$; $(4-3{,}5) = +0{,}5$; $(5-3{,}5) = +1{,}5$; $(6-3{,}5) = +2{,}5$.

Se calculează produsele $(H_{xi} - H_C)(X_i - X_C)$, rezultînd :

$$+0{,}71875 \cdot (-2{,}5) = -1{,}796875$$
$$+0{,}50625 \cdot (-1{,}5) = -0{,}759375$$
$$+0{,}15875 \cdot (-0{,}5) = -0{,}079375$$
$$-0{,}13875 \cdot (+0{,}5) = -0{,}069375$$
$$-0{,}42625 \cdot (+1{,}5) = -0{,}639375$$
$$-0{,}81875 \cdot (+2{,}5) = -2{,}046875$$
$$\text{Suma} = -5{,}391250$$

Se efectuează suma algebrică a acestor produse și se obține :

$$\sum_{i=1}^{n} (H_{xi} - H_C)(X_i - X_C) = -5{,}39125$$

Suma rezultată se înmulţeşte cu coeficientul K. În tabelul 24.7 pentru $n=6$ carouri, coeficientul $K=0{,}057143$.

Deci : $$I_x = K \sum_{i=1}^{n} (H_{xi} - H_C)(X_i - X_C) = 0{,}057143\ (-5{,}39125) = -0{,}30807$$

Verificarea calculului :

$$I_x = \frac{\sum_{i=1}^{n} (H_{xi} - H_C)(X_i - X_C)}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - X_C)^2} = \frac{-5{,}39125}{17{,}50} = -0{,}30807$$

Obţinîndu-se aceeaşi pantă, înseamnă că efectuarea calculelor s-a făcut corect.

Valoarea obţinută se împarte la 20 m şi rezultă panta la unitate.

$$I_x = \frac{-0{,}30807}{20} = 0{,}01540357$$

$$I_x\,{}^0/_{00} = 15{,}40\,{}^0/_{00}$$

Pentru calculul pantei optime pe direcţia X (transversală), se aplică formula :

$$I_y = K \sum_{i=1}^{n} (H_{yi} - H_C)(Y_i - Y_C)$$

Procedînd ca în cazul precedent, rezultă :

$$H_{y_1} - H_C = 49{,}48000 - 49{,}30375 = +0{,}17625$$
$$H_{y_2} - H_C = 49{,}35333 - 49{,}30375 = +0{,}04958$$
$$H_{y_3} - H_C = 49{,}23166 - 49{,}30375 = -0{,}07209$$
$$H_{y_4} - H_C = 49{,}15000 - 49{,}30375 = -0{,}15375$$

Pentru a calcula diferenţele $Y_i - Y_C$ se extrage din tabelul 24.7 valoarea Y_C pentru $n=4$ carouri, obţinînd $Y_{C(4)} = 2{,}50$. În consecinţă, diferenţele $(Y_i - Y_C)$ au valorile : $(1-2{,}5) = -1{,}5$; $(2-2{,}5) = -0{,}5$; $(3-2{,}5) = +0{,}5$; $(4-2{,}5) = +1{,}5$.

Se calculează produsele $(H_{yi} - H_C)(Y_C - Y_i)$, rezultînd :

$$+0{,}17625\ (-1{,}5) = -0{,}264375$$

$$+0{,}04958\ (-0{,}5) = -0{,}024790$$
$$-0{,}07209\ (+0{,}5) = -0{,}036045$$
$$-0{,}15375\ (+1{,}5) = -0{,}230625$$
$$\text{Suma} = -0{,}555835$$

Se determină suma algebrică a acestor produse și se obține :

$$\sum_{i=1}^{n} (H_{yi} - H_C)(Y_i - Y_C) = -0{,}555835$$

Se înmulțește suma obținută cu valoarea coeficientului $K = 0{,}200000$, rezultînd :

$$I_y = K \sum_{i=1}^{n} (H_{yi} - H_C)(Y_i - Y_C) = 0{,}20(-0{,}555835) = -0{,}111167.$$

Valoarea $I_{x\,(20)} = -0{,}111167$ reprezintă panta optimă la 20 m.
Panta optimă la unitate are valoarea :

$$I_{y\,(1\,m)} = -0{,}111167 : 20 = -0{,}005558,$$

iar la ‰ :

$$I_y‰ = -5{,}56‰.$$

Metoda poliedrelor. Întrucît, nici metoda celor mai mici patrate îmbunătățită nu asigură o rapiditate prea mare în calcul, față de metoda celor mai mici patrate cu formula J. C. Marr și cu formula N. A. Halchias, s-a urmărit stabilirea unei metode care să fie simplă din punct de vedere al calculului, să aibă precizie mare și să fie cît mai eficientă. O metodă de calcul pentru nivelarea terenului în plan înclinat este „metoda poliedrelor", denumită astfel de autor [1], deoarece se pornește de la principiul că terenul este format din mai multe poliedre cu bazele superioare orizontale și la nivele diferite.

Această metodă dă o formulă simplă care are o precizie foarte apropiată de precizia metodei celor mai mici patrate și o economicitate de trei ori, respectiv de două ori și jumătate, decît formula Marr și formula simplificată a lui Halchias.

Calculul pantei optime pe fîșii prin metoda poliedrelor, se face cu formula :

$$I = \frac{8}{n^2 \cdot l} \cdot \Sigma(+h) = K \Sigma(+h)$$

în care : I este panta optimă a fîșiei ; n — numărul punctelor cotate ; l — lungimea laturii carourilor ; $\Sigma(+h)$ — suma diferențelor de nivel pozitive, care se obțin scăzînd cota medie a fîșiei din cotele terenului mai mari decît cota medie.

Valorile coeficientului $K = \frac{8}{n^2 \cdot l}$, calculate pentru $n = 1, 2, \ldots, 30$, $l = 20$ m și $l = 25$ m, sînt date în tabelul 24.9. Panta, potrivit formulei stabilite, are totdeauna semnul minus.

Formulele pentru panta optimă pe parcele sînt următoarele :

$$I_x = \frac{8}{n^2 \cdot l} \Sigma(+h_x) = K_x \Sigma(+h_x)$$

și

$$I_y = \frac{8}{n^2 \cdot l} \Sigma(+h_y) = K_y \Sigma(+h_y)$$

[1] Marin Rădulescu: *O metodă de calcul pentru nivelarea terenului în plan înclinat.* În : „Revista de geodezie, cadastru și organizarea teritoriului", nr. 5/1971.

Tabelul 24.9

Valorile coeficientului $K = \frac{8}{n^2 \cdot l}$

n	l=20 m	l=25 m	m	l=20 m	l=25 m
1	0,400000	0,320000	16	0,001562	0,001250
2	0,100000	0,080000	17	0,001384	0,001108
3	0,044444	0,035556	18	0,001234	0,000988
4	0,025000	0,020000	19	0,001108	0,000886
5	0,016000	0,012800	20	0,001000	0,000800
6	0,011110	0,008888	21	0,000908	0,000726
7	0,008164	0,006530	22	0,000826	0,000662
8	0,006250	0,005000	23	0,000756	0,000604
9	0,004938	0,003950	24	0,000694	0,000556
10	0,004000	0,003200	25	0,000640	0,000512
11	0,003206	0,002644	26	0,000592	0,000474
12	0,002778	0,002222	27	0,000548	0,000238
13	0,002366	0,001894	28	0,000510	0,000408
14	0,002040	0,001632	29	0,000476	0,000380
15	0,001778	0,001422	30	0,000444	0,000356

în care : I_x și I_y reprezintă panta optimă pe direcția X, respectiv pe direcția Y ; K_x și K_y — coeficienți corespunzători numărului de puncte de pe axa X, respectiv de pe axa Y ; $\sum(+h_x)$ și $\sum(+h_y)$ — suma diferențelor de nivel pozitive pe axa X, respectiv pe axa Y, obținute scăzînd cota medie a parcelei din cotele medii ale terenului determinate pe linii, respectiv pe coloane.

Valorile coeficienților K_x și K_y se extrag din tabelul 24.9, întocmit pentru fîșii.

Cotele planului de nivelare se determină cu formula :

$$Z_{i\,(x)} = H_C + (H_C - X_i)\, l \cdot I_x$$

în cazul cînd nivelarea se face pe o direcție și cu formula :

$$Z_{i(x,y)} = H_C + (X_C - X_i)\, l \cdot I_x + (Y_C - Y_i)\, l \cdot I_y$$

în cazul cînd nivelarea se face pe două direcții, în care : $Z_{i(x)}$ este cota planului de nivelare în punctul i pe axa X ; $Z_{i(x,y)}$ — cota planului de nivelare pe două direcții ; H_C — cota medie a fîșiei sau parcelei ; $X_C = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$; X_i — numărul de ordine al punctului i pe axa X ; l — latura caroiajului ; I_x — panta optimă pe axa X ; $Y_C = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$; Y_i — numărul de ordine al punctului i pe axa Y ; I_y — panta optimă pe axa Y.

Adîncimile de săpătură și înălțimile de umplutură se determină în funcție de cotele terenului și de cotele planului de nivelare. În acest scop, se efectuează, pentru fiecare punct, diferența între cota planului de nivelare și cota terenului, adică : $h_i = Z_i - H_i$.

Adîncimile de săpătură sînt egale cu diferențele negative, iar înălțimile de umplutură cu diferențele pozitive. Calculele sînt bine efectuate, dacă suma adîncimilor de săpătură este egală cu suma înălțimilor de umplutură, adică $\Sigma h_s = \Sigma h_u$.

Volumul săpăturii se calculează în funcție de suprafața unui carou și de suma adîncimilor de săpătură. Astfel, considerînd pămîntul săpat așezat pe întreaga suprafață a fîșiei și cu aceeași înălțime h_{ms}, rezultă o prismă care are dimensiunile L, l și h_{ms}. În acest caz, înălțimea medie (h_{ms}) a pămîntului săpat și așezat pe întreaga suprafață a fîșiei este dată de relația :

$$h_{ms} = \frac{1}{n} \sum h_s$$

în care : Σh_s este suma adîncimilor de săpătură ; n — numărul carourilor de pe întreaga fîșie.

Știind că volumul prismei se obține cu relația :

$$V = L \cdot l \cdot h_{ms} = n \cdot l \cdot l \cdot h_{ms} = n \cdot l^2 \cdot h_{ms},$$

și înlocuind în relația de mai sus, rezultă :

$$V = n \cdot l^2 \frac{\sum h_s}{n} = l^2 \sum h_s .$$

Deci, volumul săpăturii se calculează cu formula :

$$V = l^2 \cdot \sum h_s .$$

Exemplu de calcul. În exemplul care urmează se prezintă calculul nivelării unei fîșii în plan înclinat, așa cum se procedează la nivelarea terenului pentru irigația pe brazdă. Latura carourilor este de 20 m. Datele și calculele se ordonează într-un tabel format din trei coloane (tabelul 24.10). În prima coloană se notează numărul punctului. În coloana a doua se înregistrează cotele terenului (H_i), cotele planului de nivelare (Z_i) și diferențele de nivel ($\pm h_i$), adică adîncimile de săpătură și înălțimile de umplutură. În a treia coloană se notează diferențele între cotele terenului mai mari decît cota medie și cota medie a fîșiei, adică ($+h$). Calculele se efectuează după cum urmează :

Se calculează suma cotelor terenului (ΣH_i) și cota medie (H_C) a fîșiei, notînd valorile obținute în coloana a doua. Cota medie a fîșiei se scade din cotele terenului mai mari decît ea, adică :

$$49{,}400 - 48{,}794 = +0{,}606$$

$$49{,}140 - 48{,}794 = +0{,}346$$

Valorile obținute ($+h$) se notează în coloana a treia. Se însumează valorile ($+h$) și rezultă :

$$\Sigma (+h) = +0{,}606 + 0{,}346 = 0{,}952$$

Se extrage, din tabelul 24.9, valoarea coeficientului K pentru $n = 5$ și rezultă : $K = 0{,}016$. Se calculează panta optimă a fîșiei cu formula :

$$I_x = K \Sigma (+h) = 0{,}016 \cdot 0{,}952 = 0{,}015232$$

sau :

$$I_x = 15{,}232‰.$$

Tabelul 24.10

Calculul nivelării pe fişii prin metoda poliedrelor

P	H_i Z_i $\mp h_i$	Diferenţe $(+h)$	Calcule
1	49,40000 49,40328 −0,00328	0,606	
2	49,14000 49,09864 +0,04136	0,346	
3	48,74000 48,79400 −0,05400		
4	48,56000 48,48936 +0,07064		$\Sigma\ (+h)=0,952$ $K_5=0,016$ $I_x=K\ \Sigma\ (+h)=15,232\ ‰$ $\Sigma\ (+h_u)=+0,112$ $\Sigma\ (-h_s)=-0,112$
5	48,13000 48,18472 −0,05472		
$\Sigma\ H_i$	243,790	0,952	
Hc	48,794		
$I\ ‰$	15,232 ‰		
V	44,800 m³		

Se calculează apoi cotele planului de nivelare pornind de la punctul 3, centrul fişiei, în care planul de nivelare are cota egală cu cota medie a fişiei, adică : $Z_3=48,794$. În sus, de la acest punct, cotele planului de nivelare au valorile :

$$Z_2=H_3+l\cdot I_x=48,794+20\cdot 0,015232=49,09864$$

$$Z_1=Z_3+2\cdot l\cdot I_x=48,794+2\cdot 20\cdot 0,015232=49,40328$$

În jos, faţă de punctul central (3), cotele planului de nivelare au valorile :

$$Z_4=H_3-l\cdot I_x=48,794-20\cdot 0,015232=48,48936$$

$$Z_5=H_3-2\cdot l\cdot I_x=48,794-2\cdot 20\cdot 0,015232=48,18472$$

În continuare, se calculează adîncimile de săpătură și înălțimile de umplutură, adică :

$$h_1 = H_1 - Z_1 = 49{,}40000 - 49{,}40328 = -0{,}00328$$
$$h_2 = H_2 - Z_2 = 49{,}14000 - 49{,}09864 = +0{,}04136$$
$$\vdots$$
$$h_5 = H_5 - Z_5 = 48{,}13000 - 48{,}18472 = -0{,}05472$$

Se face suma adîncimilor de săpătură și suma înălțimilor de umplutură, și rezultă :

$\Sigma(-h) = 0{,}112$ m și $\Sigma(+h) = +0{,}112$ m, ceea ce înseamnă că efectuarea calculelor s-a făcut corect. Se determină volumul de săpătură cu formula :

$$V = l^2 \Sigma(-h) = 400 \text{ m}^2 \cdot 0{,}112 \text{ m} = 44{,}800 \text{ m}^3.$$

Aplicarea pe teren a cotelor de nivelare. Cotele planului de nivelare se aplică pe teren cu nivelul și cu mira, în raport de un reper cu cotă cunoscută, existent în apropiere.

În acest scop, se staționează cu nivelul, aproximativ, la mijlocul fîșiei sau parcelei, (formată din mai multe fîșii), și se citește pe mira așezată pe reperul de nivelment (RN) din apropiere. În funcție de citirea și de cota reperului, precum și de cota planului de nivelare în punctul 1 al fîșiei, se determină citirea pentru planul de nivelare în acest punct. Astfel, avînd valorile :

$C_{RN} = 1\,567$ = citirea pe miră la reperul RN ;

$Z_{RN} = 49{,}403$ = cota reperului RN ;

$Z_1 = 50{,}275$ = cota planului de nivelare în punctul 1, rezultă $Z_{RN} - Z_1 = (49{,}403 - 50{,}275) = -0{,}872$.

$C_1 = C_{RN} - (Z_1 - Z_{RN}) = 1{,}567 - 0{,}872 = 0{,}695$.

Deci, țărușul din punctul 1 se va bate în pămînt pînă ce se va obține pe miră citirea 0,695.

Țărușii din punctele 2, 3, . . ., 5 se vor bate la citirile :

$$C_2 = C_1 + l \cdot I_x = 0{,}695 + 20 \cdot 0{,}015232 = 1{,}000 ;$$
$$C_3 = C_1 + 2 \cdot l \cdot I_x = 0{,}695 + 2 \cdot 20 \cdot 0{,}015232 = 1{,}304 ;$$
$$\vdots$$
$$C_5 = C_1 + (n-1) l \cdot I_x .$$

24.12. TRASAREA LUCRĂRILOR PENTRU LACUL DE ACUMULARE

24.12.1. TRASAREA BARAJULUI DE PĂMÎNT

Trasarea barajului de pămînt constă din trasarea axei și gabaritarea profilurilor transversale.

Trasarea axei barajului. Pentru trasarea axei barajului, se detremină, pe planul de execuție, coordonatele rectangulare ale capetelor axei barajului. Din coordonatele obținute se calculează lungimea și orientarea axei

barajului. În afară de aceste elemente, se mai calculează, din coordonate, orientarea direcției determinată de două repere, din care unul să se afle în apropierea axei, precum și lungimea și orientarea aliniamentului sau aliniamentelor de la reperul apropiat la capătul axei situat la distanța cea mai scurtă.

Se staționează cu teodolitul în reperul apropiat, se orientează aparatul pe direcția dată de cele două repere și apoi, printr-o radiere sau printr-o drumuire, se determină capătul cel mai apropiat al axei. În continuare, se staționează cu teodolitul în capătul determinat al axei, se orientează pe direcția precedentă și se înregistrează pe cercul orizontal orientarea corespunzătoare axei. Pe direcția dată de lunetă, care coincide cu direcția axei barajului, se marchează porțiunile sau panourile cu pantă uniformă pînă la un punct, ales astfel, ca să coincidă sau să depășească celălalt capăt al axei. Între capătul determinat și punctul ales pentru celălalt capăt al axei, se execută o drumuire planimetrică, avînd ca puncte de stație capetele marcate ale panourilor cu pantă uniformă. Se calculează drumuirea și se compară coordonatele rectangulare ale punctului de sosire cu cele, determinate pe plan, pentru capătul respectiv al axei barajului. Dacă, între coordonatele comparate, există diferențe care depășesc toleranța, se calculează din coordonate, orientarea și distanța de la punctul de sosire la capătul corespunzător al axei. Lucrările de teren și de calcul sînt bine efectuate, dacă orientarea obținută coincide cu orientarea axei calculată din coordonatele determinate pe planul de execuție.

În cazul cînd eroarea nu depășește toleranța, se determină și se marchează al doilea capăt al axei barajului, măsurînd, pe direcția axei, distanța calculată față de punctul de sosire al drumuirii.

După trasarea axei barajului, se determină, prin nivelment geometric, cotele punctelor marcate la capetele panourilor și cu ajutorul lor se întocmește profilul longitudinal al canalului pe baza căruia se realizează gabaritarea profilurilor transversale.

Gabaritarea profilurilor transversale. Gabaritarea profilurilor transversale constă în a marca lățimea coronamentului și limitele amprizei în fiecare punct de pe axa barajului.

Lățimea coronamentului. Pentru marcarea lățimii coronamentului, în fiecare punct de pe axa barajului, perpendicular pe ea și de o parte și alta a ei, se măsoară în plan orizontal, jumătate din lățimea proiectată, obținînd două linii paralele care intersectează versanții văii în care se încastrează barajul.

Pe fiecare versant și pe direcțiile celor două linii, care reprezintă muchiile coronamentului, se plantează cîte două repere, în puncte ferite de distrugere, servind atît pentru orientare, în timpul execuției, cît și pentru verificare, după execuție.

În punctele care determină lățimea coronamentului, se plantează balize, pe care se marchează, printr-o șipcă fixată transversal, înălțimea de execuție a barajului. În cazul cînd balizele sînt scurte se notează pe ele înălțimea de execuție.

Limitele amprizei. Pentru a obține limitele amprizei, se determină bazele taluzurilor, în amonte și în aval, în fiecare punct de pe axa barajului.

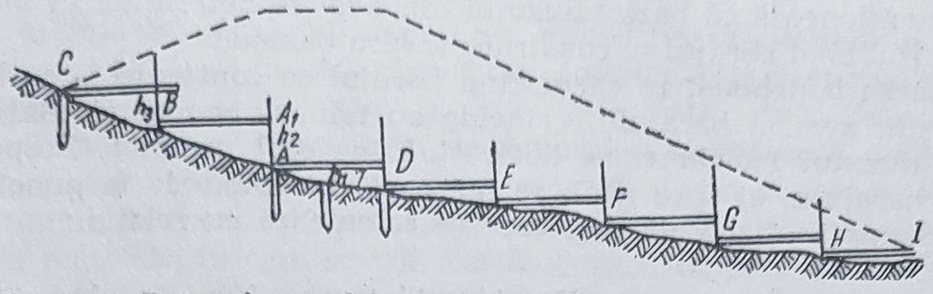


Fig. 24.34. Determinarea bazei taluzului din amonte și din aval la un baraj de pămînt cu lata și bolobocul.

Determinarea bazei taluzului din amonte se realizează cu lata și bolobocul în felul următor (fig. 24.34). Se așază lata orizontal cu un capăt pe teren și la o depărtare, față de axă, egală cu jumătate din lățimea coronamentului, obținînd punctul A pe verticala care trece prin muchia dinspre amonte a coronamentului. Se măsoară înălțimea h_1 de la punctul de pe axă pînă la lată. Din figura 24.34, rezultă că, în punctul A, înălțimea rambleului va fi egală cu $H—h_1$.

În continuare, se aplică lata în plan orizontal pînă cînd se va obține egalitatea :

$$\frac{c}{2}+m_1[H—(h_1+h_2+\ldots+h_n)]=(n—1)\cdot L+d_n,$$

în care : c este lățimea coronamentului barajului ; m_1 — numitorul taluzului din amonte ; H — înălțimea rambleului în punctul de pe axa barajului ; h_1, $h_2 \ldots$, h_n reprezintă înălțimile corespunzătoare distanțelor orizontale măsurate cu lata ; n — numărul care arată de cîte ori s-a aplicat lata în întregime pe teren ; L — lungimea latei ; d_n — ultima lungime orizontală ce trebuie adăugată pentru ca membrul al doilea să fie egal cu membrul întîi.

În acest fel se determină baza sau piciorul din amonte al taluzului.

Determinarea bazei taluzului din aval se face tot cu lata și bolobocul, procedînd așa cum se arată în figura 24.34. Se așază lata orizontal cu o extremitate în punctul de pe axa barajului și la o distanță orizontală egală cu $c/2$, se determină, cu firul cu plumb, punctul D, situat pe verticala care trece prin muchia dinspre aval a coronamentului. Se măsoară înălțimea h'_1 de la punctul D pînă la lată. Din figura 24.34 se vede că, în punctul D, rambleul va avea înălțimea egală cu $H+h'_1$.

În continuare, se aplică lata în plan orizontal pînă cînd este satisfăcută egalitatea :

$$\frac{c}{2}+m_2(H+h'_1+h'_2+\ldots+h'_n)=(n-1)L+l_n,$$

în care : m_2 este numitorul taluzului din aval ; h'_1, h'_2, ..., h'_n reprezintă înălțimile corespunzătoare distanțelor orizontale măsurate cu lata ; l_n — ultima lungime orizontală ce trebuie adăugată pentru ca membrul al doilea să fie egal cu membrul întîi.

Se menționează că baza taluzului din aval se determină în modul arătat, în cazul cînd barajul se construiește fără banchetă.

Trasarea banchetei. În cazul cînd barajul se construiește cu banchetă, taluzul din aval al barajului coincide cu taluzul banchetei. Baza sau piciorul taluzului banchetei se determină în felul următor. Perpendicular pe axa barajului și spre aval, se măsoară, începînd de la punctul de pe axă, o distanță orizontală d_{Ti}, care se calculează cu relația :

$$d_{Ti} = \frac{c}{2} + b + m_2 (H + h'_1 + h'_2 + \ldots + h'_n) = (n - 1) L + l_n$$

în care : d_{Ti} este distanța orizontală de la axa barajului la piciorul taluzului banchetei ; c — lățimea la coronament a barajului ; m_2 — numitorul taluzului din aval ; H — înălțimea barajului ; b — lățimea banchetei.

Baza sau piciorul taluzului din amonte și baza sau piciorul taluzului banchetei constituie limitele amprizei barajului care se execută cu banchetă.

Rambleul barajului se execută pînă la cota banchetei, la care se pichetează lățimea acesteia, și apoi, se continuă execuția cu același taluz pînă la cota coronamentului.

24.12.2. TRASAREA CONSTRUCȚIILOR PENTRU DESCĂRCAREA APELOR DIN LACUL DE ACUMULARE

Pentru descărcarea apelor din lacul de acumulare se execută următoarele construcții : vana de fund, deversorul și canalul de fugă. Trasarea acestor construcții necesită următoarele lucrări topografice : determinarea amplasamentului, față de axa barajului, și marcarea cotelor de execuție.

Trasarea vanei de fund. Vana de fund se compune din o conductă de beton și un oblon sau stăvilar care o închide și deschide pentru regularizarea debitului.

Cu elementele extrase din proiectul de execuție, se determină planimetric, axa conductei în corpul barajului, marcînd, cu țăruși, punctul de unde începe și punctul unde se termină. După trasarea axei, se transmite cota de la un reper de nivelment din apropiere și se marchează cota din amonte și cota din aval a conductei, potrivit pantei stabilită în proiect.

La capătul din aval al conductei, se determină și se marchează amplasamentul și cotele de execuție ale stăvilarului.

Trasarea deversorului. Deversorul se execută lateral de baraj și are rolul de a evacua apele maxime provenite din viiturile ploilor torențiale.

În raport de axa barajului și de reperele din apropiere, se determină planimetric axa deversorului, apoi, față de aceasta, se marchează limitele amplasamentului său. Pentru execuția pe verticală, a elementelor geometrice, se marchează cota radierului în amplasamentul deversorului, în raport de un reper din apropiere.

Trasarea canalului de fugă. Pentru execuția canalului de fugă, se trasează pe teren axa și treptele și apoi, se gabaritează profilurile transversale. Axa canalului de fugă se trasează pe teren printr-o drumuire planimetrică, pornind din mijlocul marginei dinspre aval a deversorului. Lun-

gimile și orientările aliniamentelor care constituie axa canalului și deci, drumuirea planimetrică se calculează din coordonatele rectangulare care se determină pe planul de execuție. În fiecare stație, după determinarea direcției aliniamentului sau laturei de drumuire, se măsoară unghiul de pantă corespunzătoare și se calculează distanța de pe pantă care se aplică pe teren, obținînd, în acest fel, punctul următor de stație. Pe axa trasată, se marchează punctele, în care se vor construi căderile, prin metoda punctelor pe aliniament. După trasarea axei și pichetarea căderilor, se gabaritează profilurile transversale ale canalului, potrivit celor arătate la „Gabaritarea debleului". Odată cu gabaritarea profilurilor transversale se marchează și cotele de execuție ale căderilor.

24.13. TRASAREA TERASELOR ȘI DRUMURILOR PE TERENURILE ÎN PANTĂ

Pe terenurile în pantă, terasele și drumurile secundare se trasează pe direcția curbelor de nivel. În acest scop, se trasează pe pantă, una sau mai multe „curbe de nivel cheie", în raport de care se trasează lucrările proiectate.

24.13.1. TRASAREA PE TEREN A CURBEI DE NIVEL CHEIE

Trasarea pe teren a unei curbe de nivel se poate face cu nivelul și mira sau, în lipsa acestora, cu compasul cu fir cu plumb.

Trasarea curbei de nivel cu nivelul și mira. Se face recunoașterea versantului și se stabilește, din vedere și pe baza planului topografic, curba de nivel cea mai caracteristică. Pe direcția aleasă, se marchează un punct C, printr-un țăruș care se bate la nivelul solului și se staționează cu nivelul la o distanță egală, aproximativ, cu porteea maximă (fig. 24.35).

Se vizează mira așezată pe țărușul din C și se obține citirea C_c. Apoi, se dirijează lucrătorul care ține mira pe direcția aproximativă a curbei de nivel, pînă se obțin citiri pe miră egale cu citirea C_c, la fiecare 10—15 pași. În punctele intermediare determinate se înfig țăruși, iar în ultimul se bate țărușul la nivelul solului. În stația următoare (S_2) se citește pe mira așezată pe ultimul țăruș din stația precedentă și cu citirea obținută se determină alte puncte ale curbei, care se marchează cu țăruși ca și în prima stație. În continuare, se procedează, la fel din aproape în aproape, pînă ce se marchează traseul curbei de nivel.

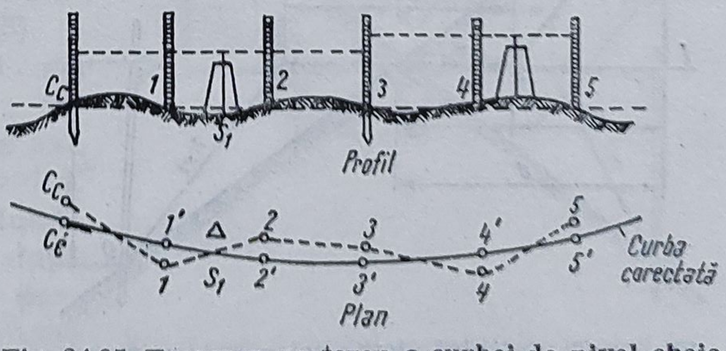


Fig. 24.35. Trasarea pe teren a curbei de nivel cheie cu nivelul și mira.

Întrucît, punctele marcate determină o linie frîn-

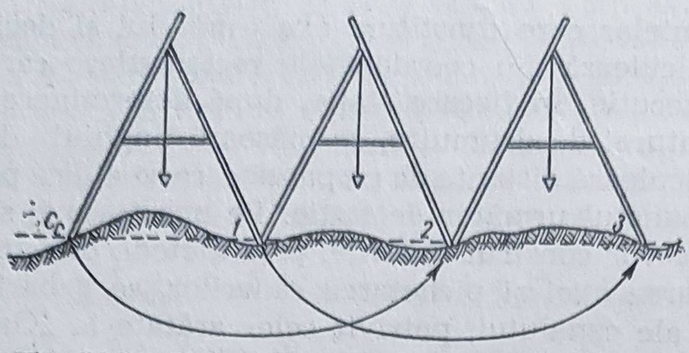


Fig. 24.36. Trasarea pe teren a curbei de nivel cheie cu compasul cu fir cu plumb.

tă, se procedează la corectarea ei, cu ajutorul jaloanelor pînă ce se obține un traseu cît mai rectiliniu, care se materializează definitiv.

Trasarea curbei de nivel cu compasul cu fir cu plumb. Trasarea curbei de nivel cu compasul cu fir cu plumb se realizează, din aproape în aproape, așezînd un picior al compasului pe punctul cunoscut (C_c) și rotind pe celălalt pe teren pînă ce firul cu plumb vine în dreptul reperului de la mijlocul traversei (fig. 24.36). Punctele obținute, la 10—15 pași, se marchează cu țăruși, iar după determinarea punctelor de pe întregul traseu, se procedează la corectarea curbei de nivel.

24.13.2. TRASAREA TERASELOR

Trasarea teraselor se face diferit după cum terasele se construiesc pe versanți cu pantă uniformă sau pe versanți cu pantă neuniformă.

Pe versanți cu pantă uniformă. Se determină, prin metode planimetrice, axele teraselor, conform proiectului de organizarea teritoriului, și apoi, se măsoară, cu panglica elementele teraselor ale căror dimensiuni sînt date în proiect.

Pe versanți cu pantă neuniformă. Se trasează, mai întîi curba de nivel cheie. De la traseul corectat al curbei de nivel cheie, se măsoară cu panglica lățimile celorlalte terase și se marchează cu picheți de 70—80 cm.

Pornind de la punctele marcate și din două în două terase, se trasează curbele de nivel corespunzătoare.

Pe traseele curbelor de nivel, care reprezintă axele teraselor, se picheteză elementele teraselor, cu dimensiunile date în proiectul de execuție.

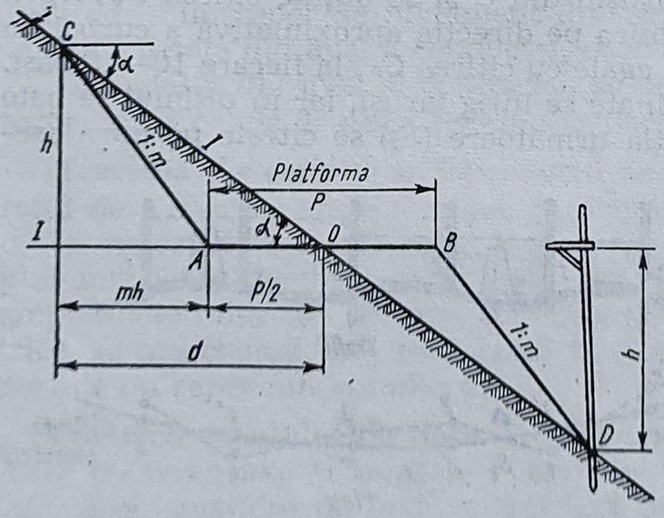


Fig. 24.37. Calculul elementelor pentru trasarea teraselor cu platformă orizontală.

La terasele cu platformă orizontală. Se marchează, pe teren, creasta taluzului, adică punctul de unde începe săpătura pe versant pentru execuția platformei terasei. În acest scop, se calculează distanța de la punctul O de pe axa terasei pînă la punctul C, care reprezintă creasta taluzului, în felul următor (fig. 24.37). Din triunghiul dreptunghic OIC se deduce :

$$OC = OD = \sqrt{d^2 + h^2}$$

în care : $d = \frac{p}{2} + mh$; p — lățimea platformei ; m — taluzul terasei ; h — înălțimea terasei.

Valorile elementelor p, m și h se extrag din proiectul de execuție a teraselor.

24.13.3. TRASAREA DRUMURILOR PE TERENURILE ÎN PANTĂ

Pe terenurile în pantă, drumurile principale se trasează cu o pantă care să nu depășească 10%, iar drumurile secundare se trasează pe direcția curbelor de nivel.

Trasarea drumurilor principale. Pentru trasarea drumurilor principale, se determină pe planul topografic de execuție, coordonatele rectangulare ale capetelor aliniamentelor, din care este alcătuită axa drumului. Din coordonate, se calculează lungimile și orientările aliniamentelor. Cu elementele obținute, se determină, pe teren, aliniamentele drumului principal, printr-o drumuire sprijinită pe repere existente pe plan și pe teren. Pe aliniamentele drumului, se marchează punctele de intrare și de ieșire din curbe și se pichetează punctele intermediare ale curbelor de racordare. Racordarea aliniamentelor se face prin curbe circulare cu raze inegale și anume : prin două curbe circulare cu raze inegale și tangente fiecare la aliniamentul vecin sau prin trei curbe circulare cu raze diferite, așa cum s-a arătat la „Trasarea curbelor de racordare".

Trasarea drumurilor secundare. Drumurile secundare au capetele pe drumurile principale și se trasează paralel cu direcția curbelor de nivel.

De aceea, odată cu trasarea drumurilor principale, se marchează pe axele lor, capetele drumurilor secundare. Pornind din punctul marcat, se determină, pe teren, curba de nivel cheie corespunzătoare drumului secundar. Se corectează curba și traseul corectat reprezintă axa drumului secundar. După trasarea axei, se gabaritează profilurile transversale ale drumului secundar, care se execută terasat.

La un drum terasat, se sapă pe versant, în amonte, și pămîntul dislocat se depune în aval, astfel ca să rezulte o platformă orizontală cu bombament (fig. 24.38).

Elementele de săpătură ale unui drum terasat și anume : distanța OC de la punctul de pe axa drumului pînă la creasta taluzului, lungimea taluzului AC și secțiunea săpăturii OAC se calculează după cum urmează. Se extrage din proiect panta versantului, care este dată în procente, de ex. $I = 20\%$.

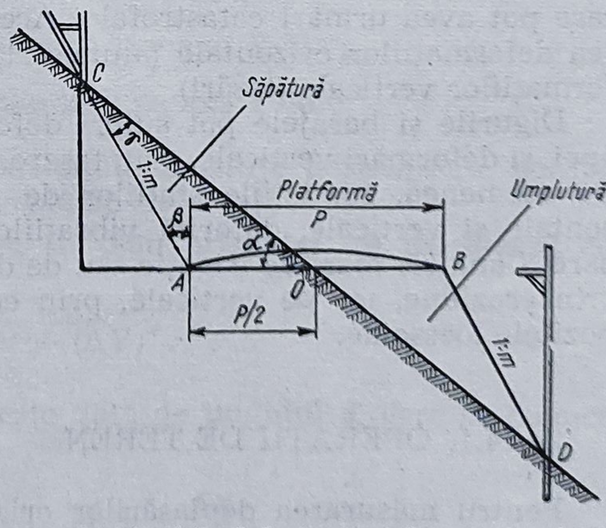


Fig. 24.38. Calculul elementelor pentru trasarea unui drum terasat.

Se determină panta la unitate și se extrage din tabelele de valori naturale valoarea unghiului de pantă. Din exemplul dat, rezultă : $tg\,\alpha = I = 20\% = 0{,}20$, iar $\alpha = 12^g\,56^c\,65^{cc}$. Se calculează unghiurile β și γ din triunghiul OAC, obținînd : $tg\,\beta = m = 1$ numitorul taluzului drumului și deci : $\beta = 50^g$.

$$\gamma = 200^g - (\alpha + 100^g + \beta).$$

Tot din triunghiul OAC, rezultă :

$$\frac{OC}{\sin(100 + \beta)} = \frac{OA}{\sin\gamma} = \frac{AC}{\sin\alpha},$$

de unde :

$$OC = OA\,\frac{\cos\beta}{\sin\beta} \quad \text{și} \quad AC = OA\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}.$$

Secțiunea OAC se obține cu formula :

$$2 \cdot S_{OAC} = OA \cdot AC \sin\alpha.$$

Avînd elementele săpăturii, se gabaritează profilurile transversale astfel. Se măsoară în amonte, de la punctul O și perpendicular pe axa drumului, distanța OC, fixînd la extremitatea ei un șablon care indică înclinarea taluzului. În aval, se măsoară, distanța $OD = OC$, fixînd la piciorul taluzului o baliză care indică înălțimea umpluturii.

24.14. MĂSURĂRI PENTRU VERIFICAREA COMPORTĂRII ÎN TIMP A LUCRĂRILOR DE ÎMBUNĂTĂȚIRI FUNCIARE

Scopul măsurărilor. Măsurările privind verificarea comportării, în timp, a lucrărilor de îmbunătățiri funciare se execută atît pentru întreținerea lor în bună stare de funcționare cît și pentru a preveni deformările care pot avea urmări catastrofale. Aceste măsurări constau în determinarea deformațiilor orizontale (alunecări), dar mai ales în determinarea deformațiilor verticale (tasări).

Digurile și barajele pot suferi deformări orizontale, datorită eroziunii apei, și deformări verticale, prin tasarea pămîntului din care sînt construite. De asemenea, fundațiile stațiilor de pompare pot suferi deformări orizontale și verticale, datorită vibrațiilor și greutății agregatelor de pompare. Canalele mari de irigație sau de desecare se deformează pe orizontală prin eroziune, iar pe verticală, prin colmatare și tasare, mai ales pe depozitele loessoide.

24.14.1. OPERAȚII DE TEREN

Pentru măsurarea deplasărilor orizontale și verticale la diguri și baraje, se trasează, pe terasamente și în zona din apropierea lor, mai multe aliniamente, cuprinzînd coronamentul, ambele taluzuri și zone adiacente,

pe care se plantează repere la distanţe de 20—50 m, în funcţie de mărimea terasamentelor, de natura materialului de construcţie şi de precizia care se urmăreşte. La staţiile de pompare, pe soclurile construcţiei, cu deosebire la colţurile ei, se încastrează repere de perete sau metalice.

Pentru măsurările planimetrice, prin care se constată deplasările orizontale, precum şi pentru măsurările nivelitice, din care rezultă deformări verticale, se crează o reţea de puncte de sprijin, care se materializează prin repere la sol sau borne de beton armat, amplasate în apropiere şi în afara zonei de influenţă a digului, barajului sau construcţiei. Trasarea aliniamentelor se execută cu teodolitul, avînd grijă să se înlăture eroarea de colimaţie. Determinările planimetrice se realizează prin triangulaţie sau prin intersecţie, staţionînd în punctele de sprijin cu teodolite de precizie (1^{cc}). Determinările nivelitice se fac prin nivelment geometric de mijloc cu nivele de precizie şi cu mire de invar. Determinările planimetrice şi altimetrice se fac periodic, iar intervalul dintre perioade variază în funcţie de caracterul deformărilor. Astfel, în perioada cînd apar primele tasări sau alunecări, determinările se fac la intervale scurte de timp, după care intervalul de timp se măreşte. Rezultatele observaţiilor se înregistrează în carnete speciale, iar pe baza lor se întocmesc grafice, care indică, în mod sugestiv, comportarea în timp a lucrărilor verificate.

24.14.2. CALCULUL DEPLASĂRILOR ORIZONTALE ŞI VERTICALE

Calculul deplasărilor orizontale. Se calculează coordonatele absolute ale punctelor, marcate pentru observaţii, prin metoda aplicată la executarea măsurărilor (triangulaţie sau intersecţie). Cu ajutorul coordonatelor absolute se calculează deplasările pe axele de coordonate, deplasarea totală, direcţia deplasării şi viteza medie de deplasare în plan orizontal.

Deplasarea pe axele de coordonate, a unui punct A, între două perioade succesive de observaţii, se calculează cu relaţiile :

$$X_2 - X_1 = \Delta X = \text{deplasarea pe axa } X\text{-lor ;}$$

$$Y_2 - Y_1 = \Delta Y = \text{deplasarea pe axa } Y\text{-lor,}$$

în care : X_1, X_2 şi Y_1, Y_2 sînt coordonatele absolute determinate pentru punctul A, la prima şi la a doua perioadă de observaţii.

Deplasarea totală a punctului A, în plan orizontal, se calculează cu formula :

$$d = \sqrt{(X\Delta)^2 + (\Delta Y)^2}\,.$$

Direcţia deplasării punctului A este dată de unghiul θ, care se deduce din relaţia :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad \text{sau} \quad \operatorname{ctg}\theta = \frac{\Delta X}{\Delta Y}\,.$$

Viteza medie de deplasare a punctului *A*, în plan orizontal, pe fiecare din cele două axe de coordonate, precum și pe ambele axe, se determină cu relațiile :

$V_x = \frac{\Delta X}{t}$ = viteza medie de deplasare pe axa *X*-lor ;

$V_y = \frac{\Delta Y}{t}$ = viteza medie de deplasare pe axa *Y*-lor ;

$V_{x,y} = \frac{d}{t}$ = viteza medie totală de deplasare,

în care : t este timpul între două perioade succesive.

Calculul deplasărilor verticale. Pentru determinarea tasărilor sau deplasărilor verticale, se calculează cotele punctelor din zona observațiilor. Cu ajutorul cotelor, se calculează tasarea și viteza medie de tasare.

Tasarea sau deplasarea pe verticală a unui punct *A* se determină cu relația :

$$\Delta Z = Z_2 - Z_1,$$

în care : Z_1 și Z_2 sînt cotele absolute, determinate pentru punctul *A*, la prima și la a doua perioadă de observații.

Viteza medie de tasare a punctului *A*, între două perioade succesive de observații, se obține cu relația : $V = \frac{\Delta Z}{t}$.

Calculul deplasărilor în spațiu. Pentru a preciza deplasarea unui punct *A* în spațiu, se determină lungimea deplasării în spațiu și înclinarea direcției de deplasare în spațiu.

Lungimea de deplasare a unui punct *A* în spațiu se calculează cu formula :

$$l = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2 + (\Delta Z)^2}.$$

Înclinarea direcției de deplasare a unui punct *A* în spațiu este dată de unghiul β, carè se deduce din relația : $\operatorname{tg} \beta = \frac{\Delta Z}{d}$, în care β este unghiul format de planul orizontal cu direcția de deplasare a punctului *A* în spațiu.

Bibliografie

Anghelina, D., *Curs de topografie.* Universitatea Craiova, 1972.

Bâra, C., Dobrea, V., Rădulescu, M., Popescu, C., *Nivelarea și modelarea terenurilor agricole.* București, Editura Ceres, 1971.

Boeru, Sp., *Ameliorații agricole.* București, Editura Agro-silvică, 1961.

Bonea, I., *Curs de topografie.* București, Editura didactică și pedagogică, 1963.

Botez, M., *Teoria erorilor și metoda celor mai mici pătrate.* București, Editura didactică și pedagogică, 1961.

Boț, M., *Curs de topografie.* Litografia Institutului Agronomic Iași, 1967.

Constantinescu, Gh., *Topografie.* București, Editura didactică și pedagogică, 1973.

Costăchel, A., Mihail, D., Dan, M., *Lucrări topografice de trasare pentru construcții civile și industriale.* București, Editura tehnică, 1955.

Costăchel, A., *Lucrări topografice la proiectarea, executarea și exploatarea drumurilor.* București, Litografia Institutului de construcții, 1960.

Costăchel, A., *Lucrări topografice la proiectarea, construirea și exploatarea podurilor.* București, Editura Institutului de construcții, 1959.

Cristescu, N., Sebastian, M., *Topografie inginerească pentru secțiile construcții hidrotehnice și hidroameliorative.* București, Litografia Institutului de construcții, 1970.

Cristescu, N., *Topografie inginerească* (fasciculele 1 și 2). București, Editura didactică și pedagogică, 1961.

Danger, R., Roussilhe, F., *Cours de topométrie urbaine,* Paris, 1962.

Deumlich, F., *Instrumentalkunde der Vermessungstechnik.* 4-te Auflage, Berlin Web Verlag für Bauwesen, 1967.

Ditt, G. O., *Geodezia.* Moskva, 1957.

Filimon, R., Botez, M., ș.a., *Topografie generală.* București, Editura tehnică, 1958.

Gavrilov, Gh., Barbălată, I., Împăratu, C., *Topografie.* București, Editura Agro-silvică, 1961.

Gheorghiu, M. I., *Topografie.* București, Litografia Consiliului Superior al Agriculturii, 1954.

Grama, I., Ionescu, P., Rădulescu, M., *Topografie și desen tehnic.* București, Editura didactică și pedagogică, 1964.

Grama, I., Ionașec, A., Ionescu P., Rădulescu, M., Ștef, I., *Topografie și desen tehnic.* București, Editura didactică și pedagogică, 1969.

Ionescu, P., *Topografie,* București, Editura Ceres, 1965.

Ionescu, P., *Topografie,* București, Editura Ceres, 1966.

Ionescu, P., Rădulescu, M., *Topografie.* București, Editura Agro-silvică, 1968.

Ionescu, P., Rădulescu, M., *Topografie,* București, Editura Ceres, 1972.

Iordan, W., Eggert, O., Kneissl, M., *Handbuch der Vermessungskunde* Stuttgart Band II—III, Metzlersche Verlagsbuchhandlung, 1956.

Krumphanzl, V., *Spezialni geodesie.* Praha, 1956.

Krumphanzl, V., *Inženýrska geodesie,* Praha, 1959.

Lauciani, E., *Sistemazione del terreno per irrigazione ad espansione superficiale.* Roma, 1965.

Leontovici, G., V., *Nivelirovanie pri injenernîh rabotah.* Moskva, 1959.
Löshner, F. ş. a., *Geodätische Deformationsmessungen, untersucht am Beispiel der Olef.* Fallsperre. Frankfurt am Main, 1966.
Mihail, D., *Aplicaţiile topografice în construcţii.* Bucureşti, Editura tehnică, 1962.
Mihail, D., *Topografie inginerească.* Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1962.
Mitrofan, O., *Calculul cotei medii în lucrări de nivelare.* Cluj, 1943.
Nădejde, C., *Topografie.* Litografia Institutului de căi ferate, 1958.
Nădejde, C., Mihail D., *Lucrări topografice pentru proiectarea, execuţia şi exploatarea construcţiilor civile şi industriale.* Bucureşti, Litografia Institutului de construcţii, 1969.
Nicolau, C. ş. a., *Îmbunătăţiri funciare.* Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1971.
Olivier, F., *Instruments topographiques.* Paris, Editions Eyrolles, 1955.
Rădulescu, M., *Topografie.* Bucureşti, Lito M.A.S., 1957.
Rădulescu, M., *Topografie.* Bucureşti, Lito M.A.S., 1958.
Rădulescu, M., *Trasarea lucrărilor de îmbunătăţiri funciare.* Bucureşti, Editura Agro-silvică, 1963.
Rădulescu, M., *Topografie.* Bucureşti, Editura Agro-silvică, 1964.
Rădulescu, M., *Topografie.* Bucureşti, Editura Agro-silvică, 1967.
Rădulescu, M., *Topografie.* Bucureşti, Editura Ceres, 1970.
Rădulescu, M., *Topografie.* Bucureşti, Editura Ceres, 1972.
Rădulescu, M., Ionescu, P., Measnicov, M., Bărsan, A., *Lucrări practice la topografie.* Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1969.
Russu, A., *Topografie.* Bucureşti, Editura tehnică, 1955.
Russu, A., *Topografie cu elemente de geodezie şi fotogrametrie.* Bucureşti, Editura Agro-silvică, 1968.
Sburlan, D. A., *Manual de trasarea curbelor.* Bucureşti, 1951.
Vidnev, G. N., Raditov, I. D., *Speţialnîe nivelirovîe rabotî.* Moskva, 1961.
Wolf, H., *Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinen Quadrate.* Bonn, 1968.
Zill, W., *Vermessungskunde für Bauingenieure, 4-te Auflage.* B. G. Teubner, Leipzig.
* * * *Instrucţiuni tehnice pentru întocmirea planurilor topografice la scările 1 : 5 000 şi 1 : 10 000.* Bucureşti, Redacţia Revistelor Agricole, 1965.
* * * *Îndrumător pentru executarea lucrărilor de îmbunătăţiri funciare.* Bucureşti, Editura Agro-silvică, 1959.
* * * *Îndrumător pentru dimensionarea canalelor,* Bucureşti, Editura Agro-silvică, 1959.
* * * *Îndrumător pentru irigaţii.* Bucureşti, Editura Agro-silvică, 1960.

Tiraj : 2 800+80 exemplare legate ; Coli de tipar : 30,75 ; Hîrtia : Scris I-A ; Format : 70×100—49 ; Bun de tipar ; 25. 07. 1975 ; Nr. plan 5304 ; Ediţia 1975.

Întreprinderea Poligrafică „Banat" Timişoara, Calea Aradului nr. 1.

Republica Socialistă România
Comanda nr. 93.

Universitatea M. I. Cuza Iaşi
Biblioteca de Geologie-Geografie
Veche Iaşi
Preţul 22,60 lei.
82